

# MASTER MÉTIERS DE L'ENSEIGNEMENT, DE L'ÉDUCATION, ET DE LA FORMATION

## Mention 1<sup>er</sup> degré

# MÉMOIRE DE RECHERCHE

MASTER MEEF Professeur des écoles

## La manipulation dans l'apprentissage des mathématiques en cycle 3.

Présenté par **HERTRICH Aélia**

### Mémoire encadré par

Directeur-trice de mémoire	Co-directeur-trice de mémoire
Nom, prénom : Laguerre Eric	Nom, prénom :
Statut : Enseignant chercheur (mathématiques)	Statut :

### Membres du jury de soutenance

Nom et prénom	Statut
LAGUERRE Eric	Enseignant chercheur (mathématiques)
FALCETTE Laurent	Responsable de l'INSPE de Tarbes

Soutenu le

09 / 06 / 2022

**inspe**  
TOULOUSE OCCITANIE-PYRÉNÉES

ENSEIGNER

ÉDUCER

FORMER

[inspe.univ-toulouse.fr](http://inspe.univ-toulouse.fr)

TOULOUSE

[SAINT-AGNE • CROIX DE PIERRE • RANGUEIL]

ALBI • AUCH • CAHORS • FOIX

MONTAUBAN • TARBES • RODEZ



PROFESSEUR DES ÉCOLES

## Attestation de non-plagiat

Je soussigné.e, HERTRICH Aëlia.....

Auteur.e du mémoire de master 2 MEEF intitulé :

La manipulation dans l'apprentissage en mathématiques  
en cycle 3.....

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne. Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur.e.s ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient.e que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi (art. L 335-3 du Code de la propriété intellectuelle ).

En signant ce document, je reconnais avoir pris connaissance sur le site de l'Université des éléments d'informations relatifs au plagiat et des responsabilités qui m'incombent.

Pour plus d'informations : suivez le lien "Prévention du plagiat" via l'ENT - Site Web UT2J <http://www.univ-tlse2.fr/accueil/vie-des-campus/services-numeriques/prevention-plagiat/c-est-moi-qui-ecris--182780.kjsp?RH=1341578964371>

Fait à OSSUN....., le 01/06/22.,

Signature de l'étudiant.e



## Remerciements

Tout d'abord, je souhaite adresser mes remerciements à Monsieur Éric LAGUERRE, pour son accompagnement et ses conseils tout au long de l'écriture de ce mémoire pendant ces deux ans de master.

Je souhaite également remercier Madame Annaïck GIBERT, Maître d'Accueil Temporaire, pour m'avoir accueillie et permise de réaliser une séquence en mathématiques dans sa classe.

## Sommaire

<b>I.</b>	<b>Introduction</b> _____	<b>6</b>
<b>II.</b>	<b>Cadre théorique</b> _____	<b>7</b>
1.	Théorie des Situations Didactiques _____	7
2.	L'enseignement de la géométrie _____	9
3.	Rôle du professeur _____	14
4.	La manipulation dans l'apprentissage des mathématiques _____	18
a)	Son rôle _____	18
b)	Ses limites _____	19
<b>VI.</b>	<b>Problématique et hypothèses</b> _____	<b>20</b>
<b>VII.</b>	<b>Recherche expérimentale</b> _____	<b>22</b>
1.	Première séance _____	23
2.	Deuxième séance _____	25
3.	Troisième séance _____	27
4.	Quatrième séance _____	28
5.	Cinquième séance _____	30
<b>VIII.</b>	<b>Analyse des résultats</b> _____	<b>31</b>
1.	Analyse des résultats des évaluations formatives _____	31
a)	Séance 3 _____	32
b)	Séance 4 _____	33
2.	Analyse des résultats des évaluations sommatives _____	34
<b>IX.</b>	<b>Conclusion</b> _____	<b>38</b>
<b>X.</b>	<b>Bibliographie</b> _____	<b>40</b>
<b>XI.</b>	<b>Sitographie</b> _____	<b>41</b>
<b>XIII.</b>	<b>Annexes</b> _____	<b>42</b>

<b>1. Annexe 1 : Page du manuel TOTEM sur le périmètre</b>	<b>42</b>
<b>2. Annexe 2 : Fiche de préparation de séquence sur le périmètre</b>	<b>43</b>
a) Séance 1	43
b) Séance 2	44
c) Séance 3	45
i) Fiches d'exercices séance 3	46
ii) Captures d'écran du Learning Apps	48
iii) Questions Quiz Plickers Séance 3	49
d) Séance 4	51
i) Questions Quiz Plickers Séance 4	52
e) Séance 5	55
i) Fiche d'évaluation	56
ii) Résultats des exercices	58

## I. Introduction

Ce mémoire aura pour thème la géométrie en cycle 3. Que ce soit de par mon vécu ou de par mes observations faites en stage, j'ai pu remarquer que bien souvent la géométrie était un sujet qui suscitait beaucoup d'interrogations et de difficultés pour la majorité des élèves quel que soit le cycle.

En effet, la géométrie est abordée en cycle 1 par la découverte des premières formes planes ainsi que des premiers solides et est abordée également tout le long du reste de la scolarité obligatoire. Cependant, les élèves de cycle 1 font ces premières découvertes par le biais de la manipulation sauf que cette dernière a souvent peu à peu tendance à disparaître au fil des classes, des cycles.

Donc à priori au cycle 3, la manipulation n'a plus ou que très peu de place alors que pourtant ce cycle contient quand même de nouvelles notions à découvrir et certaines d'entre elles peuvent être assez complexes pour certains élèves. Ce mémoire regroupe donc toutes les questions que je me suis posées, les hypothèses que j'ai émises en rapport avec la place de la manipulation en cycle 3 en mathématiques ainsi que les recherches que j'ai menées pour répondre à la problématique.

Pour répondre à ma problématique, j'ai notamment mis en place une séquence d'apprentissage de cinq séances dans une classe de CM1, en m'aidant d'articles de recherches élaborés par des didacticiens et des chercheurs en mathématiques.

## II. Cadre théorique

### 1. Théorie des Situations Didactiques

Je me suis tout d'abord intéressée à un article<sup>1</sup> de Guy Brousseau qui traitait de la différence entre la Théorie des Situations Didactiques (TSD) et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD). L'auteur explique que la Théorie des Situations Didactiques se base sur l'observation des classes pour remonter aux concepts mathématiques alors que la Théorie Anthropologique du Didactique suit la même idée mais dans l'ordre inverse, c'est-à-dire qu'elle « décrit les transformations successives opérées par les institutions d'enseignement à partir des textes de Mathématiques afin de les accommoder aux intentions des systèmes éducatifs. ». La TSD décrit donc des situations d'apprentissage réalisables et assez idéalistes.

Brousseau indique ensuite que la notion de « situation » est complexe à définir et à utiliser, que ce soit pour les mathématiciens ou pour les enseignants, car tous deux considèrent leur travail comme une « planification de tâches à exécuter ». Par la suite, il explique que par conséquent une leçon peut avoir deux faces différentes :

- Tout d'abord il y a la notion de tâches à accomplir, que ce soit pour l'élève ou pour le professeur, qui ignore les questions relatives au « si, pourquoi et comment ».
- Après, il y a la notion de situation qui à l'inverse de la notion de tâches à accomplir, va plutôt s'intéresser aux « pourquoi » mathématiques et non pas à la didactique.

Il faut donc être prudent lors de recherches, pour ne pas conjuguer les concepts de ces deux approches, et ne pas confondre la Théorie des Situations Didactiques et la Théorie Anthropologique du Didactique.

---

<sup>1</sup> BROUSSEAU G. (2016). Situation vs tâche, transposition état vs processus complémentarité et incompatibilité locale de deux approches scientifiques (TSD et TAD) d'un même phénomène.

La prise de connaissance de ce que sont la Théorie des Situations Didactiques et la Théorie Anthropologique du Didactique va donc pouvoir me permettre de prendre en compte et d'être vigilante sur les situations dans lesquelles je placerais les élèves lors d'une séquence. Je veillerai à les mettre dans des situations dans lesquelles ils auront des tâches à réaliser qui seront à leur portée et sur lesquelles ils pourront mettre du sens.

Pour que les situations proposées soient optimales, je m'interrogerai sur les conditions dans lesquelles je placerais les élèves : en individuel, en binôme ou en groupe et ce, pendant combien de temps. S'il y a besoin de former des binômes ou des groupes, je réfléchirai en amont à la formation de ceux-ci pour savoir s'il est mieux pour l'élève de le laisser choisir son groupe, ou si au contraire je forme moi-même les groupes.

## 2. L'enseignement de la géométrie

Ensuite, j'ai commencé par me questionner sur ce qu'est l'enseignement de la géométrie. Pour me renseigner sur ce sujet, j'ai porté mon attention sur l'article<sup>2</sup> *Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie* écrit par Houdement et Kuzniak. Dans cet ouvrage, les auteurs expliquent que l'enseignement de la géométrie est essentiel pour permettre aux élèves de se construire un espace de travail géométrique efficace, ce qui va leur permettre de comprendre et résoudre des problèmes de géométrie.

Les auteurs expliquent ensuite qu'il y a trois *paradigmes* de la géométrie enseignée. Le terme paradigme est défini par Thomas Kuhn dans son ouvrage *La structure des révolutions scientifiques* comme un ensemble d'observations, de questions, de méthodologie et d'interprétation des acquis de la science.

Les trois paradigmes développés par Houdement et Kuzniak sont la *Géométrie I* ou « *géométrie naturelle* », la *Géométrie II* ou « *géométrie axiomatique naturelle* » et la *Géométrie III* ou « *géométrie axiomatique formaliste* ». La Géométrie I (naturelle) est plutôt liée à la réalité<sup>3</sup>. La Géométrie II (axiomatique naturelle) est liée à des lois hypothético-déductives liées à des *axiomes*<sup>4</sup>. La relation avec la réalité est encore présente dans cette Géométrie, dans la mesure où les axiomes sont fondés sur le réel.

---

<sup>2</sup> HOUDEMMENT C. & KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM)*, 11, pp.175-193.

<sup>3</sup>*Réalité* : ce qui est réel, ce qui existe en fait, par opposition à ce qui est imaginé, rêvé, fictif

<sup>4</sup>*Axiome* : hypothèse servant de base à des démonstrations, sans qu'elle-même ne soit démontrée

La Géométrie III (axiomatique formaliste) est quant à elle, complètement coupée de la réalité :

L'approche axiomatique formaliste est bien explicitée par l'affirmation de Wittgenstein (1975, p. 205) qui clôt le débat entre géométrie et réalité : « Les axiomes d'une géométrie peuvent ne contenir aucune vérité ». Une différence essentielle avec la Géométrie II porte sur la complétude du système d'axiomes : en Géométrie III, l'axiomatisation n'est plus partielle.

Chacun de ces paradigmes, a été analysé suivant trois modes de pensée qui sont constitutifs de la pensée géométrique mais qui se développe différemment dans chaque paradigme :

- L'intuition, qui fournit une théorie basée sur des évidences en gommant les incertitudes, ne se confond pas avec la perception même si les premières intuitions géométriques sont généralement perceptives et peut être aussi une formidable source d'erreurs car elle peut installer une cohérence artificielle entre des données pratiques ou théoriques.
- L'expérience, qui s'oppose à l'intuition dans la mesure où elle n'est pas immédiate. Cette approche expérimentale peut être développée à l'école par le biais de pliages, découpages et constructions à la règle et au compas.
- Le raisonnement déductif, qui consiste à tirer d'autres connaissances des connaissances considérées comme acquises, sans expérience ou toute source extérieure.

Après avoir expliqué les trois types de géométrie que l'on peut rencontrer, les auteurs ont développé la notion d'espace de travail.

D'après Houdement et Kuzniak, un espace de travail est un « environnement particulièrement complexe constitué d'objets visibles et tangibles comme les dessins, d'outils matériels comme les instruments de dessin et d'outils conceptuels comme les définitions ou les théorèmes ».

Un espace de travail géométrique (ETG) doit être organisé de sorte que, soient articulés convenablement, les trois composants suivants :

III. Un ensemble d'objets (espace local et réel) :

En Géométrie III, l'espace est constitué de points, de droites et de plans. En Géométrie II, ce sont des figures ou des configurations qui sont des sous-parties de l'espace. En Géométrie I, ce sont des dessins ou des maquettes.

IV. Un ensemble d'artefacts<sup>5</sup> (outils informatiques ou classiques)

En géométrie, les artefacts sont les outils et instruments (règle, équerre, mais aussi pliage et logiciels informatiques).

Le paradigme peut définir le choix des artefacts à utiliser (en Géométrie I la réalisation du dessin final est essentielle, contrairement en Géométrie II), et inversement, le choix des artefacts peut implicitement définir le paradigme visé.

