École supérieure du professorat et de l'éducation Toulouse Midi-Pyrénées	Université Toulouse Jean Jaurès	Université Fédérale Toulouse Midi-Pyrénées

MASTER « MÉTIERS DE L'ÉDUCATION, DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA FORMATION»	
Mention	**Parcours**
Premier degré	Professeur des écoles stagiaire

Domaine de recherche Sciences Centre Rodez

MEMOIRE

Les problèmes pour chercher :

un moyen d'aider les élèves en résolution de problèmes ?

Présenté et soutenu par :
Jennifer Pelissier

Directeur de mémoire	**Co-directeur de mémoire**
Marc CAILHOL	

Membres du jury de soutenance :

- Marc CAILHOL
- Éric LAGUERRE

Soutenu le
25/06/2018

Année universitaire 2017-2018

Remerciements

Je souhaitais adresser mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué à la rédaction de mon mémoire.

Je remercie tout particulièrement mon encadrant, Marc Cailhol, pour ses conseils et son aide précieuse tout au long de ces deux dernières années. J’adresse également mes remerciements à ses collègues de l’IREM de Toulouse pour m’avoir donné accès à leurs recherches en cours.

Je remercie aussi mes élèves pour leur contribution essentielle à ce projet de recherche.

Enfin, je remercie mes collègues, ma famille et mes proches pour leur soutien sans faille tout au long de mes recherches.

Sommaire

Introduction.. 1

I. Partie théorique 3

A. Cadrage théorique de la partie expérimentale 3

1. Définitions d’un problème.. 3

2. Différentes typologies de problèmes 4

a) Typologie de problème par fonction 4

(1) Les problèmes pour apprendre 5

(a) Les situations-problèmes 5

(b) Les problèmes d’application et de réinvestissement 6

(2) Les problèmes pour chercher 6

b) Typologie de problème selon C. Houdement 7

(1) Les problèmes basiques.. 7

(2) Les problèmes complexes 8

(3) Les problèmes atypiques... 8

3. Quel lien entre la résolution de problèmes et les problèmes pour chercher ? 8

a) Construction de la représentation des problèmes 8

b) Mémoire des problèmes et schémas de problèmes 9

(1) Schémas de problèmes de type abstrait 10

(2) Schémas de problèmes de type cas 11

(3) Schémas de problèmes de type regroupement......................... 11

c) La place du contrat didactique dans la résolution de problèmes 12

d) Les problèmes pour chercher, une solution à la résolution de problèmes ? 12

B. Problématique 13

C. Questions de recherches choisies 13

1. Hypothèses du protocole 14

a) Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher s'engagent plus facilement dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, du champ additif 14

b) Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, du champ additif 15

c) Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher aboutissent davantage à la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, du champ additif 16

2. Influence des apprentissages en cours sur les résultats de l'expérimentation 16

II. Partie expérimentale 17

A. Description du protocole de recueil de données 17

1. Concernant le pré-test et le post-test 17

a) Choix des problèmes 17

(1) Choix des problèmes basiques 18

(a) Premier problème basique 18

(b) Deuxième problème basique 19

(c) Troisième problème basique 20

(d) Quatrième problème basique 21

(2) Choix des problèmes complexes 22

(a) Premier problème complexe 22

(b) Second problème complexe 23

b) Conditions de passation 24

2. Concernant les séances de problèmes pour chercher 25

a) Le choix des problèmes 25

b) Le déroulement d'une séance de problème pour chercher 27

B. Analyse des données recueillies 30

1. Analyse des données afin de valider ou d'invalider la première hypothèse 30

a) Critères d'analyse retenus 30

b) Analyse des données 31

(1) Analyse du quatrième problème basique 32

(2) Analyse du second problème complexe 34

c) Validation ou rejet de la première hypothèse 36

2. Analyse des données afin de valider ou d'invalider la deuxième hypothèse 37

a) Critères d'analyse retenus 37

b) Analyse des données 38

(1) Évolution du nombre d'étapes dans la résolution du problème complexe 1 38

(2) Évolution de la résolution des problèmes à plusieurs solutions. 40

(3) Gabriel et la sorcière Maléfix : une observation d'élève lors des séances de problème pour chercher 41

c) Validation ou rejet de la deuxième hypothèse 43

3. Analyse des données afin de valider ou d'invalider la troisième hypothèse 44

a) Critères d'analyse retenus 44

b) Analyse des données 44

(1) Premier problème basique 44

(2) Deuxième problème basique 45

(3) Troisième problème basique 46

(4) Quatrième problème basique ... 47
(5) Premier problème complexe ... 48
(6) Second problème complexe ... 49
c) Validation ou rejet de la troisième hypothèse ... 50
4. Conclusion ... 53
C. Discussion – conclusion ... 53
1. Historique de la recherche menée ... 53
2. Réponse à la problématique ... 54
3. Limites de la recherche ... 55
a) Une analyse centrée sur des résultats écrits ... 55
b) Une analyse menée sur une population restreinte ... 56
c) Une analyse non-comparative ... 56
4. Prolongements de la recherche ... 56
5. Apports personnels et professionnels de cette recherche ... 57
Bibliographie ... 59

Introduction

Les programmes de 2002[1] soulignent que la résolution de problèmes mathématiques est « au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées ». Les programmes du 20 février 2008 tout comme ceux du 26 novembre 2015 s'accordent également à dire que la résolution de problème doit se pratiquer dans tous les domaines de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, à savoir : nombres et calculs, espace et géométrie, et grandeurs et mesures.

Pourtant la pratique des problèmes mathématiques dans les classes soulève des interrogations. Comme j'ai pu l'observer les années précédentes lors des différents stages d'observation et de pratique accompagnée, et cette année avec ma classe de CE2 – CM1, la résolution de problèmes mathématiques est une tâche complexe pour beaucoup d'élèves. Face aux difficultés rencontrées par les élèves dans cette activité, et en tant que professeur des écoles stagiaire, il m'a paru intéressant d'orienter mon mémoire de recherche sur l'enseignement et les apprentissages liés à la résolution de problèmes.

Mes lectures m'ont amenée à la découverte des problèmes pour chercher, également appelés problèmes ouverts. De nombreuses hypothèses ont été soulevées quant à l'influence d'une pratique régulière de ce type de problèmes sur les élèves. M. Mante et G. Arsac[2] pensent notamment que :

- La pratique de problèmes pour chercher motiverait grandement les élèves en raison d'une appropriation rapide du problème et de la possibilité de s'engager dans la recherche pour tous.
- La pratique de problèmes pour chercher laisserait place à l'imagination des élèves qui peuvent utiliser des méthodes qui leur sont propres et ne se retrouvent pas contraints à l'utilisation de la méthode experte comme cela est le plus souvent le cas.

[1] MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. *B.O. Hors-série n°1 du 14 février 2002 fixant les programmes d'enseignement de l'école primaire. 2002.*

[2] ARSAC Gilbert, MANTE Michel. *Les pratiques du problème ouvert*. p.20. 2007.

- Au cours des activités de recherches, les élèves apprendraient à travailler en groupe, mais également à débattre pour défendre leur point de vue et justifier ce qu'ils avancent. Les élèves gagneraient notamment en autonomie en prenant conscience que le professeur n'est le plus le seul référent et le seul garant de la validation.
- Enfin, les élèves modifieraient leur rapport aux mathématiques en ne les voyant plus seulement comme des exercices consistant à appliquer certaines techniques étudiées.

C. Houdement[3] s'interroge quant à elle sur la possible influence que pourraient avoir les problèmes pour chercher dans la résolution de problèmes plus classiques, et plus particulièrement s'ils pourraient susciter l'engagement des élèves dans la résolution des problèmes.

Dans le cadre de mon mémoire, j’ai principalement centré mes recherches sur cette dernière hypothèse, envisagée par C. Houdement, afin de voir si la pratique régulière des problèmes ouverts en classe influençait les élèves dans la résolution des problèmes mathématiques.

---

[3] HOUDEMENT Catherine. *Problèmes numériques à l’école primaire : une fenêtre sur des problématiques d’enseignement.* In *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. pp 50 – 85. 2013.

I. Partie théorique

A. Cadrage théorique de la partie expérimentale

1. Définitions d'un problème

Le dictionnaire de l'Académie Française[4] définit un problème, dans le domaine de l'enseignement, de la manière suivante :

Dans les matières scientifiques, exercice qui consiste à répondre à une question, à démontrer une proposition, un théorème, etc., en s'appuyant sur les données fournies par l'énoncé.

Jean Brun[5] parle d'un problème comme d' « *une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but ».* Tout problème n'est donc pas problème pour tous, car comme le précise J. Brun : « *Il n'y a problème que dans un rapport sujet / situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire.* »

Un problème arithmétique est un problème dans lequel interviennent les propriétés des nombres et aux propriétés des opérations sur ces nombres.

Un problème arithmétique relevant du champ additif est donc un problème arithmétique dont le traitement relève d'une addition ou d'une soustraction[6].

---

[4] Dictionnaire de l'Académie française, 9ème édition (en cours de rédaction)
[5] BRUN Jean. La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives. In : Math-Ecole. 1990, n° 141, pp 2-15
[6] JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002

2. Différentes typologies de problèmes

a) *Typologie de problème par fonction*

Différentes fonctions peuvent caractériser les problèmes mathématiques utilisés à l'école. Ces fonctions, qui correspondent à des objectifs d'apprentissage différents, sont présentées dans le document d'accompagnement[7] Les problèmes pour chercher de 2002 :

- Les « problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance » que l'on appelle le plus souvent *situations-problèmes*.
- Les « problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer » ou encore *problèmes d'application*.
- Les « problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances », souvent appelés *problèmes de réinvestissement ou de transfert*.
- Les « problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte» qui sont le sujet qui nous intéresse, c'est-à-dire les *problèmes ouverts* ou *problèmes pour chercher*.

Les trois premières fonctions sont regroupées dans ce que l'on appelle les problèmes pour apprendre tandis que la dernière fonction relève des problèmes pour chercher[8].

[7] MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. *Document d'accompagnement Les problèmes pour chercher. 2002.*
[8] CHARNEY Roland. Problème ouvert problème pour chercher. Grand N, n°51, 1992, pp. 77 – 83

(1) Les problèmes pour apprendre

(a) Les situations-problèmes

Régine Douady[9] caractérise les situations-problèmes de la manière suivante :

1) L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème et envisager la réponse possible.

2) Les connaissances de l'élève sont en principe insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème.

3) La situation-problème doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou non.

4) La connaissance que l'enseignant souhaite voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève.

5) Le problème peut se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances (par exemple le cadre physique, le cadre géométrique et le cadre graphique).

En mathématique, les situations-problèmes vont conduire l’élève à construire une nouvelle connaissance, indispensable à la résolution du problème.

Face à ce type de problème, les élèves sont confrontés à la limite ou à l’insuffisance de leurs connaissances et doivent mettre en place de nouvelles stratégies pour résoudre le problème qui seront à la base d’une nouvelle connaissance qui s’enrichira progressivement.

[9] DOUADY Régine (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. Repères-IREM n°15

(b) Les problèmes d'application et de réinvestissement

Les problèmes de réinvestissement sont traités à deux niveaux. Tout d'abord, on trouve les problèmes d'application qui permettent d'exercer les connaissances et les compétences déjà travaillées. Ensuite viennent les problèmes dits de réinvestissement, plus complexes que les précédents et dont la résolution nécessite de mobiliser plusieurs catégories de connaissances.

La résolution de ce type de problème amène l'élève à résoudre de manière experte certains problèmes par une reconnaissance de plus en plus aisée du traitement approprié.

(2) Les problèmes pour chercher

Un problème ouvert, ou problème pour chercher est un véritable problème de recherche pour lequel l'élève n'a pas accès direct à la solution. L'IREM de Lyon[10] explique que l'énoncé du problème doit respecter quatre critères :

- L'énoncé doit être court afin de donner une apparence de facilité aux élèves qui les motivera à chercher une solution.
- La méthode et la solution ne doivent pas être induites, ainsi les élèves devront émettre des hypothèses et faire plusieurs essais.
- Le problème doit se trouver dans un domaine conceptuel proche des élèves : afin qu'ils puissent produire des résultats partiels dès la première séance, le problème ne doit pas leur sembler ou être hors de leur portée.
- Il est préférable que le problème offre plusieurs procédures de résolution possibles, voire plusieurs solutions : cela multiplie les résultats trouvés par les élèves et les amène à confronter leurs recherches.

[10] ARSAC Gilbert, MANTE Michel. Les pratiques du problème ouvert. p.20. 2007.

b) *Typologie de problème selon C. Houdement*

C. Houdement[11] préfère une typologie à trois pôles à ce qu'elle appelle l'opposition des problèmes routiniers (problèmes pour apprendre) aux problèmes non-routiniers (problèmes pour chercher). La typologie qu'elle propose ne s'appuie donc pas sur les fonctions d'apprentissage des problèmes. Sa typologie de problème se compose de problèmes basiques, de problèmes complexes et de problèmes atypiques.

(1) Les problèmes basiques

Les problèmes basiques ont deux caractéristiques :

- Ce sont des problèmes soit à deux données numériques à partir desquelles il faut déduire un troisième nombre, notamment en utilisant une des quatre opérations arithmétiques, soit à trois données ou plus à partir desquelles il faut déduire d'autres nombres en s'appuyant sur le modèle proportionnel.
- Les énoncés ne doivent pas comporter de surcharge d'informations.

Ces problèmes ont parfois été appelés problème à une opération, et la classification des problèmes selon Vergnaud en 1997 a permis de les distinguer en fonction du type de raisonnement en jeu afin de comprendre quelle relation entretiennent les différents éléments de l'énoncé. Ces opérations de pensée sont également appelées "calcul relationnel"[12].