L'apparition des outils informatiques a engendré l'apprentissage de nouvelles instrumentations qui a créé de nouveaux espaces de travail. Cela a fait apparaître une source de difficultés supplémentaires : « dans un paradigme géométrique donné, les espaces de travail géométriques peuvent être multiples »

---

<sup>5</sup>Artefact : En tant qu'*objet fabriqué*, l'artefact regroupe les ustensiles, les bâtiments et œuvres d'art

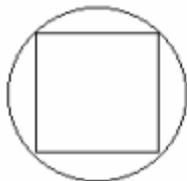
## V. Un référentiel théorique

Dans le premier cas, il résulte d'un « processus de modélisation par schématisation et idéalisation du monde réel dont il cherche à rendre le plus fidèlement compte. ». C'est le cas de la géométrie axiomatique (Géométrie II).

Dans le deuxième cas :

Le modèle théorique préexiste et ce qu'on appelle modèle est cette fois une interprétation (et souvent une création) qui doit rendre compte des objets et des propriétés définis par les axiomes. Cette interprétation pourra s'appuyer sur une représentation matérielle ou virtuelle destinée à donner du sens à un système d'axiomes et d'énoncés qui est donné a priori. La géométrie de type formaliste (Géométrie III) entretient ce rapport au modèle théorique.

En Géométrie I, on peut retrouver une activité de reproduction de figure (voir ci-dessous). Les objets travaillés sont les dessins, traces graphiques d'objets textuels. Cette activité se situe en Géométrie I, croisant expérience et raisonnement, sans doute supportés par l'intuition.



*Voici une figure composée d'un carré et d'un cercle.  
Vous devez la reproduire, la figure est déjà commencée :  
deux côtés du carré sont déjà tracés.*

La géométrie axiomatique n'est pas implicitement travaillée à l'école primaire mais est présente indirectement lorsque l'on s'appuie sur des propriétés pour reconnaître une figure. Par exemple : « ce quadrilatère est un losange parce que l'on a prouvé que ses diagonales se coupent en leur milieu. »

Après avoir étudié ce qu'était la géométrie, je me suis demandée quelles pouvaient être les difficultés rencontrées lors de l'apprentissage. Pour cela, je me suis appuyée sur le travail de Raymond Duval qui traite des conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup>DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 10, 5-54

L'auteur montre donc qu'il existe deux modes opposés de fonctionnement cognitif : la visualisation iconique, qui repose sur une ressemblance entre la forme reconnue dans un tracé et la forme caractéristique de l'objet à identifier, et la visualisation non iconique (ou déconstruction de formes) qui consiste à décomposer des formes visuellement simples en unités figurales. Il est à noter que la visualisation non iconique est totalement indépendante de toute énonciation explicite ou implicite.

### 3. Rôle du professeur

Je me suis intéressée à la place du professeur dans les apprentissages afin de mieux percevoir la place que je devrai adopter dans la séquence. Pour ce faire, je me suis appuyée sur l'article<sup>7</sup> de Yves Chevallard.

L'auteur, dans son article, se pose de nombreuses questions au sujet de la figure du professeur dans l'enseignement et développe donc ce cadre théorique. Il explique les différentes places et rôles qu'occupaient les professeurs au fil des années et montre clairement l'évolution. Tout au long de son article, l'auteur s'appuie régulièrement sur des citations pour justifier ses propos, de chercheurs notamment (dont les œuvres sont reportées dans la bibliographie). L'article ne possède pas d'annexes pour illustrer les propos de l'auteur.

Cet article propose une approche génétique de la position du professeur, et tente à partir de là d'esquisser un modèle de son rôle, en prenant appui sur les notions de base de l'approche anthropologique du didactique.

Yves Chevallard explique toute l'évolution du métier de professeur. En commençant d'abord par montrer qu'au départ c'est un métier considéré comme « le dernier des métiers » « fatigant et pénible, mal payé » et « bon pour des esclaves, des affranchis ou de petites gens ». Il ajoute que jusqu'au début du XIXe siècle, le professeur

---

<sup>7</sup> CHEVALLARD Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur.

employait des méthodes physiquement violentes envers les élèves pour, d'après eux, les aider. En dehors de ces violences physiques, les cours étaient basés sur le « devoir écrit » ne laissant place que très peu aux situations d'enseignement du professeur. Il était présent pour dire aux élèves ce qu'ils devaient faire, entre deux séances de travail en étude, et était plutôt considéré comme un « aide à l'étude » voire un « directeur d'étude ».

Initialement, le mot « *professor* » en latin, était pour quelqu'un qui était expert dans un art ou une science, et ce n'est que petit à petit que l'expert va imposer la figure moderne du professeur que l'on connaît aujourd'hui.

Un professeur est donc un professionnel en tant qu'expert dans la matière qu'on lui demande d'enseigner, mais il n'est pas professeur au sens moderne du terme. En général, c'est un expert qui donne des cours (un avocat qui donne des cours de droit, un architecte qui donne des cours d'architecture), cependant pour le système scolaire ce schéma ne satisfait pas les besoins. En effet, il n'y a que très peu d'experts qui acceptent de devenir professeur car en général les experts exercent leur expertise, et ce n'est que dans le cas où c'est impossible, qu'un expert l'enseigne.

Le professeur peut donc être un expert qui s'est fait professeur sans l'avoir voulu au départ, dans ce cas l'expertise qu'il a acquise n'a rien à voir avec le savoir qu'il transmet lorsqu'il enseigne. Mais peu à peu, les choses changent et l'expertise professorale apparaît, le professeur apparaît donc comme un expert qui n'aura acquis son expertise que pour devenir professeur.

C'est à partir de 1875 que le changement arrive en France et les professeurs du secondaire sont petit à petit remplacés par de jeunes professeurs qui ont réussi le concours d'agrégation ou qui sont titulaires d'une licence. Le système scolaire parvint enfin à satisfaire ses besoins.

L'auteur montre également (d'après Dutercq) que jusqu'à la création des IUFM, la plupart des professeurs (du secondaire) n'ont reçu qu'une formation préalable

quasiment nulle, ce qui a engendré une difficulté pour travailler en équipe car il n'avait pas eu l'occasion de rencontrer leurs congénères.

Cette difficulté est accentuée par la variété de recrutement des professeurs. Ce sont des gens possédant des diplômes de niveau complètement différents (baccalauréat à doctorat) et appartenant à des corps différents qui se retrouvent à assurer le même travail. Enfin, le système d'affectation assure une certaine équité de mouvement mais provoque aussi des accumulations d'enseignants originales, variées et parfois discordantes.

A partir de 1992, le rôle des enseignants est modifié et de nombreuses tâches lui sont confiées (organiser les activités des élèves ; assurer les cours, les travaux dirigés et d'atelier ; participer à l'assistance au travail personnel...). Les enseignants doivent maintenant leur(s) discipline(s) d'enseignement et leur didactique mais aussi connaître le processus d'acquisition des connaissances, les méthodes de travail en groupe, le système éducatif et son environnement. L'auteur indique que le rôle du professeur se laisse exprimer en termes de types de tâches (de praxéologie plus exactement) et se demande « Quelle est / quelle devrait être / quelle pourrait être la praxéologie du professeur de mathématiques ? ».

En général la praxéologie du professeur de mathématiques tend à imposer :

- Une organisation didactique « monoteknique » (devoir écrit, cours dicté...)
- La structure traditionnelle du champ des métiers didactiques
- La longue domination du cours magistral

Ceci a eu pour conséquences :

- Un dépérissement relatif de la culture de l'étude
- Un certain sous-développement des savoir-faire et des savoir didactique

L'auteur se demande donc à présent « En quoi peut consister le tutorat, ou les études encadrées ? » ou bien « En quels types de tâches, accomplis selon quelles techniques, les praxéologies didactiques correspondantes se déclinent-elles ? ». Dans les textes officiels on trouve des consignes concernant certains types de travaux à donner à des élèves de lycée en mathématiques dont des travaux individuels de rédaction (surtout des exercices d'analyse critique de textes) alors qu'en France cette pratique n'existe pas. Les exemples précédents illustrent quelques-uns des principaux aspects du problème praxéologique du professeur (non-motivation des types de tâches, absence de techniques adéquates, manque de technologies éclairantes).

Cet article permet donc d'éclairer sur la place du professeur à l'école. Le fait de montrer toute l'évolution du métier permet de bien s'apercevoir que c'est un métier en constante évolution et que par conséquent la place du professeur est amenée à changer. La prise de connaissance de cet article m'a permis de savoir quelle place j'allais pouvoir occuper dans la séquence. En l'occurrence, je devrai proposer des tâches motivantes pour les élèves et je devrai savoir les aider et leur fournir les savoirs qu'ils devront mobiliser pour acquérir les compétences et connaissances visées.

#### 4. La manipulation dans l'apprentissage des mathématiques

##### a) Son rôle

La visualisation est donc au cœur de la géométrie et donc des difficultés que les élèves peuvent rencontrer. C'est pourquoi je me suis ensuite intéressée à la conférence qu'a tenu Catherine Berdonneau sur l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques<sup>8</sup>. Lors de cette conférence, elle affirme qu'une phase d'action et une phase de représentation mentale sont indispensables pour construire un concept mathématique. La phase d'action va permettre de donner du sens à l'apprentissage, d'ébaucher une première tentative de réponse et d'observer les conséquences de l'action. La phase de représentation mentale est une « phase d'abstraction, d'élaboration des concepts, pendant laquelle s'intériorisent à la fois la question qui se posait et les phénomènes qui ont été observés, et s'établissent des relations entre des situations perceptivement différentes mais relevant pourtant d'un même modèle abstrait, principalement au travers du geste mental d'évocation (rappel mental de perceptions qui ne sont pas présentes) ».

Les représentations mentales s'élaborent à partir d'expériences personnelles. C'est pourquoi en classe élémentaire, malgré le fait que ce soit rare, le travail à partir d'activités motrices peut être intéressant afin d'aborder certains concepts pour qu'ils soient mieux appréhendés. La manipulation permet également de faciliter la gestion de l'hétérogénéité de la classe, car chaque élève a la possibilité d'aller à son rythme et de manipuler comme il le souhaite, qu'il s'agisse d'un élève avec des difficultés ou un élève avec des facilités. Il faut noter que le support de manipulation ne contient pas le savoir et qu'il faut donc une médiation de l'enseignant pour que les élèves puissent assimiler les connaissances.

---

<sup>8</sup>BERDONNEAU, C. (2006). De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques. CRDP de Rouen. Conférence pédagogique.

## b) Ses limites

Dans une interview<sup>9</sup>, Patrick Eysseric, formateur en mathématiques pour les professeurs des écoles, rejoint Catherine Berdonneau en affirmant que la manipulation est importante est utile pour la réussite des élèves car ils ne peuvent pas passer à l'abstraction à partir de rien. Il précise toutefois que la manipulation ne doit pas être permanente pour permettre aux élèves de rentrer pleinement dans le domaine des mathématiques qui, lui, est abstrait contrairement à la manipulation qui est donc concrète. La manipulation doit donc seulement servir à l'élève à se représenter le problème et à comprendre de quoi on parle, mais il faudra bloquer l'accès au matériel pour que l'élève puisse passer au niveau de la représentation. Si l'élève est trop habitué à rester avec de la manipulation, cela pourrait entraîner un blocage de sa part lorsqu'il sera confronté à de réels problèmes mathématiques sans moyen de manipulation à sa portée.

Il ajoute que la manipulation est nécessaire pour tous les élèves et pas uniquement pour ceux en difficultés même si ces élèves-là auront sûrement besoin de la manipulation plus longtemps que leurs autres camarades mais il n'est en aucun cas question de les laisser au stade de la manipulation.

Enfin, le numérique a sa place dans la manipulation mais qu'en tant que complément parce que passer sur le numérique c'est déjà un passage à une représentation. Donc le risque qui pourrait y avoir s'il n'y a que le numérique de proposer, c'est de créer un obstacle pour l'élève pour entrer dans les mathématiques. Cependant Pierre Eysseric ajoute qu'on a une situation de manipulation avec des objets réels, il est intéressant de la décliner sous format numérique cela peut permettre un complément de manipulation et un complément de travail pour les élèves et en particulier pour ceux qui auraient des difficultés et donc qui aurait besoin de plus de temps.

---

<sup>9</sup> Interview de Pierre Eysseric par Patrick Rayou de Être prof (2017). *La manipulation en maths, oui ou non. Vous en pensez quoi ?*

## VI. Problématique et hypothèses

Après mes lectures de certains articles concernant la manipulation<sup>10</sup> et la géométrie, j'en suis arrivée à la problématique suivante : « En quoi la manipulation peut être profitable<sup>11</sup> dans l'apprentissage de notions en géométrie en mathématiques ? ».

Pour travailler sur cette problématique, j'ai décidé d'étudier plusieurs hypothèses :

**- La géométrie est traditionnellement enseignée sans avoir recours aux gestes**

Pour vérifier cette hypothèse, je vais regarder des manuels scolaires et des livres du maître afin de repérer comment la géométrie est abordée traditionnellement, repérer de potentielles difficultés que cela peut engendrer chez les élèves et voir s'il est éventuellement possible d'adapter des séquences d'apprentissage en incluant des gestes.

**- La manipulation est recommandée**

Je regarderai dans les programmes, les repères de progressivité si la question de la manipulation en mathématiques est abordée. Je me demanderai donc en suivant quelles sont les limites auxquelles nous pouvons être confrontés une fois sur le terrain.

**- Il existe différents moyens de manipulation que l'on peut utiliser en classe**

Je rechercherai différents moyens de manipulation que l'on peut utiliser en classe et finalement j'utiliserai ces différents moyens de manipulations (TICE, objets à manipuler...) dans une classe lors de la mise en place d'une séquence afin de voir si les élèves assimilent plus facilement les connaissances en géométrie et quels moyens de manipulation est le plus adapté dans des situations précises.

---

<sup>10</sup> *Manipulation* : Exercice au cours duquel des élèves, des étudiants ou des chercheurs réalisent une expérience ; l'expérience elle-même.

<sup>11</sup> *Profitable* : Dont on peut tirer un profit utile sur le plan matériel ou moral

**- La manipulation aide à rentrer dans les apprentissages**

Enfin pour cette hypothèse, je concevrai et animerai une séquence d'apprentissage en mathématiques sur une nouvelle notion avec des élèves de cycle 3 et plus particulièrement des CM1, afin d'analyser leurs évaluations

En résumé, je suppose que la manipulation peut être profitable dans le sens où elle peut permettre aux élèves de rentrer plus facilement dans une nouvelle notion en leur faisant créer un repère concret auquel ils pourront se référer tout au long de cet apprentissage.

## VII. Recherche expérimentale

Pour mener mes observations j'ai décidé d'utiliser l'occasion que nous avons, avec mon binôme de stage, de concevoir et de mettre en place une séquence de mathématiques dans la classe de CM1 dans laquelle nous sommes tous les lundis pour effectuer notre stage filé.

Etant donné que mon mémoire est plus axé sur la manipulation en géométrie, nous avons décidé de faire une séquence sur le périmètre avec les élèves, en sachant que ça allait être une totale découverte pour eux.

Lors de la conception de cette séquence, nous avons cherché à intégrer de la manipulation.

Nous nous sommes d'abord rapproché des textes officiels<sup>12</sup> afin de savoir si la manipulation y était mentionnée et comment il était conseillé de la mettre en application en mathématiques en cycle 3.

La manipulation n'est pas présente dans les repères de progressivité, de la classe de CM1, qui concernent l'étude des longueurs ou du périmètre mais elle est en effet mentionnée à quelques reprises dans les programmes de cycle 3 en mathématiques. On la retrouve notamment dans la compétence « *Chercher : S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.* »

De plus, dans le rapport de Cédric Villani<sup>13</sup>, le triptyque « manipuler, verbaliser, abstraire » nous est présenté. Ce triptyque consiste à, pour les élèves, d'abord observer, tester, tâtonner, essayer de comprendre, puis à échanger et donc verbaliser avant d'envisager une forme d'institutionnalisation qui s'approchera de l'abstraction.

---

<sup>12</sup> Ministère de l'éducation nationale (2015). Programmes d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3).

<sup>13</sup> VILLANI C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.

Nous en avons donc déduit que nous allions intégrer la manipulation au début de la séquence pour permettre aux élèves de chercher par eux-mêmes la réponse à une question en s'aidant de la manipulation, tout en les faisant verbaliser par la suite et passer à l'abstraction au final.

On s'est ensuite rapproché des supports que l'enseignante avait l'habitude d'utiliser, pour voir si ces supports intégraient de la manipulation. Nous avons choisi de garder des supports connus par les élèves afin de leur laisser certains repères. L'enseignante utilisait soit la méthode MHM (Méthode Heuristique des Mathématiques) soit le manuel TOTEM Mathématiques CM1. *Annexe 1*

*Page du manuel TOTEM sur le périmètre.* Cependant, que ce soit dans la première ressource ou dans la deuxième, il n'était question en aucune façon ni à aucun moment de manipulation pour les élèves. Il y avait seulement une leçon plus ou moins brève indiquant la définition du périmètre et comment le déterminer, en sachant qu'avec la méthode MHM les formules pour calculer le périmètre du carré et du rectangle n'étaient même pas précisées.

Je vais maintenant présenter la séquence mise en place avec la classe de CM1, pour aborder le périmètre. La fiche de préparation ainsi que les documents et supports utilisés durant la séquence sont disponibles en *Annexe 2*

*Fiche de préparation de séquence sur le périmètre.*

## 1. Première séance

Pour la première séance, nous avons donc jugé pertinent de mettre les élèves dans une situation problème pour les mettre en position de recherche et leur permettre de manipuler pour résoudre ce problème.

Nous nous situons en période 2, donc à l'approche de Noël. Nous avons donc annoncé aux élèves que nous allions décorer la classe pour cet événement et plus particulièrement les contours de la table avec des rubans comportant des motifs de Noël.

Le problème étant que nous n'avions pas une quantité illimitée de ruban donc les élèves devaient venir nous commander la quantité exacte dont ils avaient besoin pour décorer tout le contour de leur table.

Pour cela nous leur avons donné un morceau de ficelle (plus grand que le contour de leur table) et par binôme et ils devaient trouver un moyen de nous passer la commande pour le ruban. Certains binômes ont eu plus de mal à trouver comment procéder au départ mais rapidement la situation a été débloquée et les élèves ont tous pu avoir leur ruban.

Nous en avons également profité pour faire comprendre aux élèves le principe de report de mesure en leur découpant la ficelle à un endroit aléatoire pour qu'elle ne puisse plus faire le contour de la table et avons demandé aux élèves comment ils pourraient procéder dans ce cas-là.

Après quelques minutes et quelques essais (plus ou moins pour certains groupes) les élèves ont compris qu'il fallait reporter la mesure jusqu'à arriver à faire un tour complet avec la petite ficelle.

Nous avons enfin verbalisé et repris tout ce qu'ils avaient fait pendant la séance à la fin de celle-ci avec le groupe classe, afin de les faire verbaliser pour s'assurer qu'ils aient bien compris comment on pouvait mesurer le contour d'une figure.

## 2. Deuxième séance

Pour la deuxième séance, nous avons décidé de passer du micro espace de la séance 1, au méso espace en allant travailler dans la cour de récréation, afin de varier l'espace de travail pour les élèves et de leur permettre de créer de nouvelles représentations mentales.

Avant de sortir dans la cour, nous avons demandé aux élèves de faire un rappel collectif de la première séance afin de réactiver ce qu'ils avaient vu la semaine précédente. Ensuite nous leur avons expliqué l'objectif de la deuxième séance.

Etant donné que les élèves courent tout autour de la cour tous les matins dans le but de courir un mile<sup>14</sup> dans un temps maximum de dix minutes, nous avons trouvé intéressant de faire un lien avec ceci.

Nous leur avons donc indiqué que nous voulions vérifier qu'ils courent la bonne distance tous les matins donc il allait falloir mesurer. On les a donc répartis en quatre groupes car la cour a une forme rectangulaire et nous trouvions plus pratique que chaque groupe mesure la longueur d'un des côtés de la cour.

On leur a demandé quels outils ils allaient pouvoir utiliser pour mener à bien la mission qui leur était confiée. Au début, ils ont pensé à leur triple décimètre, il a donc fallu leur montrer que ce n'était pas l'outil le plus pratique pour mesurer une aussi grande distance. Après avoir pris conscience que ce n'était plus du travail à la même échelle que la séance dernière, les élèves ont rapidement compris que les instruments les plus appropriés étaient le décamètre, le mètre de couturière ou de chantier et les grandes cordes à sauter disponibles à l'école. Les élèves se sont ensuite répartis les rôles au sein du groupe pour que chacun se sente impliqué, il y avait celui qui utilisait l'instrument de mesure, celui qui vérifiait que les mesures relevées soient les bonnes, celui qui vérifiait que l'instrument étaient correctement utilisé (bien tendre et aligner la corde par exemple) et enfin celui qui notait toutes les mesures.

---

<sup>14</sup> 1 mile ≈ 1,609 km

Une fois les mesures relevées, les groupes ont chacun calculé la mesure totale de la longueur du côté qu'ils avaient pris en charge et nous avons pu mettre en commun avec le groupe classe entier en réalisant un schéma au tableau et en y inscrivant les mesures. Ensuite les élèves ont trouvé rapidement ensemble que si on voulait connaître la longueur totale du contour il fallait additionner les quatre mesures. Finalement, nous obtenons bien le périmètre attendu.

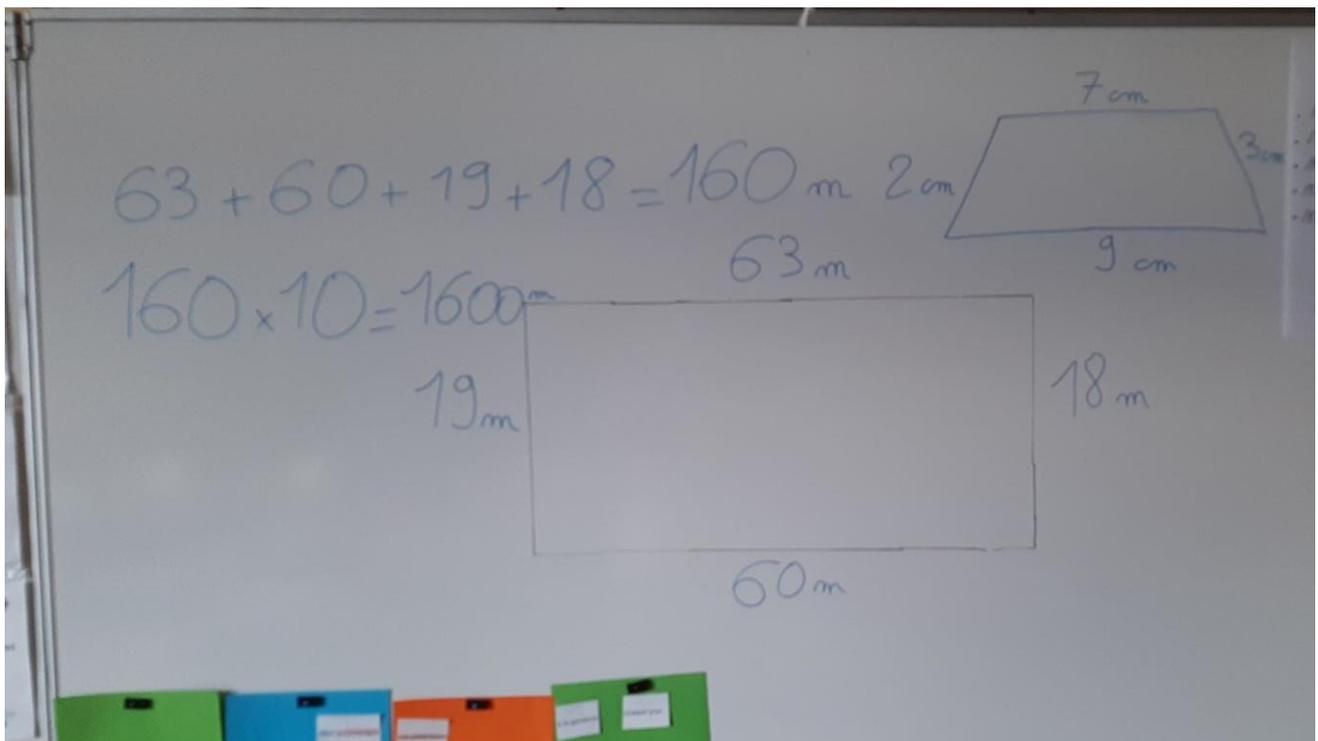


Figure 1: Calcul du périmètre de la cour en séance 2

Enfin, nous avons conclu cette séance par une institutionnalisation de la notion de périmètre en nous servant de la leçon de leur fichier MHM, c'est à ce moment-là que les élèves ont pu mettre un nom sur la notion qu'on était en train d'aborder : le périmètre.

### 3. Troisième séance

En troisième séance, après une phase de rappel des séances précédentes, nous sommes passés à une feuille d'exercices. *Voir Annexe : Fiches d'exercices séance 3* Dans ces exercices on a mis en place une progression pour aider les élèves à passer à l'abstraction. Les élèves devaient donc trouver le périmètre de différentes figures géométriques représentées sur la feuille, puis ensuite on leur demandait de trouver le périmètre d'un carré et d'un rectangle grâce simplement à une description, les figures n'étant plus représentées les élèves n'avaient plus de repères visuels et devaient utiliser des images mentales.

Nous avons également utilisé le numérique afin que les élèves puissent s'exercer sur un ordinateur avec un exercice où ils devaient trouver le périmètre de plusieurs figures et les associer. *Voir Annexe Captures d'écran du Learning Apps* Ce dispositif a permis aux élèves nécessitant de plus de temps de réaliser l'exercice à leur rythme. Cependant, certains élèves associaient les figures et les périmètres au hasard et finissaient donc par trouver le résultat après plus ou moins d'essais aléatoires.