[11] HOUDEMENT Catherine. *Problèmes numériques à l'école primaire : une fenêtre sur des problématiques d'enseignement.* In *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. pp 50 – 85. 2013.

[12] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. 2001

(2) Les problèmes complexes

La résolution des problèmes dits complexes nécessite une bonne maîtrise des problèmes basiques bien qu'il ne s'agisse pas d'un simple enchaînement de problèmes basiques. En effet, l'élève doit analyser les données et planifier les sous-problèmes qu'il devra résoudre avant d'aboutir à la solution finale. À cette planification anticipée s'ajoutent des informations plus nombreuses dans l'énoncé. Cette quantité d'informations rend l'interprétation et la structuration plus complexes d'un point de vue cognitif.

(3) Les problèmes atypiques

Les problèmes atypiques s'apparentent aux problèmes pour chercher : ils constituent pour les élèves l'opportunité de rencontrer des situations inédites qu'ils parviennent à résoudre avec les connaissances qu'ils possèdent déjà.

3. Quel lien entre la résolution de problèmes et les problèmes pour chercher ?

a) Construction de la représentation des problèmes

Selon Julo[13], « comprendre quelque chose serait, d'une manière ou d'une autre, construire une représentation de cette chose ». Pour comprendre un problème afin de le résoudre, il est donc nécessaire de se le représenter. Construire une représentation d'un problème implique alors une importante activité mentale qui fait appel à plusieurs processus traitant les informations.

[13] JULO Jules. Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, Renne : Presses universitaires de Rennes. 1995.

Pourtant, « la représentation du problème ne se réduit pas à la représentation de l'énoncé[14] ». Julo[15] relève trois processus simultanés, interagissant entre eux, qui composent l'activité mentale nécessaire à la représentation d'un problème :

- *Interpréter et sélectionner* : ce processus permet de décoder les informations de l'énoncé en s'appuyant sur le contexte sémantique et sur les connaissances déjà sues ;
- *Structurer* : ce processus organise la représentation du problème tout au long de l'analyse ;
- *Opérationnaliser* : ce processus se traduit par l'emploi de connaissances opératoires qui conduit à une action effective dans la résolution du problème.

b) Mémoire des problèmes et schémas de problèmes

En psychologie cognitive les schémas sont des structures abstraites de représentation des connaissances et des expériences passées inscrites dans la mémoire à long terme. L'existence de schémas influence donc les opérations traitées par la mémoire à long terme en particulier l'organisation des informations stockées dans la mémoire à long terme et donc la récupération de ces informations. La thèse de Julo est celle de l'existence d'une mémoire des problèmes qui actionnerait différents schémas de problèmes.

D'autres connaissances sont « *liées directement aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle que nous avons acquise à leur propos*[16] ». Julo nomme ces connaissances « schémas de problèmes ». Ces schémas de problèmes

[14] HOUDEMENT Catherine. Problèmes numériques à l'école primaire : une fenêtre sur des problématiques d'enseignement. In Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques. pp 50 – 85. 2013.
[15] JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002
[16] JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002

se construisent par l'expérience individuelle de chacun et s'inscrivent dans notre mémoire de manière inconsciente. Julo[17] organise les schémas de problèmes en trois catégories :

- Des schémas de problèmes de type abstrait ;
- Des schémas de problèmes de type cas ;
- Des schémas de problèmes de type regroupement.

Ces trois types de schémas de problèmes se développeraient parallèlement les uns des autres et seraient tout autant distincts que complémentaires puisqu'ils s'imbriqueraient partiellement tout en conservant leurs fonctions propres.

(1) Schémas de problèmes de type abstrait

Les schémas de problèmes de type abstrait sont basés sur l'analogie. Ils regroupent des problèmes dont les structures, c'est-à-dire les éléments caractéristiques d'une classe de problème du point de vue des connaissances en jeu[18], sont similaires. Julo émet l'hypothèse selon laquelle il existerait trois types de schémas de type abstrait :

- Ceux qui sont associés à des catégories de problèmes bien différenciées telles que le propose la classification des problèmes additifs et multiplicatifs de G. Vergnaud.
- Ceux que l'élève associe aux outils de modélisation pouvant être introduits par l'enseignant comme les tableaux de proportionnalité ou les schémas de modélisation que l'on retrouve dans la méthode de Singapour.
- Ceux qui se rapportent à une procédure de résolution qui devient une méthode de résolution pour une catégorie de problèmes comme l'utilisation de la règle de trois.

[17] JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002

[18] JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002

(2) Schémas de problèmes de type cas

Les schémas de types cas sont formés par des problèmes qui laissent une résonnance particulière chez le sujet. Ces schémas occuperaient un statut particulier chez le sujet et serviraient d'exemple, de référence. Ce ne sont pas les circonstances de la résolution du problème qui marquent le sujet mais bien la forte élaboration cognitive nécessaire à la résolution du problème. Cette résonance est donc « de nature sémantique[19] ».

L'intervention des schémas de type cas serait le plus souvent totalement implicite, bien qu'elle puisse parfois se faire consciemment, notamment lors de la mise en place de raisonnement par analogie explicite, faisant par exemple référence à un problème antérieurement résolu.

(3) Schémas de problèmes de type regroupement

Les schémas de problèmes de type regroupement sont basés sur des critères plus personnels. Ces schémas se formeraient, non pas sur la structure mathématique du problème, mais sur ce que l'on appelle les « traits de surfaces ». Ces traits de surfaces correspondent entre autre à l'habillage du problème, et des schémas de problèmes pourraient se créer à partir des ressemblances de surface. Ainsi, des problèmes traitant d'objets ou de grandeurs particulières, comme par exemple les problèmes faisant intervenir des prix, feraient l'objet d'une catégorisation s'inscrivant dans notre mémoire.

[19] JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002

c) La place du contrat didactique dans la résolution de problèmes

G. Brousseau introduit la notion de contrat didactique et la définit comme "l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et de l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant[20]". Ainsi, ce contrat est pour l'essentiel instauré de manière implicite entre les deux parties. Il établit les rôles du maître et de l'élève, et en particulier celui du maître de transmettre la connaissance.

Pourtant, "le seul moyen de "faire" des mathématiques c'est de chercher et résoudre certains problèmes spécifiques et à ce propos de poser de nouvelles questions[21]". Pour que l'élève puisse construire de nouvelles connaissances mathématiques, l'enseignant doit renoncer à transmettre les connaissances et laisser la prise en charge du problème à l'élève. Cette dévolution place l'élève dans une situation paradoxale vis-à-vis du contrat didactique mais est nécessaire à l'apprentissage.

Julo, en mettant en évidence, "une carence en matière de véritable occasion de résoudre des problèmes[22]", ne soulignerait-il pas une pratique de cette dévolution absente ou tout du moins trop rare ?

d) Les problèmes pour chercher, une solution à la résolution de problèmes ?

C'est à l'aide des différents schémas de problèmes, et donc au travers d'une mémoire des problèmes, que l'individu tendrait à une représentation de plus en plus élaborée des problèmes. La compréhension d'un problème reposant

[20] BROUSSEAU Guy, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, 7.2, 33-115. 1986.
[21] BROUSSEAU Guy, *Les "effets" du "contrat didactique"*, Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques, IREM Orléans. 1982
[22] JULO Jean, *Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ?* Actes du XXVIIe Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, Grenoble : Université Joseph Fourrier. 2001.

sur sa représentation, la mémoire des problèmes jouerait un rôle clé dans la résolution d'un problème. Comme le souligne C. Houdement, "il devient alors urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève[23]". Ainsi face à un nouveau problème, l'élève disposerait de davantage de schémas de problèmes et pourrait plus facilement mener la résolution du problème.

Pointant tout comme Julo, "une carence en matière de véritable occasion de résoudre des problèmes[24]" liée à ce paradoxe du contrat didactique dans la résolution de problèmes, elle encourage, dans cette perspective, l'étude de dispositifs confrontant les élèves "à des problèmes routiniers et moins routiniers, voire nouveaux[25]".

B. Problématique

La problématique à laquelle mon mémoire tente de répondre est la suivante :

La pratique régulière de problèmes pour chercher en classe permet-elle d'aider les élèves à la résolution de problèmes arithmétiques du champ additif ?

C. Questions de recherches choisies

Pour parvenir à apporter une réponse à la problématique, nous essaierons de répondre à plusieurs questions de recherche :

- La pratique régulière de problèmes pour chercher en classe améliore-t-elle la réussite des problèmes arithmétiques basiques du champ additif ?

---

[23] HOUDEMENT Catherine. *Problèmes numériques à l'école primaire : une fenêtre sur des problématiques d'enseignement.* In *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. 2013.

[24] JULO Jean, *Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ?* Actes du XXVIIe Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, Grenoble : Université Joseph Fourrier. 2001.

[25] HOUDEMENT Catherine. *Problèmes numériques à l'école primaire : une fenêtre sur des problématiques d'enseignement.* In *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. 2013.

- La pratique régulière de problèmes pour chercher en classe améliore-t-elle la réussite des problèmes arithmétiques complexes du champ additif ?

1. Hypothèses du protocole

Le protocole de recherche établi visera à valider, ou invalider, les hypothèses suivantes :

- *Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher s'engagent plus facilement dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et/ou complexes, du champ additif.*

- *Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et/ou complexes, du champ additif.*

- *Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher aboutissent davantage à la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et/ou complexes, du champ additif.*

a) Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher s'engagent plus facilement dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, du champ additif

Cette hypothèse est envisagée car la résolution de problèmes ouverts rompt le contrat didactique : les élèves prennent conscience que la réponse à un problème n'est pas toujours unique, de même que les différentes voies menant à la résolution du problème. Au travers de ces pratiques, les élèves se rendent compte que l'objectif de la résolution de problèmes n'est pas de fournir « la » réponse qui serrait attendue par l'enseignant mais bien de trouver un moyen d'aboutir à une solution, ou tout du moins à une piste de réponse. La pratique de problèmes pour chercher libèrerait ainsi l'élève du contrat didactique, et lui offrirait la possibilité d'oser essayer. Cette hypothèse est également retenue par Thierry Dias[26] : « *La pratique des défis maths, des rallyes, des concours ou ateliers de recherche de problèmes plus ou moins ouverts intègre la dimension expérimentale de la recherche dans des situations problématiques. On y encourage la production d'hypothèses, de conjectures, on y développe le débat et l'argumentation au cours de rencontres entre petites communautés de chercheurs* ».

b) Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, du champ additif

La résolution de problèmes pour chercher implique régulièrement de prendre en compte plusieurs contraintes. Pour parvenir à la résolution du problème, il est donc nécessaire d'organiser les différentes étapes de la recherche afin d'aboutir à une solution.

D'autres problèmes pour chercher demandent quant à eux de trouver toutes les solutions. Afin de s'assurer que l'ensemble des solutions ont été trouvées, il est nécessaire de les chercher méthodiquement et donc d'anticiper la manière d'arriver au résultat.

Ces deux aspects de la résolution de problèmes pour chercher devraient conduire les élèves à adopter une meilleure organisation face à la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes.

[26] DIAS Thierry. Les mathématiques à l'école élémentaire, une science expérimentale ?. Les cahiers pédagogiques, n°427, pp.26-28, 2004.

c) Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher aboutissent davantage à la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, du champ additif

En pratiquant des problèmes pour chercher, les élèves enrichissent leur mémoire des problèmes. Lors de la résolution de problèmes arithmétiques, basiques ou complexes, les élèves peuvent donc prendre appui, de manière inconsciente, sur une mémoire des problèmes plus riche et mieux catégorisée.

D'autre part, si les deux hypothèses précédentes sont vérifiées, les élèves aboutiront davantage à la résolution du problème puisqu'ils auront osé essayer de résoudre des problèmes dont la solution ne leur parait peut-être pas évidente au premier abord, et qu'ils auront, en vue d'aboutir à la solution, élaboré une stratégie de résolution du problème.

2. Influence des apprentissages en cours sur les résultats de l'expérimentation

Il est à noter que les apprentissages en cours en calculs, pendant le protocole de recherche, ne devraient pas influencer les résultats de l'expérimentation. En effet, ils porteront sur le champ multiplicatif, tant pour les CE2 que pour les CM1, la partie des programmes relative au champ additif ayant été traitée avant le début du protocole.

II. Partie expérimentale

A. Description du protocole de recueil de données

Le recueil des données se fera à partir de deux tests passés par les élèves. Ces deux tests constitueront des évaluations diagnostique et bilan qui auront lieu avant une série de huit séances de problèmes pour chercher, et à l'issue de ces séances. Pourront éventuellement être retenues comme données recueillies les fiches de recherche utilisées par les élèves lors des différentes séances de problèmes pour chercher.

1. Concernant le pré-test et le post-test

a) Choix des problèmes

Le pré-test et le post-test seront identiques, les seules modifications qui seront apportées au post-test concerneront les traits de surfaces des problèmes.

Ces évaluations seront composées de six problèmes :

- Quatre d'entre eux seront des problèmes arithmétiques basiques du champ additif.
- Deux d'entre eux seront des problèmes arithmétiques complexes du champ additif.

Les problèmes ont été sélectionnés dans l'ouvrage Le moniteur de mathématique[27], qui organise les problèmes au regard de la classification de Vergnaud. Pour s'adapter au niveau des élèves, et supprimer certaines difficultés

[27] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. 2001.

non-liées au protocole (soustraction à retenue par exemple), certaines données numériques ont été modifiées.

(1) Choix des problèmes basiques

(a) Premier problème basique

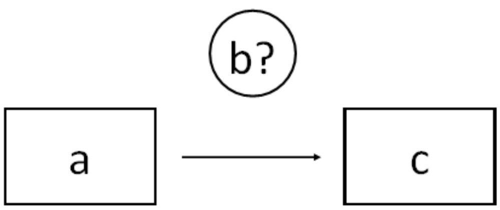
Le premier problème basique est le suivant :

Dans une grande salle, il y a 56 tables et 68 chaises.