Lors de ces activités, un de nos objectifs était de faire passer les élèves de situations concrètes telles que celles en séance 1 et 2, à une séance plus abstraite avec des exercices à réaliser à l'écrit et sur ordinateur en individuel.

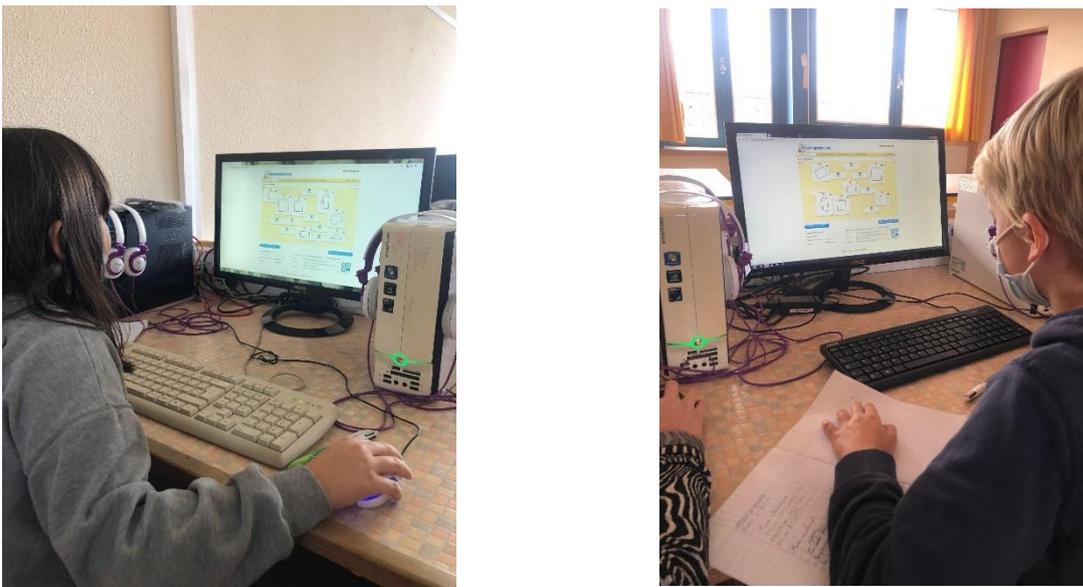


Figure 2 : Elèves travaillant sur Learning Apps

Une évaluation formative a également été proposée à l'aide du numérique à la fin de la séance. Voir Annexe Questions Quizz Plickers Séance 3. Les élèves ont chacun un QRCode nominatif et s'en servent pour répondre à la question qui est projetée au tableau.

Enfin, nous avons relevé les fiches et fichiers d'exercices également pour voir les potentiels élèves en difficultés et pouvoir y remédier en début de séance en prenant à part quelques élèves en petit groupe.



Figure 3 : Elèves faisant l'évaluation formative avec Plickers

#### 4. Quatrième séance

Au début de cette quatrième séance, nous avons refait un point quant aux exercices réalisés pendant la séance précédente. Ce qui est ressorti de ces fiches d'exercices, ce sont des erreurs de conversion d'unités, des unités manquantes après un calcul et la phrase réponse manquante. De plus, certains élèves montraient des difficultés au

niveau des deux exercices nécessitant le plus des capacités d'abstraction. Ces élèves ont donc été mis en groupe et nous avons revus ces exercices avec eux en début de séance.

Ensuite, nous avons institutionnalisé les formules pour calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle en faisant remarquer aux élèves qu'il y avait des longueurs qui se répétaient et donc qu'on pouvait faire autrement qu'en additionnant toutes les longueurs des côtés. Après avoir fait avec eux des exemples de calculs avec les formules, les élèves ont fait leurs exercices sur leurs mini-fichiers MHM afin de réinvestir toutes ces nouvelles connaissances.

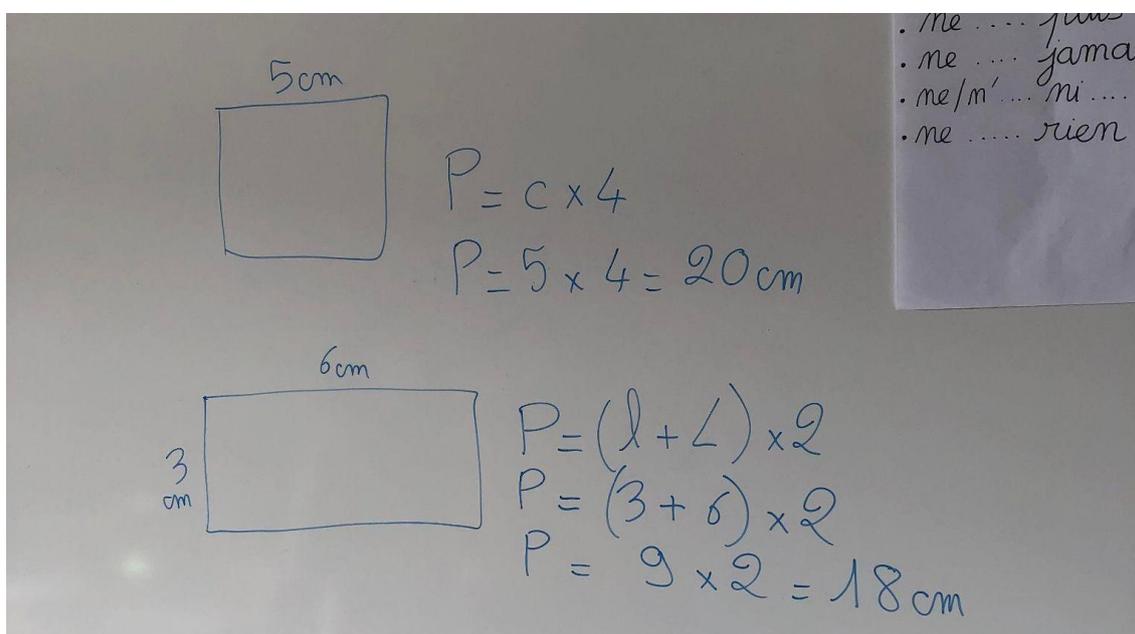


Figure 4 : Exemples pour illustrer l'utilisation des formules pour calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle

Nous avons fini cette séance par une évaluation formative comme en séance 3, à l'aide de Plickers. Voir Annexe Questions Quizz Plickers Séance 4

## 5. Cinquième séance

Enfin, la cinquième séance était une séance d'évaluation sommative *Voir Annexe Fiche d'évaluation* afin de voir quelle(s) compétence(s) les élèves ont pu acquérir durant cette séquence, en sachant que le périmètre va être repris au cours de l'année mais aussi tout au long du cycle 3.

Dans cette évaluation nous avons évalué trois compétences que les élèves pouvaient mobilisées :

- Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés.
- Calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle, en utilisant une formule.
- Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.

Tout au long de ces séances, les élèves avaient donc des repères visuels pour se repérer dans la notion que nous traitions et se remémorer comment ils avaient procédé pour réussir les missions qui leur avaient été confiés : leur ruban tout autour de leur table, le tableau qu'ils ont créé collectivement après pour calculer quelle distance ils couraient chaque matin en fonction du nombre de tours qu'ils avaient effectués.

## VIII. Analyse des résultats

Dans cette partie, je procéderai à l'analyse des évaluations des élèves, que ce soit les évaluations formatives réalisées avec Plickers en troisième et quatrième séance, et l'évaluation sommative réalisée en cinquième et dernière séance.

### 1. Analyse des résultats des évaluations formatives

Comme montré en Annexe 2, les questions proposées aux élèves lors de l'évaluation formative, que ce soit en séance 3 ou en séance 4, mêlaient questions de connaissances (Q.C.), questions problèmes (Q.P.) nécessitant de passer à l'abstraction et questions problèmes avec un schéma (Q.P.S.) de la figure afin d'aider les élèves dans cette étape d'abstraction.

	Séance 3	Séance 4
<b>Question 1</b>	Q.C.	Q.C.
<b>Question 2</b>	Q.P.	Q.C.
<b>Question 3</b>	Q.C.	Q.P.S.
<b>Question 4</b>	Q.P.S.	Q.P.
<b>Question 5</b>		Q.P.

Tableau 1 : Récapitulatif du type de questions en fonction des séances

Après recueil des données grâce au logiciel Plickers, j'ai répertorié toutes les réponses et résultats d'élèves dans un tableur. J'ai ensuite mis sous forme de graphiques ces résultats pour chacune de ces deux séances afin que ce soit plus visuel et facile à interpréter.

## a) Séance 3

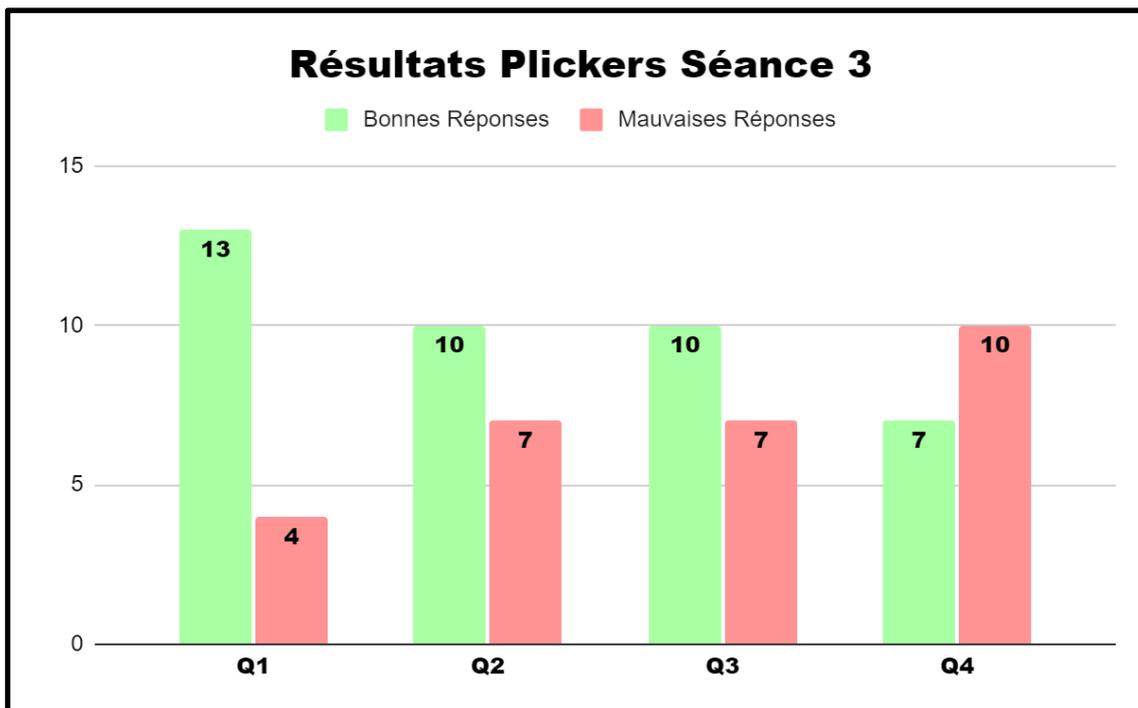


Figure 5 : Graphique montrant les résultats de l'évaluation formative en séance 3

Grâce à ce graphique il est en effet plus aisé de remarquer les questions où les élèves ont rencontré le plus de difficultés. On voit donc que la question ayant posée le plus de problème est donc la dernière, celle nécessitant de l'abstraction mais avec un schéma pour représenter la figure. Ce qui a donc sûrement posé problème ce sont les unités qui n'étaient pas les mêmes et qui donc, obligeaient les élèves à utiliser leurs compétences en conversion.

Par contre la question 2, obligeant les élèves à se représenter eux-mêmes la figure, a été réussie par plus de la moitié des élèves, mais on remarque quand même qu'elle a posé problème à sept élèves dans la classe.

## b) Séance 4

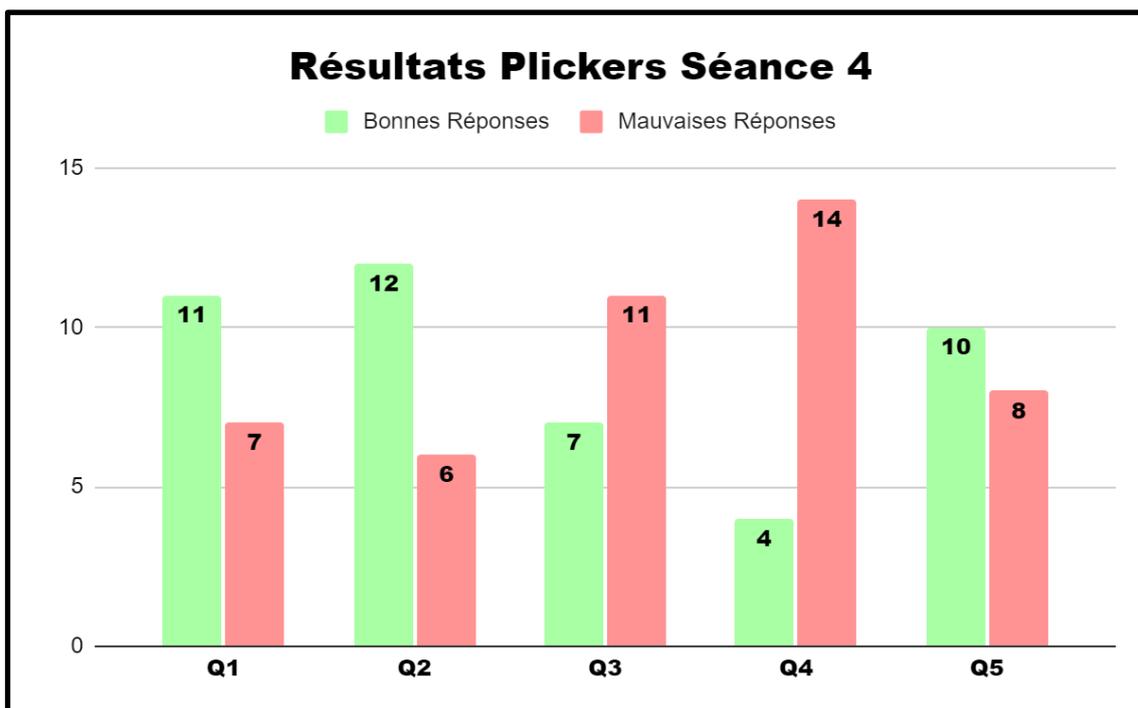


Figure 6 : Graphique montrant les résultats de l'évaluation formative en séance 4

Dans ce questionnaire contenant cinq questions cette fois, on remarque clairement que les deux tiers de la classe maîtrisent les connaissances au vu des résultats aux questions 1 et 2. Cependant, il est très clairement mis en évidence que les questions d'abstraction ont été compliquées pour la majorité des élèves, notamment celle nécessitant d'utiliser ses compétences en conversion (Q4) et celle où il fallait comparer deux périmètres de rectangles représentés (Q3).

Toutefois, je m'attendais à obtenir plus de mauvaises réponses sur la cinquième question, étant donné qu'il fallait trouver le périmètre d'une figure mais que celle-ci n'était pas représentée.

Je suppose donc que l'abstraction n'a pas été le plus gros problème ici, mais que c'est plutôt le calcul mental pour la troisième question et des lacunes en conversions mentales qui ont été un obstacle pour les élèves, même si pourtant ils avaient la possibilité de s'aider de l'ardoise si besoin.

Je pense également qu'il y a eu des erreurs d'étourderies ou une mauvaise manipulation du QRCode qui sert à répondre, ce qui a provoqué des mauvaises réponses. De plus, certains élèves semblaient également tellement motivés par l'utilisation de ce nouvel outil, qu'ils répondaient très rapidement sans réfléchir assez longuement à la question. L'abstraction a donc été un obstacle pour les élèves mais ce n'était visiblement pas le seul.

## 2. Analyse des résultats des évaluations sommatives

Lors de cette évaluation sommative, nous avons voulu évaluer trois compétences, pouvant être mobilisées à travers quatre exercices :

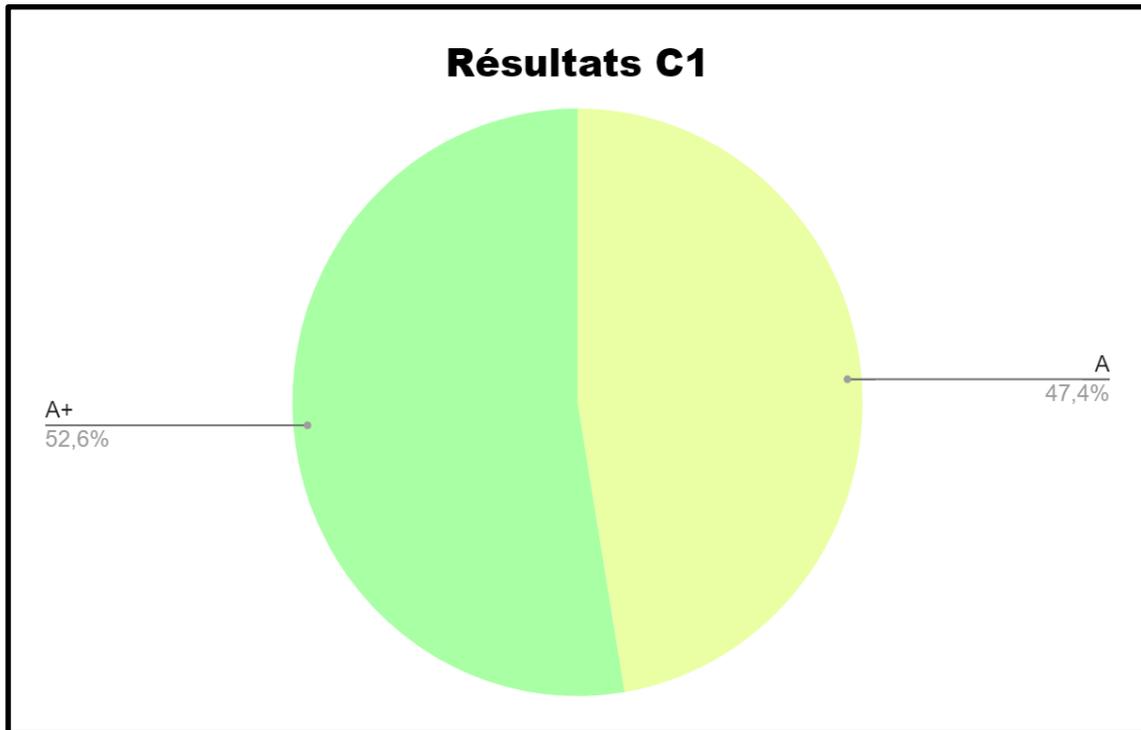
- C1 : Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés.
- C2 : Calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle, en utilisant une formule.
- C3 : Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
C1	X	X	X	
C2	X	X	X	X
C3				X

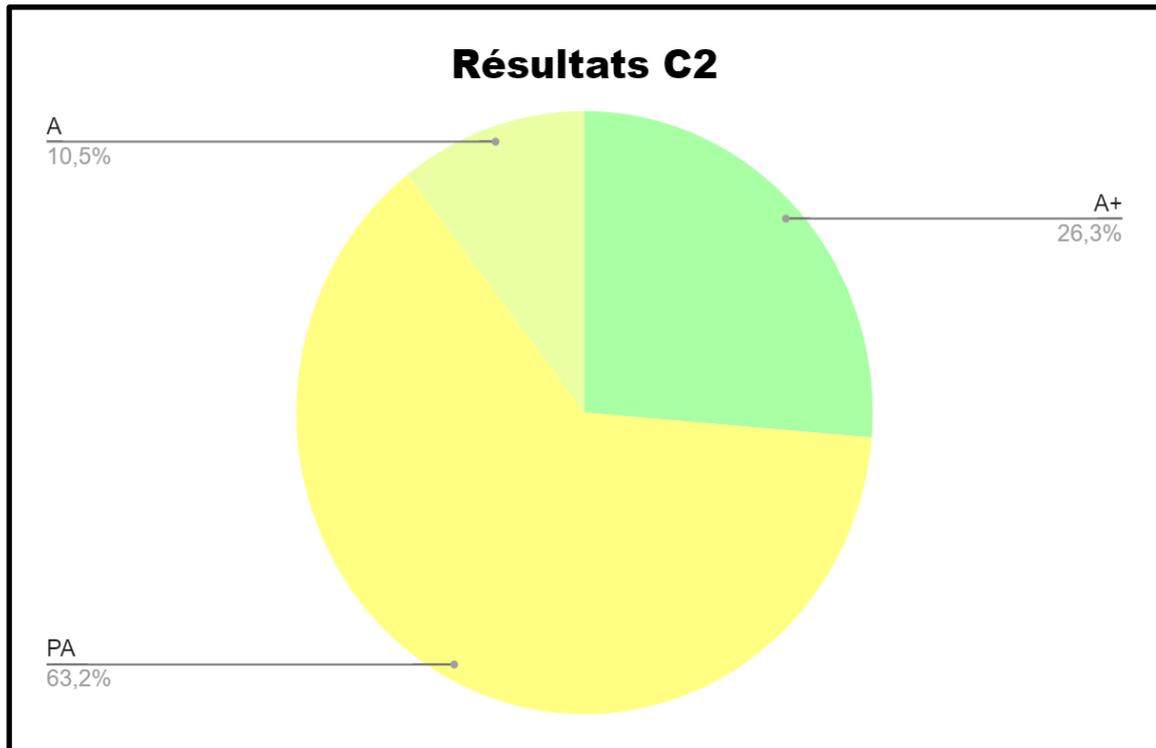
Tableau 2 : Récapitulatif des compétences mobilisées en fonction des exercices

Les élèves ont mobilisé ces compétences différemment, certains ont privilégié la C1 pour l'exercice 1 mais la C2 pour l'exercice 2 et inversement. Finalement, nous avons pu évaluer tous les élèves sur ces compétences au fil de l'évaluation.

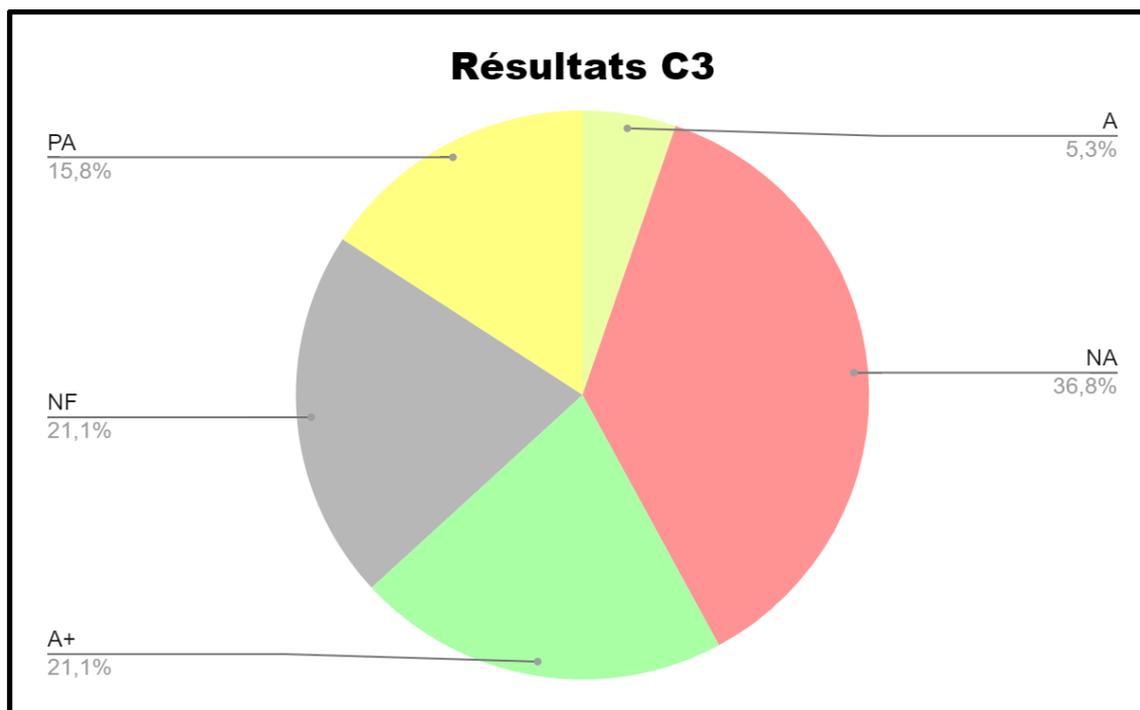
Nous avons gardé le système de notation de l'enseignante de la classe à savoir : A+, A, PA et NA, puisque les élèves sont habitués à ce système et cela leur permet de voir les compétences qu'ils ont acquises complètement, partiellement ou pas encore.



Pour ce qui est de la compétence C1, on voit qu'elle a été acquise par l'ensemble des élèves, et c'est celle que nous avons travaillée en séance 2 en manipulation lorsque nous cherchions le périmètre de la cour.



Pour la compétence C2, elle a été acquise pour plus d'un tiers des élèves et seulement partiellement acquise pour le reste de la classe. Cette compétence est relative à l'utilisation des formules pour calculer le périmètre, nous l'avons introduit après la séance de manipulation et les élèves n'ont donc pas manipulé pour découvrir cette notion et n'avaient que des exemples et exercices faits sur papiers pour se remémorer les formules et leurs utilisations.



La compétence C3 ne pouvait s'évaluer que dans le quatrième et dernier exercice et certains élèves n'ont pas eu le temps d'y arriver car l'exercice 2 et 3 ont nécessité du temps de réflexion, ce qui explique les 21,1% de non fait (NF). Pour le reste des élèves, il y en a une grande partie qui n'ont pas su résoudre les problèmes de conversions malgré le fait qu'ils aient pourtant réussi pour la majorité à trouver le périmètre qui leur était demandé, ce qui explique donc le NA.