Combien faut-il enlever de chaises pour qu'il y ait autant de chaises que de tables ?

C'est un problème de transformation d'état négative dans le cas particulier d'un problème d'égalisation. Le moniteur de mathématique[28] définit ainsi ce type de problème : « Une relation de transformation d'état, dans le cas particulier de l'égalisation, est définie à l'aide de trois nombres entiers : *a*, *b* et *c*. La transformation est positive ou négative et est déterminée par le nombre *b*. Le nombre *c* correspond à l'état final. Les nombres *a* et *c* sont connus mais *b* est inconnu. »

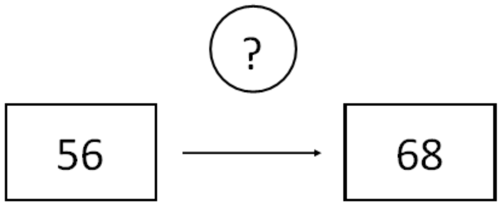
Ce qui se traduit par le schéma suivant :



Dans ce problème, l'état initial (68 chaises) est connu, l'état final n'est pas explicitement donné mais l'on sait qu'il équivaut à un autre état final (56 tables).

[28] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. p. 91. 2001.

En effectuant une soustraction, on détermine la transformation (nombre de chaises à retirer).



Lors du post-test, les données numériques ont été modifiées et le problème est alors le suivant :

Dans une grande salle, il y a 53 tables et 72 chaises.

Combien faut-il enlever de chaises pour qu'il y ait exactement autant de chaises que de tables ?

(b) Deuxième problème basique

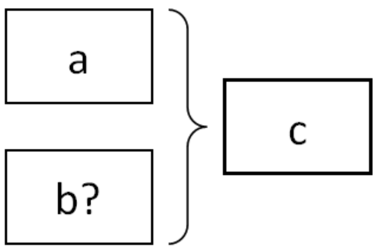
Le deuxième problème basique est le suivant :

Dans une école, il y a 186 élèves. 72 de ces élèves sont des filles.

Combien y a-t-il de garçons dans cette école ?

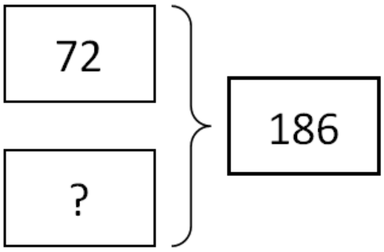
C'est un problème de composition d'état où l'on recherche l'une des deux parties d'un tout, connaissant ce tout et l'autre partie. Le moniteur de mathématique[29] définit ainsi ce type de problème : « Une relation de partie-partie-tout est définie à l'aide de trois nombres entiers *a*, *b* et *c. a* et *b* correspondent aux deux parties. *a* est connu et *b* est inconnu. *c* correspond au tout : c'est un nombre connu. *b* s'obtient par une soustraction. »

On peut représenter ce type de problèmes par le schéma suivant :



[29] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. p. 70. 2001.

Dans ce problème, le tout est connu et correspond au nombre d'élèves dans l'école. L'une des parties est également connue, le nombre de filles (13), et sert d'appui pour trouver l'autre partie (le nombre de garçons), à l'aide d'une soustraction.



Lors du post-test, les données numériques ont été modifiées et le problème est alors le suivant :

Dans une école, il y a 294 élèves. 131 de ces élèves sont des filles.

Combien y a-t-il de garçons dans cette école ?

(c) Troisième problème basique

Le troisième problème basique est le suivant :

J'ai fait une promenade en vélo de 23 km. Au retour de cette promenade, le compteur de mon vélo affichait 112 km.

Combien affichait le compteur de mon vélo avant de partir me promener ?

Il s'agit d'un problème de transformation d'état. Ce type de problème est défini par trois nombres e_i pour l'état initial,e_f pour l'état final et t pour la transformation. Ici, l'état final et la transformation sont connus, il s'agit donc de retrouver l'état initial. On obtient cette valeur en soustrayant la transformation à l'état final.

Lors du post-test, les données numériques ont été modifiées et le problème est alors le suivant :

J'ai fait une promenade en vélo de 31 km. Au retour de cette promenade, le compteur de mon vélo affichait 105 km.

Combien affichait le compteur de mon vélo avant de partir me promener ?

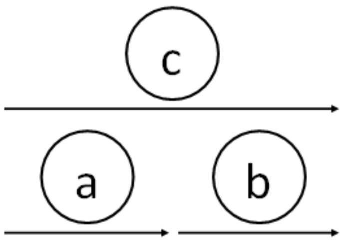
(d) Quatrième problème basique

Le quatrième problème basique est le suivant :

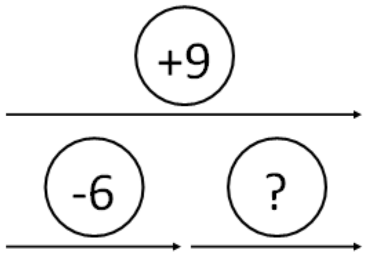
Louis a joué deux parties de billes. Il a perdu 6 billes lors de la première partie. À la fin de ces deux parties, il a 9 billes de plus qu'au début. Que s'est-il passé à la seconde partie ?

Il s'agit d'un problème de composition de transformations, dont les transformations sont de signes opposés. Le moniteur de mathématique[30] définit ce type de relation ainsi : « Une composition de transformations est définie par à l'aide de trois nombres : *a*, *b* et *c*. Le nombre c correspond à la transformation composée. *c* est connu, ainsi que l'un des deux nombres *a* et *b*, l'autre étant inconnu. Les deux transformations connues sont de signes contraire.»

Voici un schéma représentant ce type de relation :



Dans ce problème, la transformation composée (gain de 9 billes) ainsi qu'une des transformations de base (perte de 6 billes) sont connues. Il faut retrouver la seconde transformation de base à l'aide d'une addition.



[30] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. p. 100. 2001.

Lors du post-test, les données numériques ont été modifiées et le problème est alors le suivant :

Louis a joué deux parties de billes. Il a perdu 5 billes lors de la première partie. À la fin de ces deux parties, il a 8 billes de plus qu'au début.

Que s'est-il passé à la seconde partie ?

(2) Choix des problèmes complexes

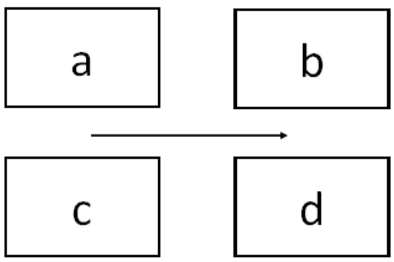
(a) Premier problème complexe

Le premier problème complexe est le suivant :

Karim et Alice sont tous les deux collectionneurs de timbres. On vient d'offrir à chacun la même série de timbres. La collection de Karim passe de 453 à 687 timbres. Alice, elle, avait déjà 231 timbres.

Combien en a-t-elle maintenant ?

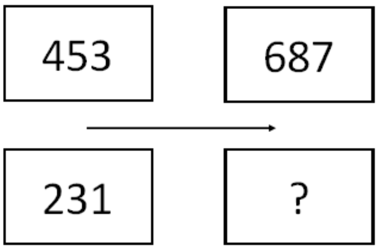
Ce problème relève d'une transformation d'état définie par deux couples dont aucun des termes n'est nul. Le moniteur de mathématique[31] définit ce type de relation ainsi : « Une relation de transformation [ndlr : d'état], définie par deux couples dont aucun des termes n'est nul, est déterminée par quatre nombres : *a*, *b*, *c* et *d*. Trois de ces nombres sont connus et le quatrième est inconnu. » Cette relation peut être schématisée ainsi :



Dans ce problème, la relation de transformation correspond à l'augmentation du nombre de timbres pour chaque collection mais n'est pas

[31] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. p. 101. 2001.

clairement explicitée. La correspondance entre les deux couples est implicitement donnée. Pour retrouver le quatrième terme, il est nécessaire d'effectuer au moins une soustraction, suivie d'une soustraction ou d'une addition selon la procédure utilisée.



Lors du post-test, les données numériques ont été modifiées et le problème est alors le suivant :

Karim et Alice sont tous les deux collectionneurs de timbres. On vient d'offrir à chacun la même série de timbres. La collection de Karim passe de 561 à 894 timbres. Alice, elle, avait déjà 322 timbres.

Combien en a-t-elle maintenant ?

(b) Second problème complexe

Le second problème complexe est le suivant :

Au premier arrêt de bus, 8 personnes descendent du bus et 6 y montent. À l'arrêt suivant, 3 personnes descendent et 10 montent dans le bus.

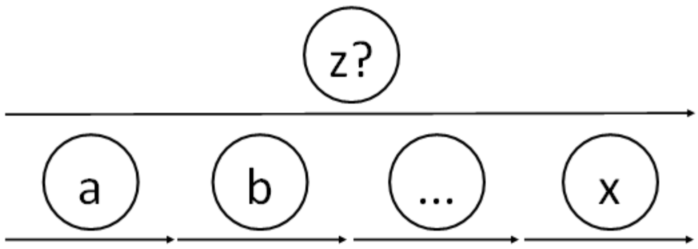
Depuis le départ, le nombre de voyageur a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?

Ce problème relève d'une composition de plusieurs transformations successives. Le moniteur de mathématique[32] définit ce type de relation ainsi : « Une composition de transformations est définie à l'aide de plusieurs nombres entiers : *a*, *b* … *x* et *z*. Les nombres *a*, *b* … *x* correspondent aux diverses

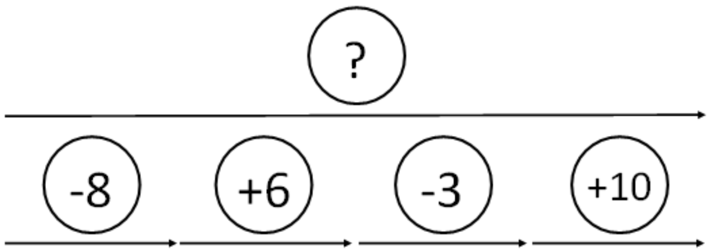
[32] BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. p. 102. 2001.

transformations de base. Le nombre *z* correspond à la transformation composée. *a*, *b* … *x* sont des nombres connus, alors que *z* est inconnu.»

Cette relation peut être représentée ainsi :



Dans ce problème, il y a quatre transformations de base successives : deux sont négatives et deux sont positives. La transformation composée qui en résulte est positive, mais cette information n'est pas donnée à l'élève. Plusieurs procédures de résolution peuvent être envisagées par les élèves, mais toute comportent au minimum trois opérations.



Lors du post-test, les données numériques ont été modifiées et le problème est alors le suivant :

Au premier arrêt de bus, 7 personnes descendent du bus et 4 y montent. À l'arrêt suivant, 5 personnes descendent et 8 montent dans le bus.

Depuis le départ, le nombre de voyageur a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?

b) Conditions de passation

Lors de la passation des tests, aucune aide ne sera apportée aux élèves de la part de l'enseignant. Les élèves auront à leur disposition un stylo – et non un crayon à papier qui pourrait être effacé. La passation durera une heure, pour les élèves qui termineraient avant, nous noterons l'heure à laquelle la copie est récupérée.

2. Concernant les séances de problèmes pour chercher

a) Le choix des problèmes

Pour sélectionner les problèmes pour chercher qui seront traités pendant le protocole, je me suis appuyée sur le classement par type de tâches proposé par l'REM de Toulouse[33]. Deux types de tâches ont été retenus :

- Étudier tous les cas possibles ;
- Et résoudre des problèmes à plusieurs contraintes.

Les trois premières séances porteront sur des problèmes de type « étudier toutes les possibilités », les séances 4 à 6 porteront sur des problèmes à plusieurs contraintes et les deux dernières séances sur d'autres types de problèmes, plus difficilement classables.

Voici les problèmes qui ont été retenus pour les séances de problèmes pour chercher :

- <u>Séance 1</u> : *SOMME DES NOMBRES*[34]. Trouver tous les nombres inférieurs à 1000 dont la somme des chiffres est égale à 5.

- <u>Séance 2</u> : *LES BILLETS*[35]. Rechercher toutes les manières de faire 1000€ avec des billets de 200€, 50€ et 20€. On peut avoir plusieurs billets de la même sorte. On n'est pas obligé d'utiliser toutes les sortes de billets.

[33] BABEL Cathy, BILLY Christophe, BERGEAUT Jean-François, CAILHOL Marc et al. Résolution de problèmes à l'école. Vers une explication des techniques de résolution de problèmes. Quelle institutionnalisation ? (en cours de rédaction).
[34] COLOMB Jacques, CHARNEY Roland, DOUAIRE Jacques et *al*. Ermel – Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2, p.57. 2005.
[35] CHARNEY Roland, DOUAIRE Jacques, VALENTIN Dominique et *al*. Ermel – Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1, p.57. 2005.

- Séance 3 : *LES FLÉCHETTES*. Trouver tous les scores possibles lorsque l'on envoie 3 fléchettes dans des zones marquées 5, 7 ou 11 points.

- Séance 4 : *LA TIRELIRE*[36]. Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces ou billets. En tout, j'ai 106 €. Je n'ai que des pièces de 2€ et des billets de 5€. Combien y a-t-il de pièces de 2€ et de billets de 5€ dans ma tirelire ?

- Séance 5 : *LE MONTE-CHARGE*[37]. Dans un magasin, on doit transporter des colis du rez-de-chaussée au premier étage à l'aide d'un monte-charge. On ne peut pas mettre plus de 225 kg à la fois sur le monte-charge. Voici les poids en kg des colis à transporter : 40 – 90 – 75 – 105 – 125 – 150 – 70. Combien de voyages faudra-t-il au minimum pour monter tous les colis ?