Donc les élèves ont été pour la plupart capable de réinvestir les connaissances qu'ils avaient sur le calcul d'un périmètre mais lorsqu'il s'agissait de trouver une longueur d'un côté à partir du périmètre ou de tracer une figure à partir uniquement de son périmètre et non pas de la longueur de ses côtés les élèves étaient rapidement déstabilisés. (Exercices 2 et 3) Voir Annexe Résultats des exercices

## IX. Conclusion

A l'issue de mes lectures et de mes observations durant ma séquence réalisée en stage, je peux réagir aux hypothèses que j'ai émises au début de ce mémoire.

### - La géométrie est traditionnellement enseignée sans avoir recours aux gestes

En effet, dans les deux ouvrages différents que j'ai pu observer, les gestes n'étaient pas inclus dans les séquences sur le périmètre. Cependant, ils sont relativement plus présents lorsqu'il s'agit de l'étude des solides. En effet, les élèves ont souvent des patrons à construire ou à assembler pour pouvoir arriver à se les représenter dans l'espace.

### - La manipulation est recommandée

Que ce soit dans les repères de progressivité, ou bien dans les programmes officiels du cycle 3, la manipulation n'est qu'extrêmement peu évoquée en mathématiques. Généralement, elle est évoquée pour dire qu'il est bien de la mettre en place dans certains cas, mais la recommandation ne va pas jusqu'au bout en omettant de préciser comment la mettre en place, de quelle manière, avec quels objets et pourquoi.

### - Il existe différents moyens de manipulation que l'on peut utiliser en classe

Généralement les TICE peuvent être un moyen pour manipuler quelle que soit la notion traitée. Les TICE vont permettre de manipuler les élèves autrement pour passer, par étapes, de la manipulation d'objets à l'abstraction, car ils devront déjà être capable de mettre en œuvre certaines capacités à abstraire pour travailler avec les TICE.

Cependant, selon le domaine dans lequel on travaille, il y a évidemment plusieurs moyens différents de faire manipuler les élèves que ce soit les bandes ou les cubes pour la numération, la découverte des fractions ou des divisions, les solides à construire pour la géométrie dans l'espace, ou bien l'utilisation de réels outils de mesures et le déplacement dans divers espaces.

En soit, ils existent en effet de nombreux moyens pour faire manipuler les élèves, l'objectif étant de les détacher peu à peu de ces moyens afin qu'ils rentrent réellement dans les mathématiques.

#### **- La manipulation aide à rentrer dans les apprentissages**

La manipulation aide, en effet, les élèves à rentrer dans les apprentissages en créant de la motivation et de l'intérêt chez eux en leur donnant un but concret. De plus, elle permet d'ancrer le savoir chez les élèves plus facilement. On le voit par exemple avec la tâche similaire à la séance 1 et 2 qui est globalement réussie à l'évaluation (Ex 1, 3, 4(1)), par contre les tâches qui n'ont pas été vues en manipulation ont été moins bien réussies (Ex 2, Ex 4(2)).

En somme, la manipulation peut être en effet très profitable pour les élèves, qu'ils aient des difficultés ou non. Elle leur permet de découvrir une nouvelle notion en lui donnant du sens car elle sera concrétisée par les objets de manipulation et donc l'élève aura plus de facilités à comprendre ce qu'il doit faire, comment il faut le faire et finalement ce qu'il est en train de faire. De plus, un élève en difficulté pourra plus facilement prendre le temps qu'il lui est nécessaire pour manipuler et donc pour comprendre que s'il avait uniquement travaillé avec des exercices sur feuille.

Ce qui ne serait pas profitable c'est d'enfermer les élèves uniquement dans la manipulation en leur laissant systématiquement le matériel à manipuler. A terme, les élèves seraient incapables de résoudre un problème sans manipuler et ils seront pourtant forcément amenés à délaisser les objets de manipulation au bout d'un moment, que ce soit dans leur parcours scolaire ou dans la vie quotidienne car les mathématiques sont un concept abstrait.

## X. Bibliographie

BERDONNEAU C. (2006). De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques. CRDP de Rouen. Conférence pédagogique.

BROUSSEAU G. (2016). Situation vs tâche, transposition état vs processus complémentarité et incompatibilité locale de deux approches scientifiques (TSD et TAD) d'un même phénomène.

CHEVALLARD Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur.

DUVAL R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 10, 5-54.

HOUEMENT C. & KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM), 11, pp.175-193.

VILLANI C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.

Ministère de l'éducation nationale (2015). Programmes d'enseignement du cycle de consolidation (cycle 3).

Ministère de l'éducation nationale (2019). Repères annuels de progression du cycle 3.

## XI. Sitographie

Interview de Pierre Eysseric par Patrick Rayou de Être prof (2017). La manipulation en maths, oui ou non. Vous en pensez quoi ? Disponible sur : < <http://www.cahierspedagogiques.com/La-manipulation-en-maths-oui-ou-non-Vous-en-pensez-quoi> > (consulté le 09/04/18).

### XIII. Annexes

#### 1. Annexe 1

#### Page du manuel TOTEM sur le périmètre

Semaine 6

## Le périmètre du rectangle et du carré

*Les formules de calcul*

**MISE EN ROUTE** 

**RETIENS** 

Le **périmètre** est la longueur totale du contour d'une surface. C'est une mesure de longueur. Je dois l'écrire avec une unité.

EXEMPLES 5 m : 147 cm.

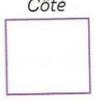
► **Pour calculer le périmètre d'un carré**  
Je multiplie la mesure d'un des côtés par 4. →  $\text{Côté} \times 4$

EXEMPLE Pour calculer le périmètre d'un carré de 5 cm de côté, je fais  $5 \times 4 = 20$ . Le périmètre de ce carré est 20 cm.

► **Pour calculer le périmètre d'un rectangle**  
Je fais la somme de la longueur et de la largeur exprimées dans la même unité, puis je multiplie par 2.  
→  $(L + l) \times 2$

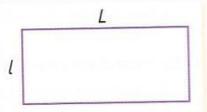
EXEMPLE Pour calculer le périmètre d'un rectangle de 6 dm de longueur et 3 dm de largeur, je fais  $(6 + 3) \times 2 = 18$ . Le périmètre de ce rectangle est 18 dm.

Côté



L

l



**ENTRAINE-TOI** 

1. Quel est le périmètre de chacun des carrés suivants ? (Sur ton cahier, écris le calcul et une phrase réponse pour chaque carré.)

	Côté
Carré 1	20 mm
Carré 2	4 cm
Carré 3	25 mm

2. Quel est le périmètre de chacun des rectangles suivants ? (Sur ton cahier, écris le calcul et une phrase réponse pour chaque rectangle.)

	Longueur	Largeur
Rectangle 1	18 mm	12 mm
Rectangle 2	4 cm	3 cm
Rectangle 3	25 mm	10 mm

**VÀ PLUS LOIN** 

3. Quel est en **mm** le périmètre de chacun des rectangles suivants ?

	Longueur	Largeur
Rectangle 1	35 mm	2 cm
Rectangle 2	5 cm	14 mm
Rectangle 3	72 mm	4 cm

4. La figure ABCD a 4 côtés. Quel est son périmètre en **mm** ?

AB	BC	CD	AD
31 mm	26 mm	2 cm	13 mm

5. Fais le même travail avec :

AB	BC	CD	AD
5 mm	34 mm	1 cm	1 mm

90

## 2. Annexe 2

## Fiche de préparation de séquence sur le périmètre

## a) Séance 1

Séance 1 : Introduction du périmètre		40 mn
<p><b>Objectifs spécifiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Objectif 1 : Introduction de la notion de périmètre à travers l'additivité des longueurs</li> <li>&gt; Objectif 2 : La longueur du contour de la table est la somme des longueurs des côtés</li> </ul> <p><b>Savoir-Faire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Reporter des longueurs</li> <li>&gt; Utiliser la règle pour mesurer des longueurs</li> </ul>		
<p><i>Matériel nécessaire :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- feuille blanche A4</li> <li>- crayon à papier + gomme</li> <li>- règle</li> <li>- ficelle plus grande que tout le tour de la table</li> <li>- ardoise</li> <li>- ruban adhésif</li> </ul>	<p><i>Difficultés prévisibles :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ne pas arriver à reporter les longueurs</li> </ul>	
Contenu	Organisation	Durée
<p><b>Étape 1 :</b> Donner à chaque binôme une ficelle, et leur demander de déterminer le contour de la table.</p> <p><u>Situation problème/consigne:</u> on veut décorer la classe et habiller le contour de la table avec du ruban décoratif que l'on a, on ne va vous donner que la longueur exacte que vous allez commander pour faire le contour entier de la table, vous devez utiliser uniquement la ficelle pour mesurer le contour de la table.</p> <p><b>Étape 2 :</b> Même situation problème mais avec une ficelle trop petite qui oblige le report.</p> <p><b>Étape 3 :</b> Les élèves passent leur commande, puis collent le ruban</p> <p><b>Étape 4 :</b> Mise en commun en groupe classe, verbalisation des procédures utilisées</p>	Binômes et collectif	<p><b>15 min</b></p> <p><b>15 min</b></p> <p><b>10 min</b></p>

## b) Séance 2

Séance 2 : Ligne brisée et dans la cour d'école		40 mn
<p><b>Objectifs spécifiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Objectif 1 : Calculer des longueurs et les ajouter pour trouver un périmètre</li> </ul> <p><b>Savoir-Faire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Rappel 1 mile = 1600 m</li> <li>&gt; Ajouter des longueurs</li> </ul>		
<p><b>Matériel nécessaire :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Décamètre</li> </ul>	<p><b>Difficultés prévisibles :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- N'additionnent pas les longueurs et les largeurs pour trouver la longueur totale du contour.</li> </ul>	
Contenu	Organisation	Durée
<p><b>Étape 1 :</b> Rappel de la séance 1</p> <p><b>Étape 2 :</b> Explication de la nouvelle situation problème : On voudrait savoir si tous les matins vous courez bien 1 mile, pour cela vous allez mesurer les quatre côtés de la cour en choisissant un outil adapté.</p> <p><b>Étape 3 :</b> Choix de chaque groupe de l'outil utilisé (décamètre, corde à sauter, mètre)</p>	Binômes et collectif	10 min
<p><b>Étape 1 :</b> Aller dans la cour, délimiter le terrain (Rapport Daily Mile) <u>Consigne:</u> En groupe, mesurer le contour de la cour. Vous pouvez utiliser l'ardoise ou le cahier d'essai pour noter vos résultats.</p> <p><b>Étape 2 :</b> Mise en commun des résultats trouvés. Vérification de la distance parcourue par jour</p> <p><b>Étape 3 :</b> Institutionnalisation : Expliquer que la longueur du contour d'une figure/forme s'appelle le périmètre (prendre fichier de leçon) et que pour trouver le périmètre, il faut additionner les longueurs des côtés</p>	4 groupes de 5 et collectif	30 min

## c) Séance 3

Séance 3 : Exercices d'application		30 mn
<p><b>Objectifs spécifiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Objectif 1 : Réinvestir ce qui a été vu dans les séances précédentes et les mettre en application</li> </ul> <p><b>Savoir-Faire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Mesurer des longueurs</li> <li>&gt; calculer des longueurs</li> </ul>		
<p><i>Matériel nécessaire :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cahier d'essais</li> <li>- Feuilles d'exercices</li> </ul>	<p><i>Difficultés prévisibles :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Passer du réel à l'abstrait</li> </ul>	
Contenu	Organisation	Durée
<p><b>Étape 1</b> : Distribuer les exercices et les faire individuellement</p> <p><b>Étape 2</b> : Aller faire un exercice en salle informatique (Learning Apps : <a href="https://learningapps.org/22361973">https://learningapps.org/22361973</a>)</p> <p><b>Étape 3</b> : Faire un quizz Plickers (évaluation formative)</p>	Individuellement	<b>30 min</b>

i) Fiches d'exercices séance 3

Prénom : ..... Date : .....

## EXERCICES

---

Ligne A 

 Ligne B

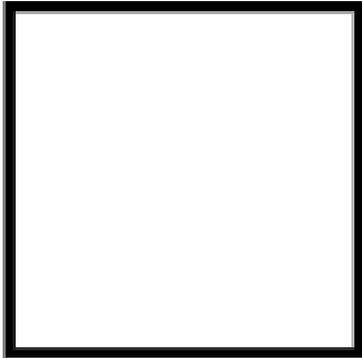
1) Quelle est la longueur de chacune des lignes ?

- Longueur de la ligne A : .....
- Longueur de la ligne B : .....



2) Quel est le périmètre de ce triangle ?

.....  
.....  
.....



3) Quel est le périmètre de ce carré ?

.....  
.....  
.....



4) quel est le périmètre de ce rectangle ?

.....  
.....  
.....