- Séance 6 : *LES IMAGES*[38]. Elizabeth collectionne des images dans un album. Sur chaque page, elle peut coller huit images et son album a six pages. Chez le libraire, elle peut acheter des pochettes d'images. Voici les prix : 2€ pour 1 image, 5€ pour 3 images, 7€ pour 5 images, 11€ pour 10 images. Elle veut acheter des images pour remplir son album. Comment doit-elle acheter ses images pour dépenser le moins d'argent possible ?

- Séance 7 : *LA SORCIÈRE MALÉFIX*. La sorcière Maléfix a rangé 36 balais dans trois armoires A, B et C. Dans l'armoire A, il y a 6 balais de plus que dans l'armoire B. Dans l'armoire C, il y a deux fois moins de balais que dans l'armoire B. Combien de balais Maléfix a-t-elle rangés dans chaque armoire ?

[36] CHARNEY Roland, DOUAIRE Jacques, VALENTIN Dominique et *al*. Ermel – Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2, p.57. 2005.
[37] COLOMB Jacques, CHARNEY Roland, DOUAIRE Jacques et *al*. Ermel – Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2, p.63. 2005.
[38] CHARNEY Roland, DOUAIRE Jacques, VALENTIN Dominique et *al*. Ermel – Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1, p.57. 2005.

- Séance 8 : *LE DRAGON*. Un dragon boit dans un aquarium. Celui-ci, rempli d'eau à ras-bord, pèse 108 kg. À moitié vide, le même aquarium pèse 57 kg. Combien pèse l'aquarium vide ?

b) Le déroulement d'une séance de problème pour chercher

L'IREM de Lyon[39] propose un descriptif du déroulement d'une séance de problème pour chercher au sein d'une classe. La résolution se structure en deux phases qui devront chacune faire l'objet d'une séance de durée équivalente :

- Une première phase de recherche proprement dite ;
- Et une seconde phase de mise en commun, articulée autour d'un débat.

La première séance est composée de trois étapes : la mise en situation, un temps de recherche et un temps de rédaction des résultats. Tout d'abord, le professeur énonce les consignes et distribue le problème. Il laisse ensuite un temps de réflexion individuel afin de s'assurer que les élèves ont bien compris l'énoncé, et qu'ils vont tous chercher à résoudre le même problème. En effet, il est important que le problème étudié soit interprété de la même manière par l'ensemble de la classe afin que le débat qui suivra la recherche soit pertinent. De plus, une première approche individuelle de l'énoncé réduit le phénomène de conflit sociocognitif car les élèves auront tous lu le problème et ne suivront pas seulement les idées du premier qui s'exprime.

Au terme de ce travail individuel, les enfants s'engagent dans une réflexion par groupes, généralement formés par le professeur. Le travail en groupe va présenter de nombreux avantages pour cette activité. D'une part, il y a des avantages pragmatiques : éviter le découragement des élèves qui auraient des difficultés, enrichir les productions en croisant les idées de chacun et diminuer le nombre de productions à débattre. D'autre part, on retrouve des objectifs d'apprentissage car des conflits sociocognitifs vont se créer entre les élèves et leur permettre de confronter leurs idées et d'argumenter. Enfin, la socialisation

[39] ARSAC Gilbert, MANTE Michel. Les pratiques du problème ouvert. 2007.

des élèves sera encouragée car ils devront apprendre à travailler collectivement, à s'écouter et à défendre son point de vue tout en respectant celui des autres. Au cours de cette phase de recherche, l'enseignant devra réduire à minima ses interventions. Il s'agit avant tout de ne pas fermer le problème et de ne pas confisquer l'autonomie des élèves. Pour cela, il est conseillé d'encourager les élèves à pratiquer l'autocritique en leur renvoyant les questions qu'ils pourraient poser.

Lorsque le professeur estime que tous les groupes sont en mesure de fournir une solution, totale ou partielle, ou du moins des pistes de réponses, il demande aux élèves de rédiger les conjectures et les explications qu'ils ont trouvées sur une affiche qui sera le support de la seconde séance. Ce travail oblige chaque groupe à dresser un bilan de qui a été fait et accepté par l'ensemble des membres. Ce travail les aide à prendre conscience de l'importance d'une bonne rédaction car il leur servira à convaincre leurs camarades. Il faudra donc mettre en avant la nécessité d'une bonne argumentation pour convaincre les autres groupes.

Dans une seconde séance, ou en deuxième partie de séance si la gestion du temps le permet, le professeur va instaurer une phase de débat et de confrontation entre les élèves. Ce moment de mise en commun sera l'occasion de passer d'un dialogue au sein d'un groupe, où chaque membre s'exprime en son nom, à un dialogue à l'échelle de la classe où les groupes seront représentés par des porte-paroles qui s'exprimeront au nom de l'ensemble du groupe. L'objectif du débat est d'amener les élèves à exclure les hypothèses fausses, à l'aide de contre-exemples notamment, et à convaincre l'ensemble de la classe de la validité des autres conjonctures. Au terme du débat, ils pourront comparer les différentes méthodes de recherche employées par chaque groupe et travailler sur l'argumentation en mathématiques.

L'enseignant rappelle aux élèves que c'est la classe qui doit décider quelles solutions sont bonnes et lesquelles ne le sont pas. Il est important que la classe garde l'entière responsabilité de la décision. Le professeur a préalablement numéroté les affiches réalisées lors de la première séance et établi un ordre de présentation des productions. Toutes les conjectures devront être présentées mais elles ne pourront pas être toutes débattues avec la même attention. Il veillera donc à choisir une première affiche qui soit à la fois claire et fausse pour qu'il n'y ait pas de difficultés concernant la compréhension du texte et pour ne pas clore le débat dès le début.

Les élèves vont dans un premier temps prendre connaissance de l'affiche. Ils pourront poser des questions relatives à la compréhension aux auteurs. À cet instant-là, il ne s'agit pas de donner son avis mais seulement de bien comprendre ce que le groupe à qui appartient la production a voulu dire. Les groupes se réunissent et échangent leurs points de vue. Ce premier dialogue permettra aux élèves de s'approprier l'affiche et oblige à un premier débat interne qui aura un effet de filtre. Cette phase de travail doit aboutir à la rédaction d'un écrit du type « Nous acceptons la solution car… » ou « Nous refusons la solution car… ». La rédaction d'une réponse formalisée favorisera un écrit clair et argumenté, qui pourra ensuite faciliter le débat. L'enseignant dresse la liste des arguments et décide de l'ordre dans lequel ils seront débattus. Il laisse d'abord les auteurs réagir, puis amène l'ensemble de la classe à répondre la question « Est-ce que cet argument est valable ? ». Pour lui, c'est l'occasion de prélever des informations sur les élèves concernant leurs conceptions et leurs connaissances en mathématiques, leurs raisonnements spontanés, les difficultés rencontrées.

Après avoir accepté ou rejeté la première affiche, l'enseignant pourra choisir de ne présenter que quelques productions en raison de contraintes de temps et de la perte de motivation et de concentration des élèves. Il faudra que les affiches choisies permettent d'aboutir à une résolution du problème. Néanmoins, toutes les productions devront être au moins commentées même si un débat n'est pas engagé. En conclusion, le professeur pourra comparer les différentes méthodes de recherche employées, mettre en évidence la notion de vrai et de faux en mathématiques ou encore insister sur la valeur de l'argumentation et sur le respect des règles du débat. Il est intéressant de demander aux élèves de rédiger individuellement la solution du problème et ce qu'ils ont retenu de la situation.

B. Analyse des données recueillies

Dans cette partie, nous serons régulièrement amenés à calculer des pourcentages et l'évolution entre les données obtenues lors du pré-test et du post test. Voici les deux formules utilisées pour obtenir ses grandeurs :

Soit une caractéristique (statistique ou qualitative) X étudiée sur une population P de taille N. On désigne par $n(X)$ le nombre d'individus de la population P présentant cette caractéristique X.

On obtient le pourcentage d'individus de la population P présentant une caractéristique X par le calcul suivant : $\frac{n(X)}{N}$.

Soit p_i le pourcentage d'individus de la population P présentant une caractéristique X lors du pré-test et p_f le pourcentage d'individus de la population P présentant cette même caractéristique X lors du post-test. On obtient l'évolution de cette caractéristique entre les deux tests par le calcul suivant : $\frac{p_f - p_i}{p_i}$.

1. Analyse des données afin de valider ou d'invalider la première hypothèse

Rappelons dans un premier temps l'énoncé de la première hypothèse :

Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher s'engagent plus facilement dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et/ou complexes, du champ additif.

a) Critères d'analyse retenus

Pour évaluer l'engagement dans l'activité de résolution de problème, nous observerons, à partir du quatrième problème basique et du second problème complexe des deux tests, les traces de résolution de problème : présence d'une réappropriation des données de l'énoncé par l'élève (annotation, tri des informations et/ou modélisation du problème), la présence d'un calcul écrit (en opposition au calcul mental qui ne peut pas être estimé avec certitude) et la présence d'une phrase-réponse. Nous comparerons l'évolution de ces données pour chaque élève et pour chacun de ces deux problèmes entre les deux tests. Ces traces de résolution montrent comment l'élève s'est engagé dans la résolution du problème. Bien qu'elles ne soient pas exhaustives, le raisonnement mental n'étant pas accessible, elles restent révélatrices de certaines opérations mentales effectuées par les élèves.

Nous pourrons ainsi établir l'influence de la pratique des problèmes pour chercher sur l'engagement dans la résolution de problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif.

b) Analyse des données

Les tableaux présents dans cette partie synthétisent les données recueillies. Les cases vertes signifient que l'élève présente la caractéristique analysée, les cases oranges qu'il ne la présente pas et les cases blanches son absence lors du test.

Nous relèverons les différentes traces de réappropriation du problème. Elles sont de trois types :

- Du type *annotation* : l'élève a recensé les données de l'exercice ou a apporté des commentaires aux calculs qu'il a effectués ;
- Du type *tri d'informations* : l'élève a classé les données du problème, le plus souvent dans un tableau ;
- Du type *modélisation* : l'élève a eu recours à des dessins ou des schémas.

Puis, nous observerons la présence ou non de traces de calcul visibles. Une case orange ne signifie pas nécessairement que l'élève n'a effectué aucun calcul mais simplement qu'il n'en a pas laissé de traces. Cela n'exclut pas qu'il n'ait pas eu recours au calcul mental.

Enfin, nous verrons s'il y a ou non une phrase-réponse. En l'absence de toute autre trace, cela témoigne *a minima* de l'activité de résolution de problème de l’élève bien qu’elle ne nous apporte que très peu d’informations sur le cheminement lors de la résolution.

(1) Analyse du quatrième problème basique

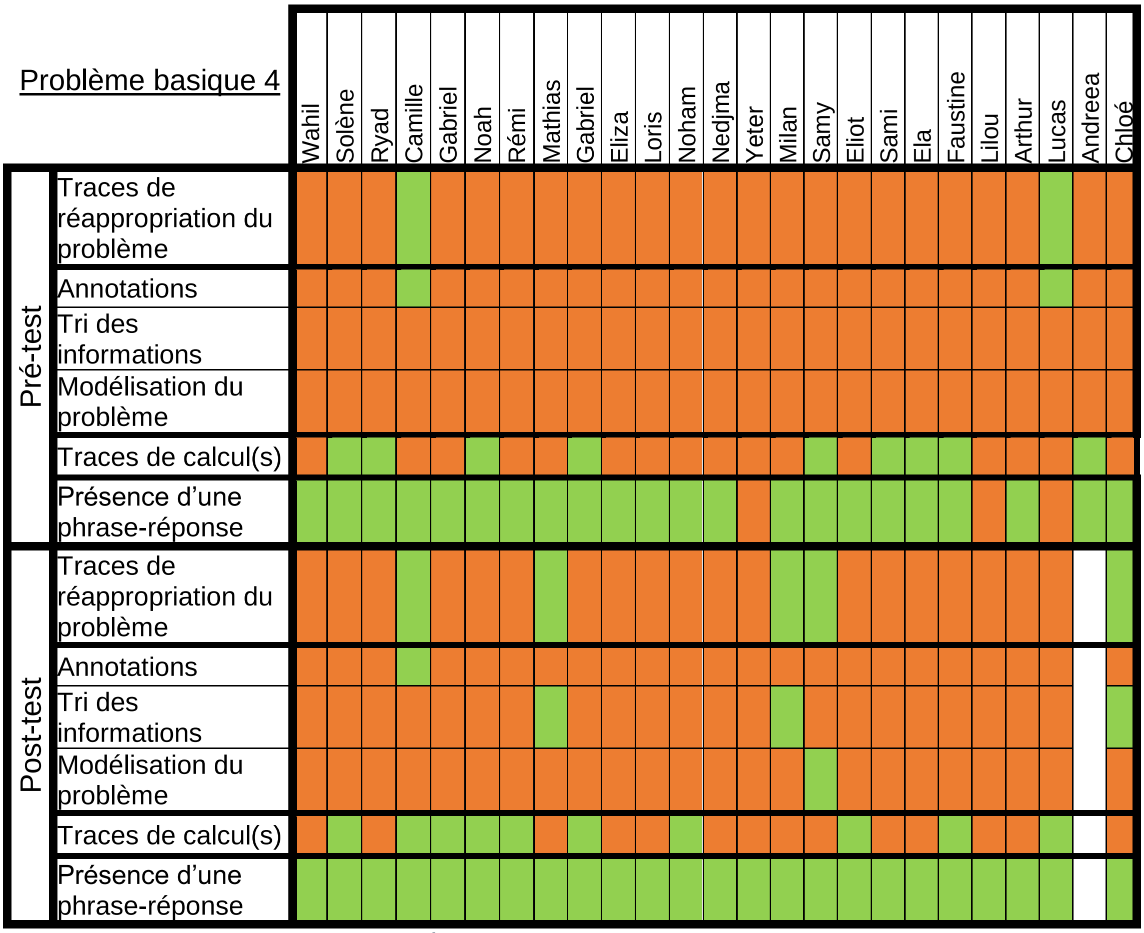


Tableau 1Traces de recherche du problème basique 4

	Pré-test	**Post-test**	**Évolution**	
Traces de réappropriation du problème	8 % (2/25)	21 % (5/24)	↗	+ 160 %
Traces de calcul(s)	36 % (9/25)	42 % (10/24)	↗	+ 16 %
Présence d’une phrase-réponse	88 % (22/25)	100 % (24/24)	↗	+ 14 %

Tableau 2 Statistiques des traces de recherche du problème basique 4

Lors du post-test :

- le nombre d'élèves ayant fourni des traces d'appropriation du problème augmente de 160% ;
- le nombre d'élèves ayant fourni des traces de calcul augmente de 16% ;
- le nombre d'élèves ayant fourni au moins une phrase-réponse augmente de 14%.

En observant le nombre d'élèves ayant recours à des traces de réappropriation du problème, il est intéressant de voir que davantage d'élèves s'autorisent une réappropriation du problème passant par l'écrit (+ 160%). Le nombre d'élèves posant un calcul est quasiment stable (un élève de plus). Par contre, tous les élèves ont au moins laissé des traces de recherche lors du post-test, ce qui n'était pas le cas lors du pré-test. Les élèves semblent donc s'engager davantage dans la résolution de problèmes basiques après avoir fréquenté des problèmes pour chercher.

Pour traduire ces données vis-à-vis de l'engagement de l'élève, nous allons utiliser la distribution suivante :

- L'engagement est considéré comme FAIBLE s'il n'y a *aucune* catégorie de traces de résolution sur la fiche de recherche ;
- L'engagement est considéré comme MODÉRÉ s'il n'y a qu'*une* catégorie de traces de résolution sur la fiche de recherche ;
- L'engagement est considéré comme FORT s'il y a au moins *deux* catégories de traces de résolution sur la fiche de recherche.

	Pré-test	**Post-test**	**Évolution**	
Engagement faible	12 % (2/25)	0 % (0/24)	↘	- 100 %
Engagement modéré	48 % (12/25)	42 % (10/24)	↘	- 13 %
Engagement fort	40 % (10/25)	58 % (14/24)	↗	+ 46 %

Tableau 3 Statistiques de l'engagement dans la résolution du problème basique 4

Concernant le niveau de l'engagement de l'élève, la part d'élèves présentant un engagement faible ou modéré a diminué entre les deux tests. 40% des élèves avaient un engagement considéré comme fort dans la résolution du problème lors du pré-test. Ce pourcentage est porté à 58% lors du post-test, ce qui représente une augmentation de 46%. On peut donc établir que, suite à la fréquentation de problèmes pour chercher par les élèves, leur engagement dans la résolution de problèmes arithmétiques basiques du champ additif a augmenté, en particulier parce qu'ils s'autorisent davantage de traces de recherche et essayent donc de trouver une solution même s'ils n'ont pas la garantie de trouver une solution.

(2) Analyse du second problème complexe

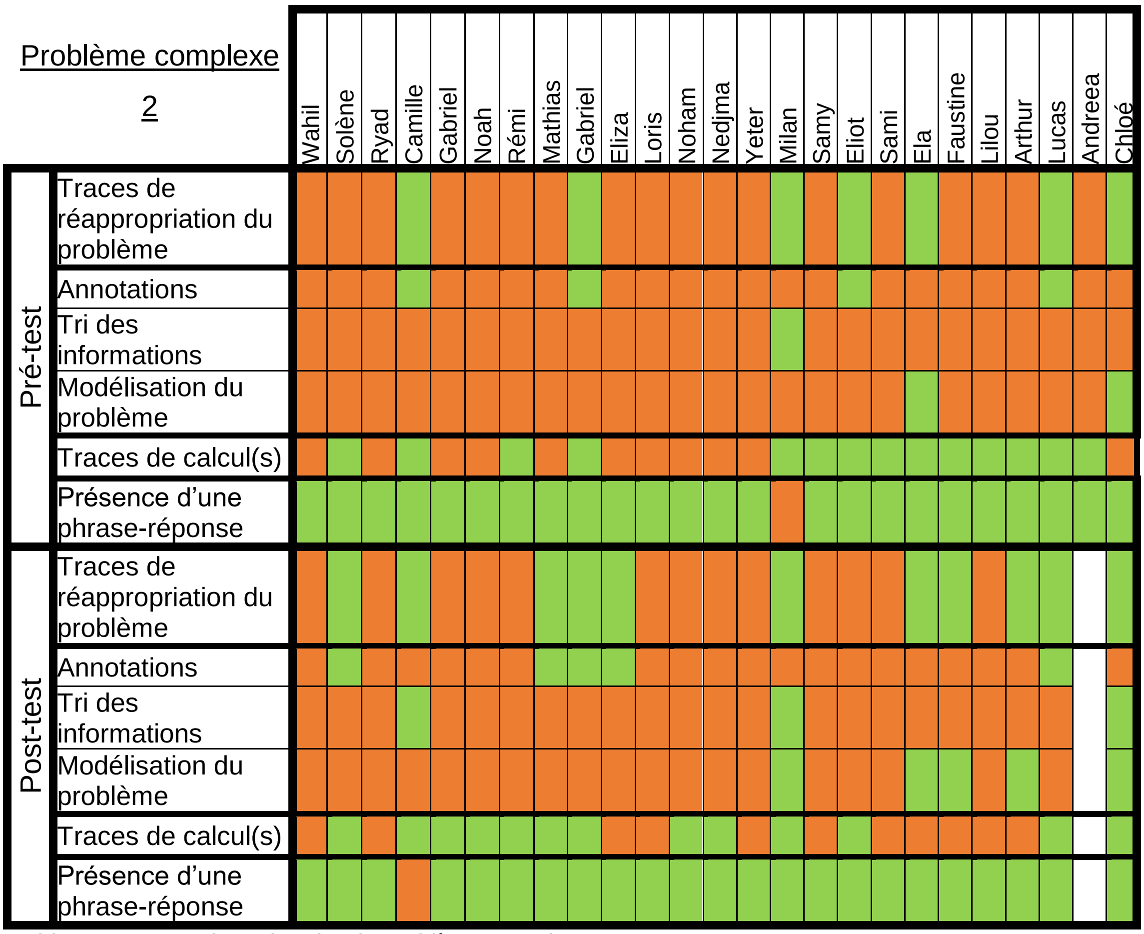


Tableau 4 Traces de recherche du problème complexe 2

	Pré-test	Post-test	Evolution	
Traces de réappropriation du problème	28 % (7/25)	46 % (11/24)	↗	+ 64 %
Traces de calcul(s)	56 % (14/25)	54 % (13/24)	↘	- 3 %
Présence d'une phrase-réponse	96 % (24/25)	96 % (23/24)	=	-

Tableau 5 Statistiques des traces de recherche du problème complexe 2

Lors du post-test :

- le nombre d'élèves ayant fourni des traces d'appropriation du problème augmente de 64% ;
- le nombre d'élèves ayant fourni des traces de calcul diminue de 3% ;
- le nombre d'élèves ayant fourni au moins une phrase-réponse reste stable (96% de la classe).

En observant le nombre d'élèves ayant recours à des traces de réappropriation du problème, il est intéressant de voir que davantage d'élèves s'autorisent une réappropriation du problème passant par l'écrit (+ 46%). Le nombre d'élèves posant un calcul est quasiment stable (un élève de moins). Tous les élèves ont au moins laissé des traces de recherche lors du pré-test et du post-test. Les élèves semblent donc s'engager davantage dans la résolution de problèmes complexes après avoir fréquenté des problèmes pour chercher.

Pour traduire ces données vis-à-vis de l'engagement de l'élève, nous allons utiliser la distribution suivante :

- L'engagement est considéré comme MODÉRÉ s'il n'y a qu'*une* catégorie de traces de résolution sur la fiche de recherche ;
- L'engagement est considéré comme FORT s'il n'y a *deux* catégories de traces de résolution sur la fiche de recherche ;
- L'engagement est considéré comme TRÈS FORT s'il y a *trois* catégories de traces de résolution sur la fiche de recherche.

	Pré-test	Post-test	Evolution	
Engagement modéré	40 % (10/25)	29 % (7/24)	↗	- 27 %
Engagement fort	40 % (10/25)	46 % (11/24)	↗	+ 15 %
Engagement très fort	20 % (5/25)	25 % (6/24)	↗	+ 25 %

Tableau 6 Statistiques de l'engagement dans la résolution du problème complexe 2

Concernant le niveau de l'engagement de l'élève, la part d'élèves présentant un engagement modéré a diminué entre les deux tests. Respectivement, 40% et 20% des élèves avaient un engagement considéré comme fort ou très fort dans la résolution du problème lors du pré-test. Ces pourcentages sont portés à 46% et 25 % lors du post-test, ce qui représente une augmentation respective de 15% et 25%. Globalement, la part d'élèves fortement ou très fortement engagés dans la résolution du problème passe de 60% (15 élèves sur 25) à 71% (17 élèves sur 24), ce qui représente une augmentation de 18 %. On peut donc établir que, suite à la fréquentation de problèmes pour chercher par les élèves, leur engagement dans la résolution de problèmes arithmétiques complexes du champ additif a augmenté, en particulier parce qu'ils s'autorisent davantage de traces de recherche, notamment celles qui leur permettent de mieux s'approprier le problème.

c) *Validation ou rejet de la première hypothèse*

L'analyse du quatrième problème basique et du second problème complexe nous montre que les élèves ont augmenté la quantité de traces de recherche lors de la résolution de ces problèmes après avoir fréquenté régulièrement des problèmes pour chercher. Ils semblent s'accorder plus de libertés dans leurs recherches, en particulier dans la réappropriation du problème : ils ont davantage recours à des écrits leur permettant de mieux comprendre le problème et ces écrits sont plus variés. En effet, ils acceptent davantage l'utilisation de la modélisation du problème par le biais de schémas ou de dessins.

Comme l'attestent les traces de recherches plus nombreuses, les élèves essayent davantage de mieux comprendre le problème et de trouver la solution. Cette liberté qu'ils s'accordent est une façon de rompre le contrat didactique implicitement établi entre les élèves et le maître : en résolution de problème, l'élève n'est pas contraint à se limiter à des moyens de résolution plus « conventionnels ». Cette perception de l'activité est facilitée par la fréquentation de problèmes pour chercher car l'objectif de cette activité n'est pas de trouver la (ou les) solution(s) mais simplement de chercher la solution.

Nous pouvons donc considérer que la fréquentation régulière de problèmes pour chercher amène les élèves à s'engager plus facilement dans la résolution de problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif.

2. Analyse des données afin de valider ou d'invalider la deuxième hypothèse

Rappelons dans un premier temps l'énoncé de la deuxième hypothèse :

Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et/ou complexes, du champ additif.

a) Critères d'analyse retenus

Pour évaluer l'organisation dans l'activité de résolution de problème, nous nous concentrerons sur les critères qui nous ont amenés à établir cette conjecture, à savoir l'organisation des différentes étapes de la recherche dans un problème à plusieurs contraintes et la mise en œuvre d'une recherche méthodique, en particulier pour les problèmes à plusieurs solutions. Nous nous focaliserons donc sur les problèmes complexes proposés lors des deux tests et les problèmes pour chercher à plusieurs solutions.

Concernant le premier point, nous observerons le nombre d'étapes présentes dans la résolution du problème complexe 1. En comparant l'évolution des données, nous pourrons ainsi voir si les élèves organisent mieux les étapes de leur recherche.

Concernant le deuxième point, nous étendrons l'analyse des données aux séances de problèmes pour chercher afin d'observer l'évolution de l'organisation entre le premier et le dernier problème ayant plusieurs solutions *(somme des nombres* et *les fléchettes*).

Enfin, nous compléterons l'analyse de ces données en commentant certains comportements d'élèves observés lors de la phase expérimentale.

A l'issue de ces analyses, nous pourrons ainsi établir l'influence de la pratique des problèmes pour chercher sur l'organisation de la résolution de problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif.

b) Analyse des données

(1) Évolution du nombre d'étapes dans la résolution du problème complexe 1

Nous allons relever dans un tableau le nombre d'étapes auxquelles les élèves ont eu recours pour résoudre le problème complexe 1. La couleur de la case indique si le problème a été résolu (vert), non résolu (orange) ou si l'élève était absent (blanche). La méthode experte consiste à calculer une différence avant d'ajouter le nombre obtenu à une des données de l'énoncé. Les élèves ayant réussi ont généralement effectué deux étapes de recherche, bien que l'une ou l'autre de ces étapes ait parfois été effectuée par calcul mental comme le montre l'utilisation du résultat intermédiaire dans le calcul effectué. Enfin, les élèves qui n'auraient fourni qu'une phrase-réponse sont représentés par un point d’interrogation car il serait bancal d’émettre des hypothèses sur le raisonnement qu’ils ont suivi.

Problème complexe 1	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	?	?	1	2	2	1	2	1	1	1	2	?	2	1	2
Post-test	?	1	1	2	2	2	2	2	2	2	?	2	1	2	2	2	2	?	2	2	2	1	2		2

Tableau 7 Nombre d’étapes dans la résolution du problème complexe 1

Lors du pré-test 15 élèves sur 25 (60% d’entre eux) ont résolu le problème en deux étapes, 80% de cette population a résolu le problème. Pour 3 élèves, il n’est pas possible de déterminer le raisonnement emprunté (12% de la classe). Enfin, les 7 élèves restants n’ont effectué qu’une étape dans leur recherche, soit en raison d’une mauvaise compréhension du problème (ce qui est visible par le choix d’une « mauvaise » opération), soit parce qu’ils se sont arrêtés à l’issue de la première étape de la méthode de résolution experte. Ces 7 élèves représentent 28% de la classe (et 59% des élèves n’ayant pas résolu le problème).