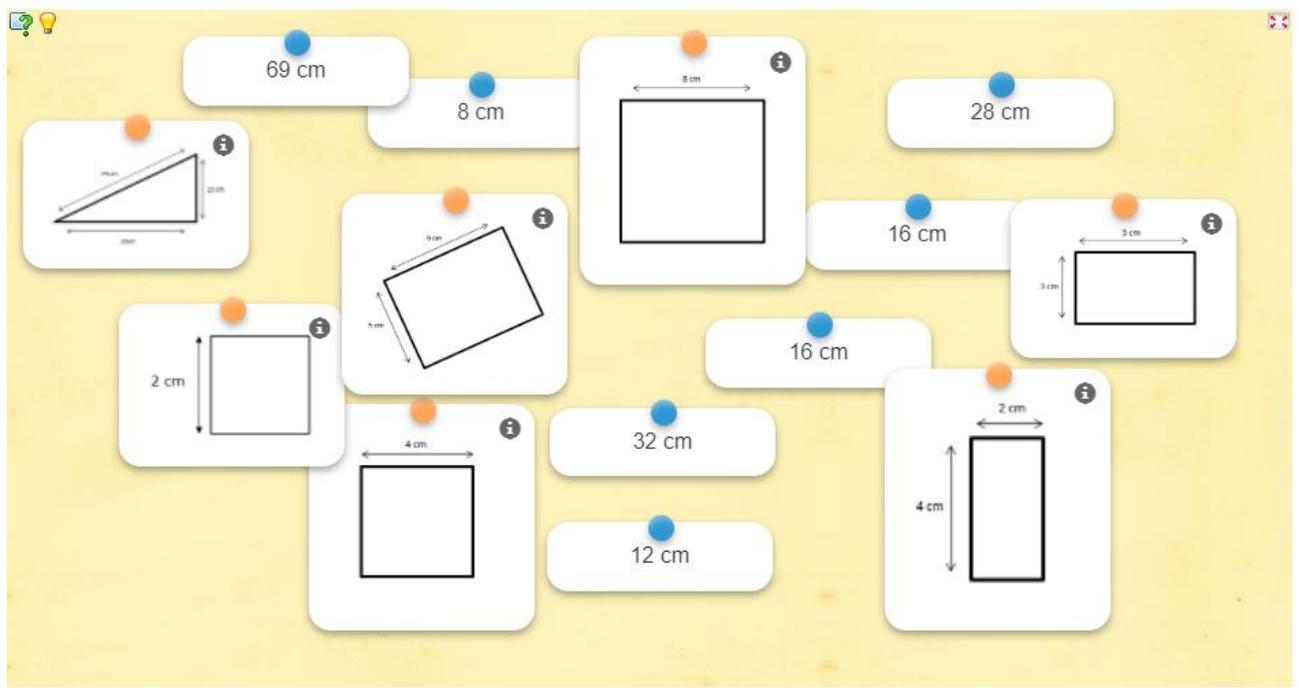
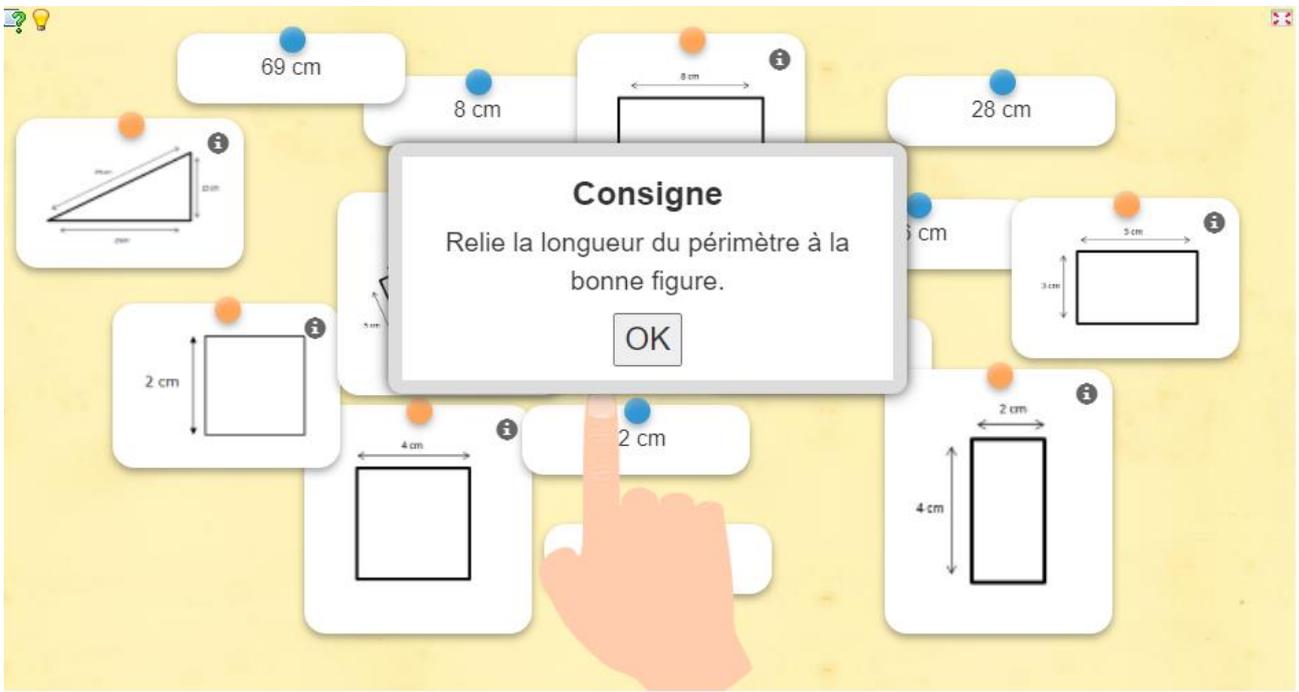
5) La figure est un carré de côté 5 cm, quel est son périmètre ?

.....  
.....  
.....  
.....

6) La figure est un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 22 mm, quel est le périmètre ?

.....  
.....  
.....  
.....

ii) Captures d'écran du Learning Apps



## iii) Questions Quiz Plickers Séance 3

Question 1

**Calculer le périmètre d'une figure c'est ...**

- A** chercher la longueur de son contour.
- B** chercher sa surface.
- C** chercher son volume.

Question 2

**Un carré dont la longueur de ses cotés mesure 8 cm a pour périmètre :**

- A** 30 cm
- B** 32 cm
- C** 34 cm
- D** 38 cm

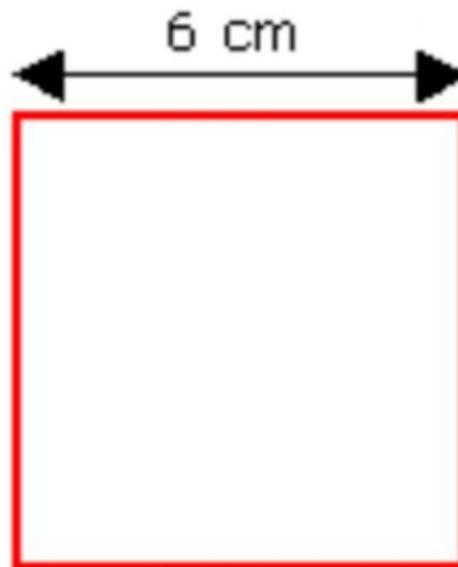
Question 3

On ne peut pas exprimer un périmètre en :

- A Litre
- B Millimètre
- C Kilomètre
- D Décamètre

Question 4

Le périmètre de ce carré est :



- A 240 mm
- B 12 cm
- C 18 cm
- D 120 mm

## d) Séance 4

Séance 4 : Formules carré/rectangle et exercices de calcul		35 min
<p><b>Objectifs spécifiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Objectif 1 : Réinvestir ce qui a été vu dans les séances précédentes et les mettre en application</li> <li>&gt; Objectif 2 : Appréhender les formules de calcul du périmètre d'un carré et d'un rectangle</li> </ul> <p><b>Savoir-Faire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Calculer des longueurs et des périmètres</li> <li>&gt; Convertir des unités de longueur</li> </ul>		
<p>Matériel nécessaire :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Feuilles d'exercices</li> <li>- Feuilles formules</li> </ul>	<p>Difficultés prévisibles :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ne pas savoir appliquer les formules</li> </ul>	
Contenu	Organisation	Durée
<p><b>Étape 1</b> : Rendre les fiches d'exercices corrigés, leur rappeler que pour répondre à une question il faut écrire le calcul qu'ils ont fait pour trouver la réponse, puis il faut faire une phrase réponse correcte comme par exemple "le périmètre du carré est égal à 20 cm." et non "le carré fait 20 cm." Rappeler qu'il ne faut pas oublier les unités.</p> <p><b>Étape 2</b> : Rappeler que certaines longueurs se répètent dans certaines figures (carré/rectangle), leur demander lesquelles, et comment en utilisant un autre moyen de calcul (multiplication) on peut trouver plus rapidement le périmètre sans avoir à ajouter toutes les longueurs une par une. Leur distribuer la feuille des formules, et la remplir ensemble.</p> <p><b>Étape 3</b> : Distribuer les fichiers d'exercices Prendre les élèves ayant eu du mal à la séance précédente dans l'autre salle pour revoir les exercices avec eux.</p>	Collectif et individuel	35 min

## i) Questions Quiz Plickers Séance 4

Question 1

**Pour calculer la longueur du contour d'un rectangle, je peux utiliser la formule :**

- A  $L + l$
- B  $L \times l$
- C  $(L + l) \times 2$
- D  $(L \times l) + 2$

Question 2

**Pour calculer le périmètre d'un carré, je peux utiliser la formule :**

- A  $2 + c$
- B  $4 + c$
- C  $4 \times c$
- D  $2 \times c$

Question 3

Ces deux rectangles ont le même périmètre.



- A Vrai
- B Faux

Question 4

Si un carré a un périmètre de 16 mètres, alors la longueur d'un de ses côtés est égale à :

- A 40 m
- B 4 cm
- C 400 cm
- D 4 mm

Question 5

Si un rectangle a un périmètre de 18 cm, des longueurs de 5 cm, combien mesurent ses largeurs ?

- A 8 cm
- B 4 cm
- C 2 cm
- D 6 cm

## e) Séance 5

Séance 5 : Evaluation sommative		40 min
<p><b>Objectifs spécifiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Objectif 1 : Réinvestir ce qui a été vu dans les séances précédentes et les mettre en application</li> </ul> <p><b>Savoir-Faire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; Calculer des longueurs et des périmètres</li> <li>&gt; Répondre à des questions en mathématiques</li> </ul>		
<p><i>Matériel nécessaire :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Feuille d'évaluation</li> </ul>	<p><i>Difficultés prévisibles :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ne pas savoir répondre aux questions et réinvestir les connaissances.</li> </ul>	
Contenu	Organisation	Durée
<p><b>Étape 1 :</b> Distribution de la feuille d'évaluation</p> <p><b>Étape 2 :</b> Lecture des consignes et reformulation si nécessaire</p>	Individuellement	<b>40 min</b>

i) Fiche d'évaluation

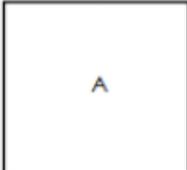
Prénom : \_\_\_\_\_ Date: \_\_\_\_\_

## Evaluation

Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés.	
Calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle en utilisant une formule.	
Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.	

1) Calcule le périmètre des figures suivantes.

6 cm



A

12 cm



B

**Périmètre de la figure A**

P=.....

**Périmètre de la figure B**

P=.....

2) Complète les tableaux suivants.

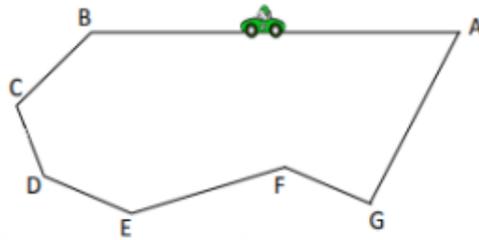
Carré	
Côté	Périmètre
12 m	.....
.....	24 m
30 cm	.....

Rectangle		
Longueur	Largeur	Périmètre
.....	12 m	44 m
35 cm	.....	120 cm
50 m	30 m	.....

3) Trace un rectangle de 20 cm de périmètre. Inscris les mesures de ses côtés.

4) Fais tes calculs, puis écris ta réponse.