Lors du post-test 17 élèves sur 24 (71% d’entre eux) ont résolu le problème en deux étapes, 94% de cette population a résolu le problème. Pour 3 élèves, il n’est pas possible de déterminer le raisonnement emprunté (13% de la classe). Seulement 4 élèves n’ont effectué qu’une étape dans leur recherche, soit en raison d’une mauvaise compréhension du problème (visible par le choix d’une « mauvaise » opération), soit parce qu’ils se sont arrêtés à l’issue de la première étape de la résolution experte. Ces 4 élèves représentent 17% de la classe (et 57% des élèves n’ayant pas résolu le problème).

Lors du second test, nous observons donc une diminution de 40% du nombre d’élèves n’ayant pas effectué le bon nombre d’étapes lors de la résolution du problème. Cette statistique tend à valoriser l’hypothèse selon laquelle les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques complexes du champ additif, notamment en ce qui concerne l’organisation des différentes étapes de recherche.

(2) Évolution de la résolution des problèmes à plusieurs solutions

Pour observer l'évolution de l'organisation dans la résolution d'un problème à plusieurs solutions, nous utiliserons comme source de recueil de données les affiches réalisées en fin de séance par les différents binômes afin de présenter leur(s) solution(s) lors de la première séance de problèmes pour chercher, *somme des nombres* (première séance portant sur des problèmes à plusieurs solutions) et de la troisième séance, *les fléchettes* (dernière séance portant sur des problèmes à plusieurs solutions). Nous noterons le nombre de solutions trouvées et quelle part elles représentent au regard du nombre de solutions du problème. Enfin, nous observerons l'évolution entre les deux séances.

Pour résoudre complètement le premier problème, il fallait trouver 21 solutions.

Binôme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre de solutions justes trouvées	15	21	18	12	14	13	16	20	12	20	21
Part de solutions justes trouvées (en %)	71	100	86	57	67	62	76	95	57	95	100

Tableau 8 Nombre et part de solutions justes trouvées lors de la séance Somme des nombres

Pour résoudre complètement le dernier problème, il fallait trouver 9 solutions.

Binôme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de solutions justes trouvées	9	9	8	9	8	8	8	8	9	7	9	9
Part de solutions justes trouvées (en %)	100	100	89	100	89	89	89	89	100	78	100	100

Tableau 9 Nombre et part de solutions justes trouvées lors de la séance Les fléchettes

En faisant une étude statistique, les élèves trouvent en moyenne 78,8 % des solutions lors du premier problème. Seuls 2 binômes (18% des élèves) trouvent toutes les solutions.

En moyenne, les élèves trouvent 93,5 % des solutions lors du dernier problème. La moitié des binômes (6) trouvent toutes les solutions.

Entre la première et la dernière séance de problèmes pour chercher à plusieurs solutions, la part du nombre de solutions trouvées augmente de 19% sur l'ensemble de la classe (182 solutions trouvées sur 231 au premier problème et 101 solutions trouvées sur 108 au dernier). Le nombre de binômes ayant trouvé toutes les solutions passe de 2 (sur 11) à 6 (sur 12), cela représente une augmentation de 175 %.

Ces statistiques nous montrent que les élèves, ayant trouvé davantage de solutions au fil des séances, ont sans doute amélioré leur organisation dans la résolution de problèmes à plusieurs solutions car pour réussir à trouver l'ensemble des solutions, il leur a fallu s'organiser pour ne pas oublier de solutions.

Ce résultat peut être illustré par différents travaux d'élèves, réalisés lors de la dernière séance (*les fléchettes*), qui ont adopté des méthodes pour être sûrs de n'oublier aucune solution. L'exemple le plus frappant est sans doute le suivant : un groupe d'élèves a calculé quel serait le plus petit score (15=5+5+5), quel serait le plus grand score (33=11+11+11), puis a méthodiquement testé chaque nombre entier compris entre 15 et 33 pour voir s'il existait une solution.

(3) Gabriel et la sorcière Maléfix : une observation d'élève lors des séances de problème pour chercher

Lors de l'avant-dernière séance de problèmes pour chercher, l'énoncé portait sur la répartition des balais dans différentes armoires par la sorcière Maléfix. La solution experte de ce problème s'obtient par la résolution d'un système de trois équations à trois inconnues. Bien entendu, cette méthode de résolution n’est pas à la portée des élèves de cycle 2 et de cycle 3 qui ont vécu cette séance.

Pour mieux comprendre ce qui s’est déroulé lors de cette séance, et bien que ces données n’aient que très peu de valeurs scientifiques, nous allons maintenant donner au lecteur deux estimations de durée :

- La distribution d’un document dans une classe dure une à deux minutes environ. Nous retiendrons l’estimation haute de deux minutes ;
- La mise en équation de l’énoncé du problème du jour et sa résolution de manière experte m’ont pris environ une minute et trente secondes.

La séance débute normalement, et arrive le moment de la distribution des fiches de recherche. Je n’ai pas le temps de finir de distribuer ces feuilles qu’un élève m’appelle en m’informant qu’il a trouvé la réponse. Il s’agit de Gabriel, un élève de cycle 2, assis dans le fond de la classe. Dubitative, je finis la distribution et m’approche de lui. À mon grand étonnement, la réponse qu’il me présente semble être la bonne mais je préfère vérifier une nouvelle fois le résultat obtenu par un système d’équations. Effectivement, la réponse est bien la bonne. Une question se pose alors, comment a-t-il fait pour résoudre si rapidement un problème jugé difficile lors de la rédaction du protocole ?

Sa position dans la classe me laisse à penser qu’il a dû recevoir la fiche de recherche en milieu de distribution, soit une minute avant la fin de la distribution. Gabriel n’a donc guère eu besoin de plus d’une minute pour résoudre le problème. En lui demandant comment il s’y était pris, il m’a répondu « J’ai essayé avec 11, ça ne marchait pas, alors j’ai pris 12 et ça a marché ».

Avec son explication et en m’appuyant sur sa feuille de recherche, je pense pouvoir affirmer que pour trouver la solution Gabriel a tenté une addition de trois termes : un nombre qu’il estimait être une solution plausible que l’on désignera par n, n+6 et la moitié de n. S’apercevant que le nombre n qu’il avait initialement choisi (11) n’avait pas de moitié (c’est un élève de cycle 2, qui ne connait donc pas encore les nombres décimaux), il a augmenté ce nombre de 1 et a très rapidement obtenu la solution.

Cette résolution de problème nous montre que cet élève est parvenu à une excellente compréhension du problème puisque sa méthode est une forme de mise en équation de l’énoncé, et à une organisation dans la résolution qui l’a conduit à estimer une des solutions possibles et à la corriger très rapidement afin d’obtenir la solution exacte. Il est d’ailleurs important de remarquer que sa méthode de résolution a été beaucoup moins coûteuse en temps que ne l’a été la méthode experte effectuée par une adulte maîtrisant cette compétence.

Il est évident que le cas de cet élève ne peut refléter l’ensemble des élèves de la classe mais il montre, me semble-t-il, que la résolution de problèmes pour chercher développe chez certains élèves, l’organisation dans la résolution de problèmes.

c) Validation ou rejet de la deuxième hypothèse

Les analyses que nous avons menées nous ont permis d’établir d’une part, une meilleure organisation dans la résolution des problèmes à plusieurs solutions. Ce progrès est sans doute dû à la mémoire des problèmes. En effet, au cours des séances, les élèves emmagasinent différentes façons de résoudre des problèmes à plusieurs solutions : les méthodes qu’ils ont eux-mêmes mises en œuvre mais également celles des autres élèves qu’ils ont découvertes lors des phases de mise en commun. Cet enrichissement de la mémoire des problèmes permet alors aux élèves de résoudre plus méthodiquement ce type de problème.

D’autre part, les élèves semblent mieux organiser les différentes étapes de la résolution d’un problème complexe. En effet, on note une diminution du nombre d’élèves n’effectuant pas « le bon nombre » d’étapes. Cette progression est indispensable pour que les élèves progressent dans la résolution de problème.

Nous pouvons donc valider la deuxième hypothèse : les élèves fréquentant des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques complexes du champ additif.

3. Analyse des données afin de valider ou d'invalider la troisième hypothèse

Rappelons dans un premier temps l'énoncé de la troisième hypothèse :

Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher aboutissent davantage à la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et/ou complexes, du champ additif.

a) Critères d'analyse retenus

Pour évaluer la réussite à la résolution de problèmes, nous observerons pour chaque problème des deux tests, l'obtention de la solution au problème. Nous comparerons l'évolution de ces données pour chaque élève et pour chaque problème entre les deux tests. Nous pourrons ainsi établir l'influence de la pratique des problèmes ouverts sur la réussite de la résolution de problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif.

La résolution ou non des problèmes par chaque élève est portée dans un tableau avec le codage suivant : une case verte symbolise la résolution de problème, une case orange la non-résolution du problème et une case blanche une absence de l'élève lors du test.

b) Analyse des données

(1) Premier problème basique

Problème basique 1	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test																									
Post-test																									

Tableau 10 Résolution du problème basique 1

Concernant le premier problème basique, on observe un taux de résolution élevé, de 88% (22 élèves sur 25) dès le pré-test. On peut par ailleurs noter qu'un des cas de non-résolution du problème est lié à une erreur de calcul, les deux autres cas étant, quant à eux, davantage dus à une mauvaise compréhension du problème. Le taux de résolution lors du post-test atteint les 100% (24 élèves sur 24).

Nous pouvons donc noter une augmentation du taux de résolution du premier problème basique de 14 % entre le pré-test et le post-test.

(2) Deuxième problème basique

Problème basique 2	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test																									
Post-test																									

Tableau 11 Résolution du problème basique 2

Concernant le deuxième problème basique, on observe également un taux de résolution élevé, de 92% (23 élèves sur 25) dès le pré-test. On peut d'ailleurs noter qu'un des cas de non-résolution du problème est lié à une erreur de calcul, le second cas est plus difficilement explicable car l'élève n'a fourni qu'une phrase-réponse.

Le taux de résolution lors du post-test atteint également 92% (22 élèves sur 24). Ce pourcentage tient néanmoins compte de la règle des arrondis et est en réalité légèrement inférieur à celui du pré-test (91,6%). Les cas de non-résolution du problème sont alors liés à des erreurs de calcul dans les deux cas.

Nous pouvons donc noter une légère baisse du taux de résolution du deuxième problème basique entre le pré-test et le post-test bien que les calculs statistiques reflètent une stabilité.

(3) Troisième problème basique

Problème basique 3	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test																									
Post-test																									

Tableau 12 Résolution du problème basique 3

Concernant le troisième problème basique, on observe un taux de résolution inférieur aux problèmes précédents. Ce taux s'établit à 44% (11 élèves sur 25) lors du pré-test. Les cas de non-résolution du problème sont pour partie liés :

- À des erreurs de calcul (7 élèves concernés, soit 50% des cas de non-résolution du problème) ;
- À une mauvaise compréhension du problème (4 élèves concernés, soit 29% des cas de non-résolution du problème) ;
- À une absence de traces de recherche (1 élève concerné, soit 7% des cas de non-résolution du problème) ;
- Plus difficilement déterminables (2 élèves concernés, soit 14% des cas de non-résolution du problème).

Le taux de résolution lors du post-test atteint 58% (14 élèves sur 24). Les cas de non-résolution du problème sont alors liés :

- À des erreurs de calcul (6 élèves concernés, soit 60% des cas de non-résolution du problème) ;
- À une mauvaise compréhension du problème (3 élèves concernés, soit 30% des cas de non-résolution du problème) ;
- Plus difficilement déterminable (1 élève concerné, soit 10% des cas de non-résolution du problème).

Nous pouvons donc noter une hausse de 33% du taux de résolution du troisième problème basique entre le pré-test et le post-test. D'autre part, le taux de non-résolution du problème non due à une erreur de calcul passe de 28% (7 élèves sur 25) lors du pré-test à 16% (4 élèves sur 24) lors du post-test. On peut donc également noter une diminution de 40% des cas de non-résolution du problème non due à une erreur de calcul.

(4) Quatrième problème basique

Problème basique 4	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test																									
Post-test																									

Tableau 13 Résolution du problème basique 4

Concernant le quatrième et dernier problème basique, on observe un taux de résolution faible, de 12% (3 élèves sur 25) lors du pré-test. Le taux de résolution lors du post-test n'est quant à lui que 4% (1 élève sur 24).

Nous pouvons donc noter une diminution du taux de résolution du premier problème basique de 65 % entre le pré-test et le post-test.

Cette évolution nous permet d'émettre l'hypothèse suivante : pour deux des élèves étant parvenus à résoudre ce problème lors du pré-test, la méthode de résolution (et le résultat qui en découle) est sans doute davantage « un coup de chance » plutôt que le fruit d'une réelle compréhension du problème. Ce type de problème est toutefois d'un niveau complexe pour les élèves : « il met en échec 75% des élèves de 6ème… [40]». Il n'est alors guère surprenant que des élèves de début de cycle 3, voire de fin de cycle 2, ne parviennent pas à le résoudre.

[40] VERDENNE Dominique. Résolution de problèmes : où est le problème ? (après 2009)

(5) Premier problème complexe

Problème complexe 1	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test																									
Post-test																									

Tableau 14 Résolution du problème complexe 1

Concernant le premier problème complexe, on observe un taux de résolution de 52% (13 élèves sur 25) lors du pré-test. Les cas de non-résolution du problème sont pour partie liés :

- À une mauvaise organisation des étapes de résolution du problème (7 élèves concernés, soit 58% des cas de non-résolution du problème) ;
- À une mauvaise compréhension du problème (1 élève concerné, soit 8% des cas de non-résolution du problème) ;
- À des erreurs de calcul (3 élèves concernés, soit 36% des cas de non-résolution du problème) ;
- Plus difficilement déterminable (1 élève concerné, soit 8 % des cas de non-résolution du problème).

Lors du post-test, le taux de résolution du problème atteint 71% (17 élèves sur 24). Les cas de non-résolution du problème sont alors liés :

- À une mauvaise organisation des étapes de résolution du problème (1 élève concerné, soit 14% des cas de non-résolution du problème) ;
- À une mauvaise compréhension du problème (1 élève concerné, soit 14% des cas de non-résolution du problème) ;
- À des erreurs de calcul (2 élèves concernés, soit 29% des cas de non-résolution du problème) ;
- Plus difficilement déterminables (3 élèves concernés, soit 43% des cas de non-résolution du problème).

Nous pouvons donc noter une hausse de 36% du taux de résolution du premier problème complexe entre le pré-test et le post-test. D’autre part, le taux de non-résolution du problème non due à une erreur de calcul passe de 36% (9 élèves sur 25) lors du pré-test à 21% (5 élèves sur 24) lors du post-test. On peut donc également noter une diminution de 42 % des cas de non-résolution du problème non due à une erreur de calcul.

(6) Second problème complexe

Problème complexe 2	Wahil	Solène	Ryad	Camille	Gabriel	Noah	Rémi	Mathias	Gabriel	Eliza	Loris	Noham	Nedima	Yeter	Milan	Samy	Eliot	Sami	Ela	Faustine	Lilou	Arthur	Lucas	Andreea	Chloé
Pré-test																									
Post-test																									

Tableau 15 Résolution du problème complexe 2

Concernant le second problème complexe, on observe un taux de résolution de 20% (5 élèves sur 25) lors du pré-test. Les cas de non-résolution du problème sont pour partie liés :

- À une mauvaise organisation des étapes de résolution du problème (5 élèves concernés, soit 25% des cas de non-résolution du problème). ;
- À une mauvaise compréhension du problème (5 élèves concernés, soit 25% des cas de non-résolution du problème) ;
- À des erreurs de calcul (1 élève concerné, soit 5% des cas de non-résolution du problème)
- Plus difficilement déterminables (9 élèves concernés, soit 45% des cas de non-résolution du problème)

Lors du post-test, le taux de résolution du problème atteint 42% (10 élèves sur 24). Les cas de non-résolution du problème sont alors liés :

- À une mauvaise organisation des étapes de résolution du problème (2 élèves concernés, soit 14% des cas de non-résolution du problème) ;
- À une mauvaise compréhension du problème (3 élèves concernés, soit 21% des cas de non-résolution du problème) ;

- À des erreurs de calcul (1 élève concerné, soit 7% des cas de non-résolution du problème) ;
- Plus difficilement déterminables (8 élèves concernés, soit 57% des cas de non-résolution du problème) ;

Nous pouvons donc noter une augmentation de 108% du taux de résolution du second problème complexe entre le pré-test et le post-test. D'autre part, le taux de non-résolution du problème non due à une erreur de calcul passe de 76% (19 élèves sur 25) lors du pré-test à 54% (13 élèves sur 24) lors du post-test. On peut donc également noter une diminution de 29% des cas de non-résolution du problème non à une erreur de calcul.

c) Validation ou rejet de la troisième hypothèse

Synthétisons les taux de résolution des différents problèmes dans un tableau :

	Pré-test	**Post-test**	**Évolution**	
Problème basique 1	88 % (22/25)	100 % (24/24)	↗	+ 14 %
Problème basique 2	92 % (23/25)	92 % (22/24)	=	0 %
Problème basique 3	44 % (11/25)	58 % (14/24)	↗	+ 33 %
Problème basique 4	12 % (3/25)	4 % (1/25)	↘	- 65 %
Problèmes basiques	59 % (59/100)	64 % (61/96)	↗	+ 8 %
Problème complexe 1	52 % (13/25)	71 % (17/24)	↗	+ 36 %
Problème complexe 2	20 % (5/25)	42 % (10/24)	↗	+ 108 %
Problèmes complexes	36 % (18/50)	56 % (27/48)	↗	+ 56 %
Problèmes basiques et complexes	51 % (77/150)	61% (88/144)	↗	+ 19 %

Tableau 16 Synthèse des taux de résolution en fonction des problèmes

Au travers des données recueillies lors du pré-test et du post-test, nous avons pu observer une augmentation du taux de résolution des différents problèmes arithmétiques, basiques et complexes, du champ additif.

Concernant les problèmes basiques, une augmentation du taux de résolution au cours de la phase expérimentale est observée pour deux des problèmes (1 et 3) et le taux de résolution reste stable pour le deuxième problème. Le dernier problème, plus difficile, est pour sa part moins bien résolu. Néanmoins, cette dernière donnée est à nuancer, d'une part en raison d'un échantillon réduit d'élèves ayant abouti à la résolution du problème, et d'autre part par une analyse de cet échantillon qui laisse supposer que seul un des élèves a réellement compris le problème (ce qui traduirait donc une stabilité entre les deux tests).

Entre les deux phases de passation, le taux de résolution de l'ensemble des problèmes basiques augmente de 8% (et même 11% si l'on néglige le dernier problème basique).

Concernant les problèmes complexes, une augmentation du taux de résolution au cours de la phase expérimentale est observée pour les deux problèmes. Les résultats relatifs au second problème complexe doivent cependant être relativisés car les données numériques du problème entraînent une résolution peut-être plus simple.

Entre les deux phases de passation, le taux de résolution des problèmes complexes augmente de 56%.

Globalement, le taux de résolution des problèmes augmente de 19% après les séances de problèmes pour chercher. Ce taux grimpe à 22% si le quatrième problème basique n'est pas pris en compte.

On peut donc conclure qu'une pratique régulière des problèmes permet aux élèves d'aboutir davantage à la résolution de problèmes arithmétiques du champ additif, basique ou complexe. Cette augmentation est davantage marquée en ce qui concerne les problèmes complexes.

Cependant, nous allons observer l'évolution d'un autre critère afin d'étoffer la validation ou le rejet de la troisième hypothèse : le taux des cas de non-résolution des problèmes non due à une erreur de calcul. En effet, une non-résolution du problème due à une erreur de calcul suppose que l'élève a tout de même effectué le raisonnement correct pour aboutir à la solution. Ces erreurs de calcul relèvent davantage d'une méconnaissance des faits numériques ou des techniques opératoires que de la capacité de l'élève à résoudre un problème. Il devient donc intéressant d'observer comment évolue le taux de non-résolution liée à des compétences propres à la résolution de problème.

Nous exclurons de cette analyse le quatrième problème basique en raison de sa difficulté. Synthétisons ces taux dans un tableau :

	Pré-test	**Post-test**	**Évolution**	
Problème basique 1	8 % (2/25)	0 % (0/24)	↘	- 100 %
Problème basique 2	4 % (1/25)	0 % (0/24)	↘	- 100 %
Problème basique 3	28 % (7/25)	17 % (4/24)	↘	- 40 %
Problèmes basiques	13 % (10/75)	6 % (4/72)	↘	- 58 %
Problème complexe 1	36 % (9/25)	21 % (5/24)	↗	- 42 %
Problème complexe 2	76 % (19/25)	54 % (13/24)	↗	- 29 %
Problèmes complexes	56 % (28/50)	38 % (18/48)	↗	- 33 %
Problèmes basiques et complexes	30 % (38/125)	18% (22/120)	↗	- 39 %

Tableau 17 Synthèse des taux de non-résolution non due à une erreur de calcul

L'analyse de ce critère nous révèle une donnée importante : si la résolution des problèmes arithmétiques, basiques et complexes, du champ additif a augmenté après que les élèves aient fréquenté des problèmes pour chercher, les cas de non-résolution liés aux compétences propres à la résolution de problèmes ont considérablement diminué (-39%). Les compétences des élèves en résolution de problème permettant d'aboutir à une solution se sont donc améliorées par la fréquentation régulière de problèmes pour chercher. Les élèves aboutissent ainsi davantage à la solution d'un problème arithmétique, basique ou complexe, du champ additif, et la part d'élèves n'y parvenant pas en raison de difficultés en résolution de problèmes (et non de difficultés en calcul) est moindre.

À l'issue de cette expérimentation, nous pouvons donc conclure que les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher aboutissent davantage à la résolution de problèmes arithmétiques, basiques et complexes, du champ additif.

4. Conclusion

À l'issue de notre analyse, nous optons pour la validation des hypothèses suivantes :

- Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher s'engagent plus facilement dans la résolution de problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif ;
- Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher adoptent une meilleure organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques complexes du champ additif ;
- Enfin, les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher aboutissent davantage à la résolution de problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif.

L'ensemble des hypothèses de départ est donc validé par l'analyse des données recueillies au cours du protocole expérimental à l'exception de l'organisation dans la résolution de problèmes arithmétiques basiques du champ additif, qui n'a pu être établie.

C. Discussion – conclusion

1. Historique de la recherche menée

L'origine de cette recherche trouve sa source dans la volonté d'aider les élèves à résoudre des problèmes mathématiques. Au cours de nos recherches, nous avons rencontré différents types de problèmes. L'un d'eux, les problèmes pour chercher, nous a paru intéressant afin de répondre aux difficultés des élèves en résolution de problèmes. En effet, ces problèmes atypiques enrichissent considérablement la mémoire des problèmes des élèves car ils restent relativement minoritaires dans la scolarité de l'enfant au regard des problèmes plus classiques, comme les problèmes basiques ou complexes. Ces problèmes rompent également le contrat didactique entre l'élève et son enseignant car, contrairement à la résolution de problèmes « classique », le but principal de ces problèmes n'est pas de trouver la solution mais de la chercher. Des chercheurs, comme C. Houdement, ont d'ailleurs soulevé l'hypothèse que la fréquentation régulière de ce type de problèmes pourrait avoir une influence bénéfique sur la résolution des problèmes plus courants.

Afin d'établir si les problèmes pour chercher pouvaient apporter ou non une solution aux difficultés rencontrées par les élèves dans ce domaine, nous avons élaboré un protocole visant à évaluer l'influence d'une pratique régulière des problèmes pour chercher sur la résolution des problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif. Afin de ne pas influencer les résultats qui seraient établis, le protocole de recherche a été effectué en période 4 (mars-avril) car les apprentissages en cours, en calcul, portaient sur le champ multiplicatif. Une analyse de la problématique ciblant le champ additif serait ainsi moins biaisée.

2. Réponse à la problématique

L'analyse des données recueillies au cours de ce protocole nous a permis de dresser le bilan suivant. Les élèves fréquentant régulièrement des problèmes pour chercher s'engagent plus facilement dans une activité de résolution de problèmes. Ils semblent également adopter une meilleure organisation en ce qui concerne les problèmes arithmétiques complexes du champ additif, notamment dans la gestion des différentes étapes de résolution. Enfin, ils aboutissent davantage à la résolution des problèmes proposés, tant pour les problèmes basiques que pour les problèmes complexes.

La validation de nos hypothèses semble nous permettre de répondre de la façon suivante aux questions de recherches soulevées : la pratique régulière de problèmes pour chercher semble accroître la réussite des élèves dans la résolution des problèmes arithmétiques basiques et complexes du champ additif. Cette amélioration, observée lors du protocole, semble plus marquée en ce qui concerne les problèmes arithmétiques complexes. Cette constatation est sans doute due aux difficultés plus importantes que les élèves rencontraient initialement sur ce type de problèmes.

Nous pouvons donc affirmer que la pratique régulière des problèmes pour chercher aide les élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques du champ additif.

3. Limites de la recherche

Plusieurs points peuvent nous amener à nuancer les résultats que nous avons obtenus au cours lors de l'analyse de nos résultats.

a) Une analyse centrée sur des résultats écrits

Les analyses ont été effectuées à partir des données écrites par les élèves. Néanmoins, l'analyse de l'activité de résolution de problèmes par les élèves ne saurait se limiter à ce qu'ils en écrivent sur une feuille de papier. Si l'écrit peut être un support, les raisonnements empruntés par les élèves, leur compréhension du problème ou encore les liens qu'ils peuvent établir au sein d'un même problème ou entre différents problèmes, sont le plus souvent le fruit d'une activité mentale qui nous reste inaccessible. Les résultats établis sont donc basés sur ce que l'élève a accepté de livrer, au travers des fiches de recherche ou des deux tests, et n'apportent donc qu'un regard partiel à nos interrogations.

b) Une analyse menée sur une population restreinte

Les élèves qui ont contribué à cette recherche ne représentent qu'une population restreinte et non nécessairement représentative de l'ensemble des élèves. Il aurait été intéressant d'élargir la recherche à davantage de classes afin d'élargir l'échantillon de l'étude à un modèle plus représentatif. Les données qui en auraient été recueillies auraient ainsi été plus fiables.

c) Une analyse non-comparative

Le protocole de recherche établi ne prévoyait pas de comparer l'évolution des données entre une classe qui aurait bénéficier de la séquence de problèmes pour chercher et une classe qui n'en aurait pas bénéficier. Cette comparaison aurait permis de mieux cerner qu'elle était la réelle influence que les problèmes pour chercher avaient eu dans la résolution des problèmes arithmétiques basiques et/ou complexes du champ additif.

4. Prolongements de la recherche

Il serait intéressant de poursuivre cette recherche initiale au travers de différents axes :

- Nous pourrions étendre cette étude de manière longitudinale. En observant les effets de la pratique des problèmes pour chercher tout au long de la scolarité de l'élève, l'influence que ces derniers peuvent avoir ou non apparaîtrait de manière plus significative.
- Nous pourrions nous interroger sur la possibilité d'analyser les données concernant l'organisation de la résolution des problèmes arithmétiques basiques du champ additif.

- Nous pourrions étendre la réflexion sur les problèmes du champ multiplicatif afin de voir si l'influence est la même ou si elle diffère sur certains points.
- Nous pourrions nous questionner sur d'autres types d'aides qui pourraient être profitables aux élèves afin de palier à leurs difficultés dans la résolution de problèmes, notamment à travers un travail interdisciplinaire portant sur la compréhension de texte, indispensable à la compréhension d'un problème et donc à sa résolution.

5. Apports personnels et professionnels de cette recherche

D'un point de vue plus personnel, cette démarche menée au sein de ma classe m'a permis de découvrir un univers que je connaissais relativement peu, celui de la recherche.

D'une part, cela m'a donné l'opportunité de confirmer de manière plus rigoureuse ce que je ressentais quant à l'évolution et aux progrès de mes élèves. Ce type d'analyse, s'il est effectué régulièrement, nous permettrait de proposer des aides plus efficaces et plus adaptées selon le profil des élèves.

D'autre part, l'investissement dans l'activité de résolution de problèmes pour chercher m'a apporté des clés qui me seront utiles dans les années à venir. Je comprends désormais davantage quels peuvent être les apports de cette activité et je réalise plus amplement que ce type de problèmes est profitable pour les élèves.

Bibliographie

ARSAC Gilbert, MANTE Michel. Les pratiques du problème ouvert. 2007.

BABEL Cathy, BILLY Christophe, BERGEAUT Jean-François, CAILHOL Marc et al. Résolution de problèmes à l'école. Vers une explication des techniques de résolution de problèmes. Quelle institutionnalisation ? (en cours de rédaction).

BREGNONT Jean-Luc, DOSSAT Luce, HUGUET François et *al.* Le moniteur de mathématique, Résolution de problèmes cycle 3, Fichier pédagogique. pp. 70, 91, 100, 101, 102. 2001

BROUSSEAU Guy, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, 7.2, 33-115. 1986.

BROUSSEAU Guy, *Les "effets" du "contrat didactique"*, Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques, IREM Orléans. 1982

BRUN Jean. La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives. In : Math-Ecole. 1990, n° 141, pp 2-15

CHARNEY Roland. Problème ouvert problème pour chercher. Grand N, n°51, 1992, pp. 77 – 83

COLOMB Jacques, CHARNEY Roland, DOUAIRE Jacques et *al*. Ermel – Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2, pp.57, 63. 2005.

DIAS Thierry. Les mathématiques à l'école élémentaire, une science expérimentale ?. Les cahiers pédagogiques, n°427, pp.26-28, 2004.

Dictionnaire de l'Académie française, 9ème édition (en cours de rédaction)

DOUADY Régine (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. Repères-IREM n°15

HOUDEMENT Catherine. *Problèmes numériques à l'école primaire : une fenêtre sur des problématiques d'enseignement.* In *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. pp 50 – 85. 2013.

JULO Jean, *Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ?* Actes du XXVIIe Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, Grenoble : Université Joseph Fourrier. 2001.

JULO Jules. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? Grand N, n°69, pp. 31-52. 2002

JULO Jules. Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, Renne : Presses universitaires de Rennes. 1995.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. *B.O. Hors-série n°1 du 14 février 2002 fixant les programmes d'enseignement de l'école primaire. 2002.*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. *Document d'accompagnement Les problèmes pour chercher. 2002.*

VERDENNE Dominique. Résolution de problèmes : où est le problème ? (après 2009)

Annexes

Annexe 1 : Pré-test……………………………………………..……..…………I

Annexe 2 : Post-test……………………………………………………......…III

Annexe 3 : Fiche de préparation pour les séances de problèmes pour chercher..V

Annexe 4 : Fiche de préparation *Somme des nombres*………………………….…*IX*

Annexe 5 : Fiche de préparation *Les billets*…………………………………….…*XI*

Annexe 6 : Fiche de préparation *Les fléchettes*………………………………..*XIII*

Annexe 7 : Fiche de préparation *La tirelire*……………………………………...*XV*

Annexe 8 : Fiche de préparation *Le monte-charge*…………………………...*XVII*

Annexe 9 : Fiche de préparation *Les images*………………………………..…*XIX*

Annexe 10 : Fiche de préparation *La sorcière Maléfix*……………….……..*XXI*

Annexe 11 : Fiche de préparation *Le dragon*………………………………….*XXIII*

Annexe 1 : Pré-test

NOM : ………………………… Prénom : ……………………… Date : ………………………….

Résolution de problèmes

Problème 1

Dans une grande salle, il y a 56 tables et 68 chaises. **Combien faut-il enlever de chaises pour qu'il y ait autant de chaises que de tables ?**

Problème 2

Dans une école, il y a 186 élèves. 72 de ces élèves sont des filles. **Combien y a-t-il de garçons dans cette école ?**

Problème 3

J'ai fait une promenade en vélo de 23 km. Au retour de cette promenade, le compteur de mon vélo affichait 112 km. **Combien affichait le compteur de mon vélo avant de partir me promener ?**

Problème 4

Louis a joué deux parties de billes. Il a perdu 6 billes lors de la première partie. À la fin de ces deux parties, il a 9 billes de plus qu'au début. **Que s'est-il passé à la seconde partie ?**

<u>Problème 5</u>

Karim et Alice sont tous les deux collectionneurs de timbres. On vient d'offrir à chacun la même série de timbres. La collection de Karim passe de 453 à 687 timbres. Alice, elle, avait déjà 231 timbres. **Combien en a-t-elle maintenant ?**

<u>Problème 6</u>

Au premier arrêt de bus, 8 personnes descendent du bus et 6 y montent. À l'arrêt suivant, 3 personnes descendent et 10 montent dans le bus. **Depuis le départ, le nombre de voyageurs a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?**

Annexe 2 : Post-test

NOM : .... Prénom : .... Date : ....

Résolution de problèmes

Problème 1

Dans une grande salle, il y a 53 tables et 79 chaises. Combien faut-il enlever de chaises pour qu'il y ait exactement autant de chaises que de tables ?

Problème 2

Dans une école, il y a 294 élèves. 131 de ces élèves sont des filles. Combien y a-t-il de garçons dans cette école ?

Problème 3

J'ai fait une promenade en vélo de 31 km. Au retour de cette promenade, le compteur de mon vélo affichait 105 km. Combien affichait le compteur de mon vélo avant de partir me promener ?

Problème 4

Louis a joué deux parties de billes. Il a perdu 5 billes lors de la première partie. À la fin de ces deux parties, il a 8 billes de plus qu'au début. Que s'est-il passé à la seconde partie ?

Problème 5

Karim et Alice sont tous les deux collectionneurs de timbres. On vient d'offrir à chacun la même série de timbres. La collection de Karim passe de 561 à 894 timbres. Alice, elle, avait déjà 322 timbres. Combien en a-t-elle maintenant ?

Problème 6

Au premier arrêt de bus, 7 personnes descendent du bus et 4 y montent. À l'arrêt suivant, 5 personnes descendent et 8 montent dans le bus. Depuis le départ, le nombre de voyageurs a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?

Annexe 3 : Fiche de préparation des séances de problèmes pour chercher

Problèmes ouverts

Liens avec les programmes	**CE2 (cycle 2) ; CM1 (cycle 3)** **C2** – *On veillera à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.* **C3** – *On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement liés à une notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.*
Compétence travaillée	**C2 – Chercher :** - *S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome.* - *Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.* **C3 – Chercher :** - *S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.* - *Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.*

Déroulement-type d'une séance

Appropriation du problème

Lecture du problème	La PE affiche le problème au VPI. Un élève en fait la lecture.
Questions liées au vocabulaire	Dans un premier temps, la PE répond aux questions liées au vocabulaire.
Questions liées à la compréhension du problème	Dans un deuxième temps, les élèves peuvent poser des questions liées à la compréhension du problème.
Reformulation du problème	Les élèves reformulent le problème et ce qu'ils vont chercher, si besoin avec l'aide de la PE.
Distribution des fiches de recherche	Enfin, la PE distribue la fiche de recherche.

Phase de recherche individuelle

Phase de recherche individuelle

Les élèves mènent une première phase de recherche individuelle dans le cadre « Je cherche seul ».

Pourquoi ?

Cette phase leur permet de s'engager dans la résolution de problème et de ne pas être passif lors de la phase de recherche en binôme.

Rôle du PE

La PE circule dans les rangs, répond seulement aux questions qui lui paraissent liées à la compréhension du problème. Quand la question porte sur la résolution du problème, retourner la question à l'élève (LIMITER LES INTERVENTIONS).

Formation des binômes

Quand les élèves semblent tous avoir trouvé une piste pour résoudre le problème et / ou à leur demande, la PE explique comment seront formés les binômes (librement / imposés / niveaux mixtes / etc.) et autorise les élèves à travailler en binôme.

Phase de recherche en binôme

Phase de recherche en binôme

Les élèves poursuivent leurs recherches dans le cadre « Je cherche à plusieurs ».

Pourquoi ?

Cette phase permet aux élèves de produire plus facilement une piste de réponse.

Rôle du PE

La PE circule dans les rangs, répond seulement aux questions qui lui paraissent liées à la compréhension du problème. Quand la question porte sur la résolution du problème, retourner la question aux élèves (LIMITER LES INTERVENTIONS). Elle régule le niveau sonore.

Réalisation de l'affiche

Quand le binôme pense avoir trouvé la solution, ils complètent le cadre « Notre réponse » et demande une feuille A4 pour la réalisation de l'affiche.

Phase de rédaction de l'affiche

Chaque binôme rédige son affiche contenant a minima leur réponse. Ils peuvent également indiquer comment ils ont abouti à cette réponse.

Quand l'affiche est terminée les élèves vont l'afficher au tableau en la numérotant.

La PE leur propose un prolongement de l'activité ou une activité d'autonomie aux élèves ayant terminé plus tôt.

Mise en commun + Je retiens

A partir des affiches réalisées par les élèves, ces derniers commentent leur réponse et la façon dont ils l'ont trouvée.

Il faut observer toutes les affiches, même rapidement. Les réponses peuvent être vérifiées avec du matériel lorsque la situation le permet.

Collectivement, une phrase-réponse est rédigée et copiée dans le cadre « Mise en commun ».

A partir des difficultés / techniques de résolutions / autre, une TE est établie et copiée dans le cadre « Je retiens ».

(Cette TE n'est pas prévue à l'avance par la PE)

Enfin les élèves complètent le cadre « Commentaires » et la PE relève les fiches de recherche.

Annexe 4 : Fiche de recherche Somme des nombres

Nom : ………………………………………… Prénom : …………………………………………… Date : ……………………………………………

SOMME DES NOMBRES

ÉNONCE DU PROBLÈME

Trouver tous les nombres inférieurs à 1000 dont la somme des chiffres est égale à 5.

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 5 : Fiche de recherche *Les billets*

Nom : .... Prénom : .... Date : ....

LES BILLETS

ÉNONCE DU PROBLÈME

Rechercher toutes les manières de faire 1 000€ avec des billets de 200€, 50€ et 20€.

On peut avoir plusieurs billets de la même sorte. On n'est pas obligé d'utiliser toutes les sortes de billets.

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 6 : Fiche de recherche *Les fléchettes*

Nom : .... Prénom : .... Date : ....

LES FLÉCHETTES

ÉNONCE DU PROBLÈME

Trouver tous les scores possibles lorsque l'on envoie des fléchettes dans des zones marquées 5, 7 ou 11 points.

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 7 : Fiche de recherche *La tirelire*

Nom : .... Prénom : .... Date : ....

LA TIRELIRE

ÉNONCE DU PROBLÈME

Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces ou billets. Je n'ai que des pièces de 2€ et des billets de 5€. En tout, j'ai 106€. Combien y a-t-il de pièces de 2€ et de billets de 5€ dans ma tirelire ?

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 8 : Fiche de recherche *Le monte-charge*

Nom : ………………………………………… Prénom : …………………………………………… Date : ……………………………………………

LE MONTE-CHARGE

ÉNONCE DU PROBLÈME

Dans un magasin, on doit transporter des colis du rez-de-chaussée au premier étage à l'aide d'un monte-charge. On ne peut pas mettre plus de 225 kg à la fois sur le monte-charge. Voici le poids en kg de colis à transporter :

40 – 90 – 75 – 105 – 125 – 150 – 70

Combien de voyages faudra-t-il au minimum pour monter tous les colis ?

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 9 : Fiche de recherche *Les images*

Nom : ………………………………………… Prénom : …………………………………………… Date : ……………………………………………

LES IMAGES

ÉNONCE DU PROBLÈME

Elizabeth collectionne des images dans un album.
Sur chaque page, elle peut coller huit images et son album a six pages.
Chez le libraire, elle peut acheter des pochettes d'images. Voici les prix :
2€ pour 1 image
5€ pour 3 images
7€ pour 5 images
11€ pour 10 images
Elle veut acheter des images pour remplir son album.
Comment doit-elle acheter ses images pour dépenser le moins d'argent possible ?

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 10 : Fiche de recherche *La sorcière Maléfix*

Nom : ………………………………………… Prénom : ……………………………………………… Date : ………………………………………………

LA SORCIÈRE MALÉFIX

ÉNONCE DU PROBLÈME

La sorcière Maléfix a rangé 36 balais dans 3 armoires A, B et C.
Dans l'armoire A, il y a 6 balais de plus que dans l'armoire B.
Dans l'armoire C, il y a deux fois moins de balais que dans l'armoire B.
Combien de balais Maléfix a-t-elle rangés dans chaque armoire ?

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS

Annexe 11 : Fiche de recherche *Le dragon*

Nom : .... Prénom : .... Date : ....

LE DRAGON

ÉNONCE DU PROBLÈME

Un dragon boit dans un aquarium. Celui-ci, rempli d'eau à ras-bord, pèse 108 kg. À moitié vide, le même aquarium pèse 57 kg. Combien pèse l'aquarium vide ?

JE CHERCHE SEUL

JE CHERCHE À PLUSIEURS

NOTRE RÉPONSE

MISE EN COMMUN

COMMENTAIRES

JE RETIENS