Voici un circuit automobile que les coureurs vont parcourir deux fois.  
Calcule en kilomètres la distance totale parcourue.



$$AB = 950 \text{ m}$$

$$BC = 260 \text{ m}$$

$$CD = 200 \text{ m}$$

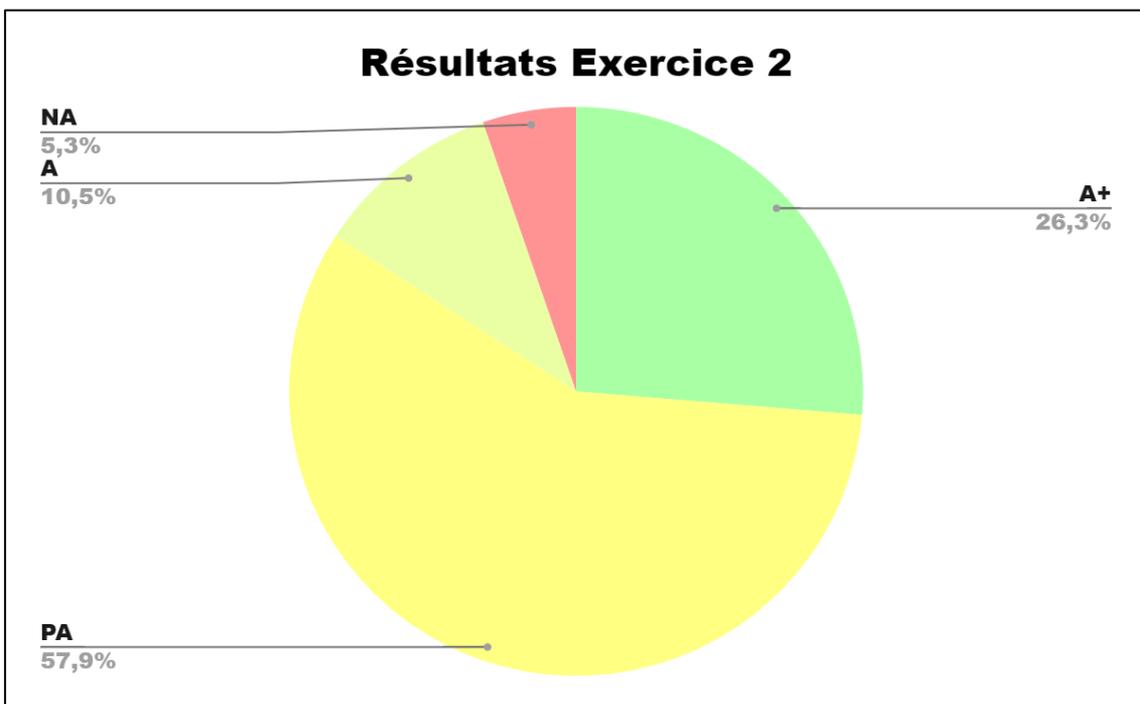
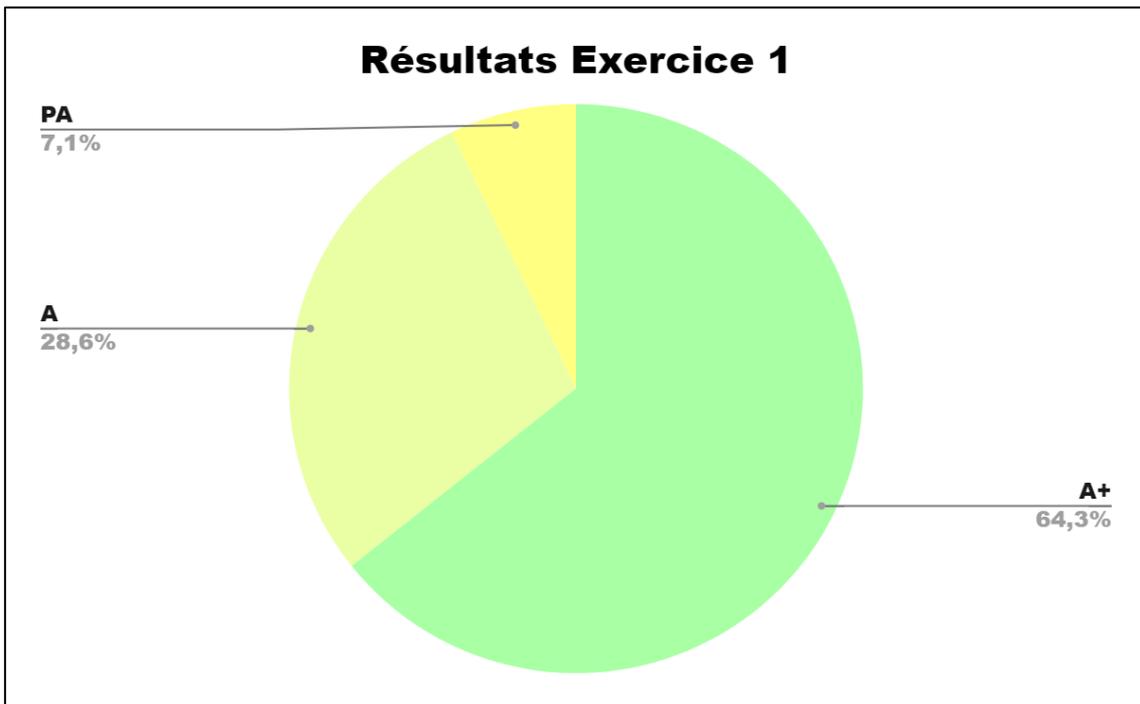
$$DE = 250 \text{ m}$$

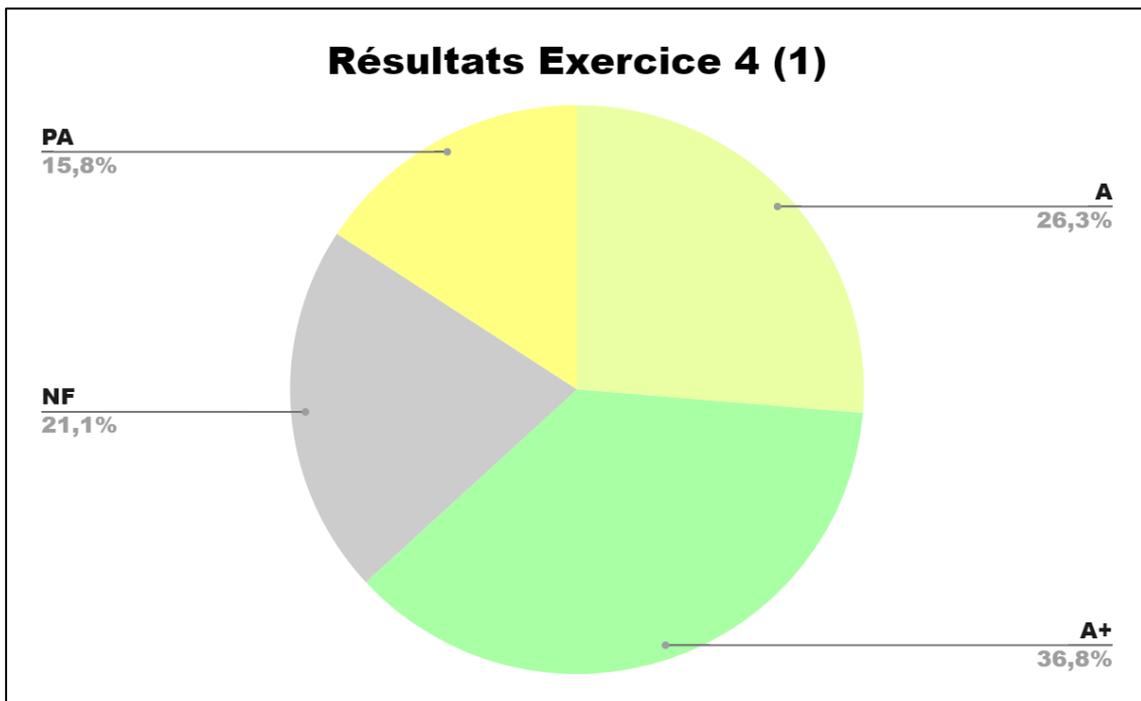
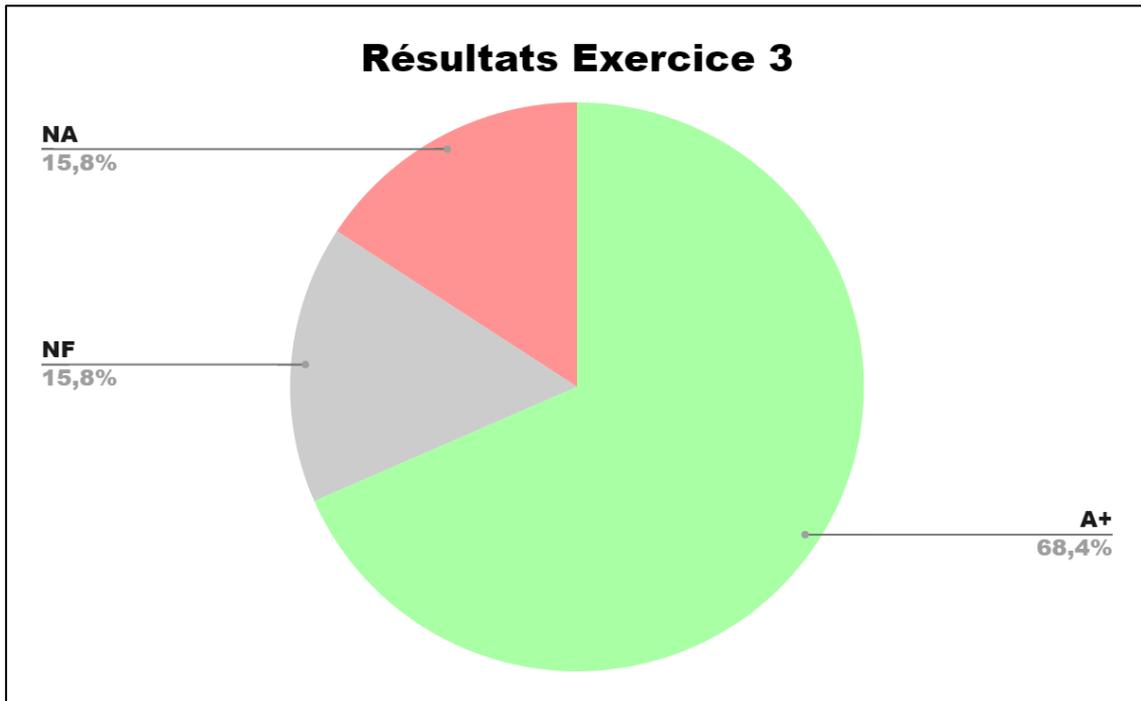
$$EF = 420 \text{ m}$$

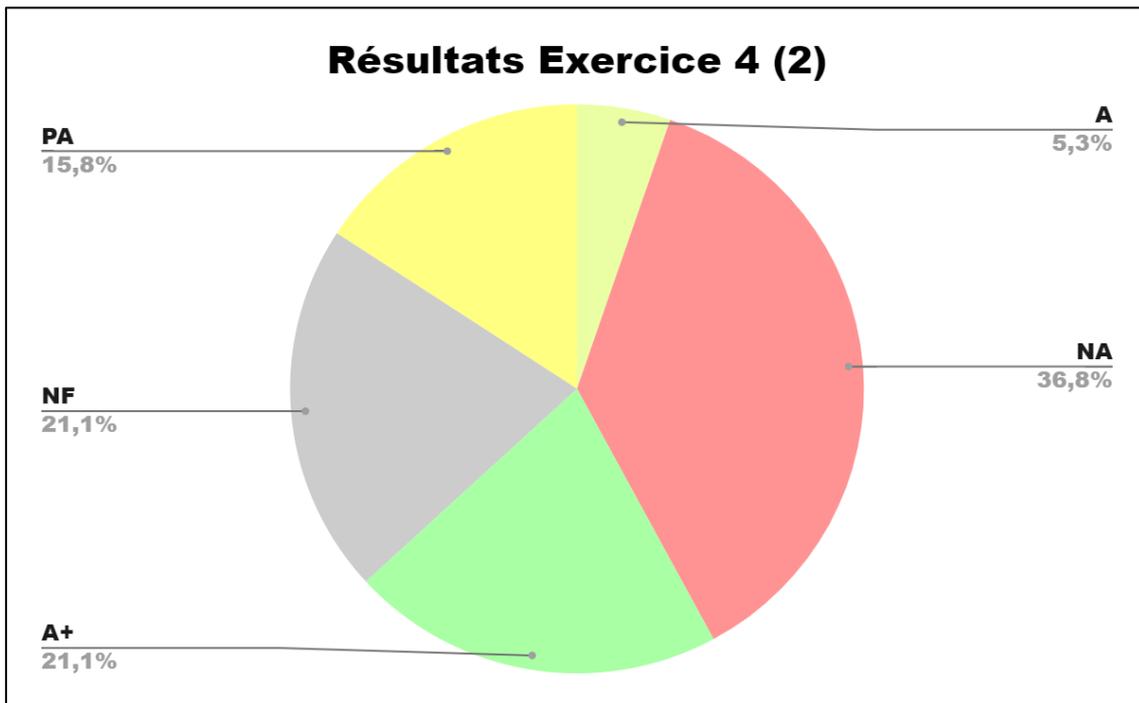
$$FG = 250 \text{ m}$$

$$GA = 480 \text{ m}$$

ii) Résultats des exercices







Etant donné qu'il y avait deux compétences évaluées dans l'exercice 4 :

Les résultats Exercice 4 (1) correspondent à la réussite ou non des élèves par rapport à la compétence « Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés ».

Les résultats Exercice 4 (2) correspondent à la réussite ou non des élèves par rapport à la compétence « Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions ».