

**Master Métiers de l'Education, de l'Enseignement et de la
Formation**

Mention Second Degré

Parcours Mathématiques Physique Chimie

**Mémoire :
Le cas de l'arêtier dévoyé**

Rédacteur : Louis Lagon

Directrice : Marie-Hélène Lecureux

Co-directeur : Lionel Pelissier

Soutenu le 18/06/2019

Domaines : Co-intervention, Institutions, Mathématiques, Charpente, Praxéologie, ETG

Résumé : Le présent texte s'interroge sur l'interconnexion de deux institutions : la charpente et les mathématiques, dans le cadre de la rénovation de la voie professionnelle et plus particulièrement de la co-intervention. Il vise à mettre en évidence des zones d'intersections aux travers d'objets communs, tels que le tracé de parallèles ou de perpendiculaires, à partir d'une interrogation initiale sur une technique d'atelier : le dévoilement de l'arêtier. Cette zone définie, le texte tente d'identifier différents freins structurels à la mise en oeuvre d'une co-intervention, dans l'optique de la rendre la plus harmonieuse possible, et s'interroge sur les contextualisations de situations didactique mathématiques à caractère professionnel. Il comporte une analyse des programmes et des manuels des deux institutions étudiées, ainsi qu'une analyse de tracés et d'entretien de deux professeurs appartenant chacun à l'une de nos deux institutions. Il propose enfin quelques situations exploitables en classe dans le cadre de la nouvelle réforme.

Remerciements :

A l'équipe encadrante pour le vif intérêt porté au présent mémoire, et plus particulièrement à M-H. Lecureux, pour son enthousiasme et son soutien démesuré lors des différentes étapes du présent texte.

A tout mes relecteurs, qui, malgré la spécificité du texte, ont tenté de m'aiguiller dans le brouillard de la rédaction, et plus particulièrement à M. Duhaut, qui plongeait sans hésitation dans les méandres du $\text{\LaTeX}$ afin d'y traquer les fautes de français, et à V. Lagon, qui relut le texte avec patience et précision.

Aux professeurs de mathématiques et de charpente interrogés, qui ont bien voulu me recevoir dans leurs lycées, et m'ont ainsi permis de trouver des réponses à mes interrogations

A P. Lamarque et S. Lecomte, copains de clavier et analyseurs d'exercices.

A Andrea, soutien indéfectible, compagne vers l'infini et au delà et qui par sa confiance et sa douceur, m'aide à ne pas rester pétrifié de doutes

Aux amoureux du "Trait" comme de "l'Orient", qu'ils soient constructeurs ou mathématiciens, bâtisseurs de constance dans la course du monde, et gardiens d'une éthique du faire et de savoirs oubliés.

MÉMOIRE

LE CAS DE L'ARÊTIER DÉVOYÉ

12 juin 2019

Louis Lagon

louis.lagon@wanadoo.fr

N° INE : 1603033876B

M2 Mathématiques Physique Chimie

ESPE Ranguel

Table des matières

I	Présentation du cas	1
1	Introduction	1
2	Présentation du cas	2
2.1	Définitions	2
2.2	Un curieux problème de résistance de matériaux...	3
2.3	... Au programme de la fin de la 1ère année de C.A.P.	4
II	Théories mobilisées	4
1	Théorie anthropologique du didactique	5
1.1	4 variables fondamentales	6
1.2	Praxéologie	7
1.3	Application au sujet d'étude	8
1.3.1	Type de tâche principal T :	8
1.3.2	Techniques	9
2	Théorie des paradigmes géométriques	11
2.1	Paradigme de Kuhn	11
2.2	Les 3 paradigmes géométriques	12
III	Étude comparative des Espaces de Travail Géométriques	13
1	Étude pré-terrain	13
1.1	Étude comparative des Espaces de Travail Géométriques de référence . . .	14
1.1.1	ETG de référence Mathématiques	14
1.1.2	ETG de référence Charpente	15
1.2	Étude comparative par tâche des ETG idoines	19
1.2.1	T1 : Tracer un segment d'une longueur donnée	20
1.2.2	T2 : Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné	21
1.2.3	T3 : Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné	24
1.3	Discussion autour de l'étude pré-terrain	28
2	Étude de Terrain	30
2.1	Questionnaire	30

2.1.1	Observables	30
2.1.2	Lieux de recherche et matériels	32
2.2	Analyse des entretiens	33
2.2.1	Deux professeurs de charpente	33
2.2.2	Retour sur la technique de la vue par bout (ou rectiligne du dièdre) :	39
2.2.3	Logos de Boucher	40
2.2.4	Un professeur de mathématiques	42
2.2.5	Analyse comparée des rapports aux tracés des deux institutions . .	49
3	Obstacles à l'interconnexion entre le monde professionnel et le monde mathématiques	51
4	Quelques idées de situations didactiques	52
4.1	Situation n°1 : Equations et Traçages sur pièces de bois :	52
4.2	Situation n°2 : La méthode des coupures et l'équilibre d'un solide soumis à 3 forces	54
4.3	Situation n°3 : Déformées, point critique, intégrales et dérivées	57
4.4	Situation n°4 : Explication d'une technique permettant de dévoyer les arêtiers à l'aide d'un parallélogramme en C.A.P. et en Bac Pro	58
IV	Ouverture	59
1	Une approche mathématique au savoir ouvrier	59
1.1	Du misérabilisme à l'horizon de la sociologie de la reproduction...	59
1.2	Recherche de blocs θ - Θ dans la stéréotomie	60
2	Les mathématiques et "La vie"	61
2.1	Rapport au savoir des milieux populaires à l'institution scolaire	61
2.2	Rapport au savoir de l'institution scolaire aux milieux populaires	63
V	Bibliographie, table des figures et Annexes	64

Première partie

Présentation du cas

1 INTRODUCTION

Dans une classe de C.A.P. « Charpentier Constructeurs Bois », j'ai pu observer un groupe entretenant des rapports conflictuels avec les mathématiques. Un blocage paraissait avoir été généré par le fait que ces dernières aient compté pour beaucoup dans leur échec scolaire en collège. La moyenne du groupe était basse, et la participation en classe quasi inexistante.

Néanmoins, ce même groupe pouvait mettre en place, au travers de la stéréotomie, des savoirs de type géométrique très complexes. Section d'un espace 3D par la méthode du face aplomb pour faciliter la recherche d'angles, minimisation des erreurs de traçage par la méthode de la sauterelle, calcul de raccords par la méthode des herses, ou encore calculs de structure par la méthode de l'épure de Cremona, les applications mathématiques (et mécaniques) développées par les élèves en atelier étaient nombreuses, et d'une complexité mathématique bien supérieure à celle d'un niveau de C.A.P. tel qu'il est abordé en classe de mathématiques. Les élèves arrivent ainsi à mobiliser les mathématiques dans le cadre de la charpente, mais étonnamment, cette mobilisation semble moins évidente dans le cadre des mathématiques. Le présent mémoire s'intéresse donc à la question suivante :

Quels sont les freins à l'interconnexion entre le monde professionnel et le monde mathématique auxquels sont confrontés les élèves de C.A.P. ?

Une des hypothèses de recherche consistera à analyser le monde professionnel et le monde de l'éducation comme entretenant des rapports différents à de mêmes objets. Afin de répondre à notre problématique, il faudra ainsi mieux comprendre les différentes visions d'objets communs inhérentes aux deux mondes. Le présent mémoire s'intéressera plus particulièrement à un type de tâche fondamental du trait de charpente : le traçage d'un arêtier dévoyé. Le cas sera étudié sous 2 angles différents : celui de professeurs de charpente et celui de professeurs de mathématiques sciences, au travers de résolution de problèmes ayant pour type de tâche des tracés de parallèles et de perpendiculaires. Yves Chevallard nous aidera au travers de sa théorie anthropologique du didactique (ci-après défini par TAD) à mieux définir nos objets étudiés, qui nous aideront à définir au mieux les différents Environnements Techniques Géométriques (ci-après ETG) tels que définis par Houdement et Kuzniak inhérents aux élèves, mais aussi aux professeurs, aux institutions et aux supports de cours. Nous pourrons ainsi étudier, d'un point de vue qui se veut le plus global possible, l'intersection de nos deux institutions au travers de tâches communes. Nous nous pencherons dans un second

temps sur l'utilisation de ces tâches en lien avec l'enseignement du module de géométrie au programme des classes de C.A.P., mais aussi avec les modules d'équations et de dérivation. Dans un dernier temps, nous nous interrogerons sur les différents freins didactiques existant à l'interconnexion entre nos deux mondes étudiés.

2 PRÉSENTATION DU CAS

2.1 Définitions

Avant d'entamer notre plongée dans le monde professionnel, il est important de mettre au clair quelques termes propres au métier. Les définitions données ci-après sont, pour la plupart, tirées du Traité théorique et pratique de la Charpente [Maz75]

Arêtier : Pièce de charpente délardée placée à la rencontre de deux versants.

Chevron d'emprunt : Le chevron d'emprunt est une ligne imaginaire servant de référence sur la vue en plan ou l'élévation. Il convient de noter que le chevron d'emprunt doit toujours être perpendiculaire à la sablière.

Dévoier : Établir une pièce de charpente hors de la position qu'elle devrait occuper.

Délardement : coupe du bois obtenue en enlevant une arête d'un seul côté de la pièce.

Épure : Représentation linéaire, à une échelle donnée, d'une figure à trois dimensions par ses projections (en élévation, en plan, de profil ou en coupe), permettant de situer dans l'espace la figure ainsi représentée.

Élévation : Représentation par le dessin d'un édifice dans sa projection géométrale et verticale.

Rabattement : Construction permettant de déterminer l'image d'un point quelconque de ce plan par une rotation transformant le plan en un plan horizontal. Le rabattement d'une figure plane permet d'obtenir cette figure en vraie grandeur. L'axe de la rotation qui est nécessairement une horizontale s'appelle la charnière du rabattement.

Sablières : Pièce de bois horizontale formant plate forme pour d'autres pièces, telles que les chevrons d'un comble, poteaux d'un pan de bois.

Vue en plan : Vue de dessus.

Ces quelques termes définis, nous pouvons désormais considérer le problème suivant, qui constituera notre angle d'attaque au sujet.

2.2 Un curieux problème de résistance de matériaux...

Imaginons le pavillon A vu en plan (figure 1).

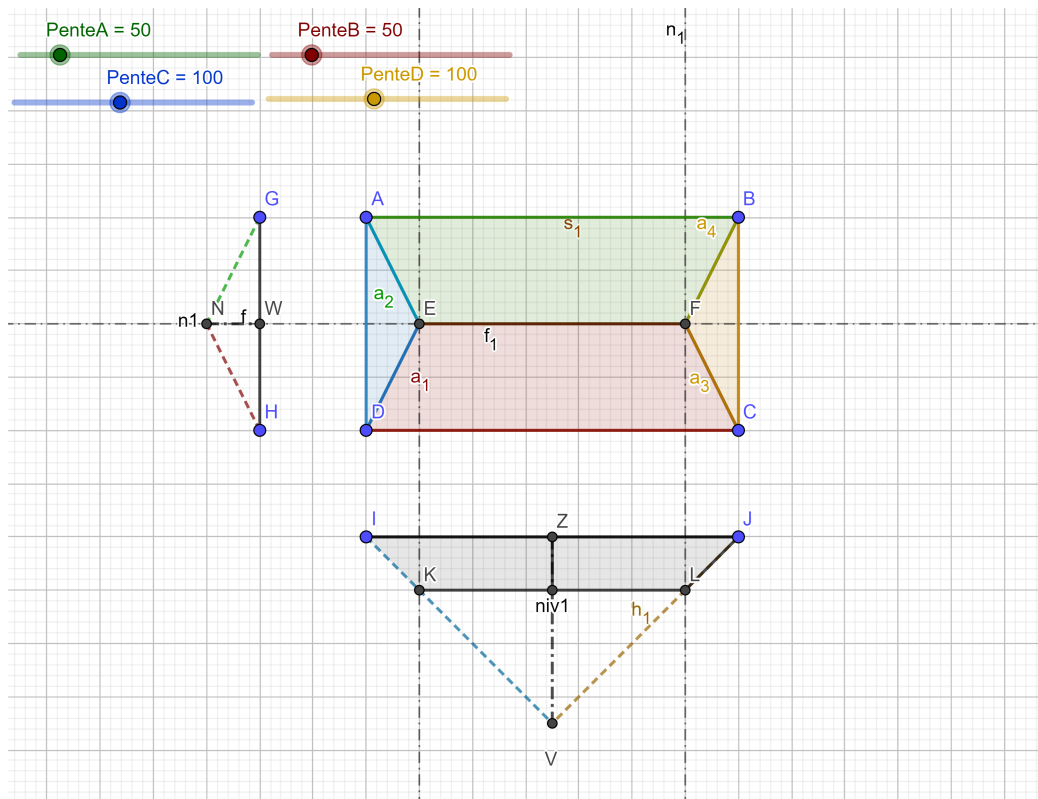


FIGURE 1: Pavillon A

Celui-ci est un pavillon simple, composé de 4 versants, raccordés par 4 arêtiers. Le fichier Géogebra "Pavillon A.ggb" est disponible afin d'appréhender plus facilement la notion. Il permet de choisir 4 pentes pour 4 versants, et de placer les arêtiers. Il permet aussi d'observer que la pente des versants positionne l'arêtier, et non l'inverse.

Isolons maintenant l'arêtier n°1 et regardons-le en plan (figure 2). Nous connaissons l'axe de l'arêtier. Cependant, il faut le délarder, afin qu'il s'unisse avec les deux versants. Le choix le plus simple serait de le positionner au milieu de l'axe initial, puis de reporter l'angle de chaque versant, et de délarder la pièce (figure 2 à gauche). Cependant, cela génère un important problème de résistance pour la pièce de bois. En effet, on se doute bien, implicitement, que plus il y aura de la matière dans la pièce, plus elle sera résistante. La Résistance des Matériaux (RDM) confirme cette idée, et ajoute que, pour que la résistance soit maximale, les niveaux de délardements doivent être égaux [Rin]. La seule solution permettant de réunir ces 2 conditions (raccord avec les pentes des versants et même niveau de délardement) sera de décaler la pièce de bois de son axe initial. Cette opération s'appelle le dévoiement. Notre problème se résume maintenant à trouver la position latérale de l'arêtier vis-à-vis de l'axe tel que celui-ci se raccorde avec les versants, et de telle sorte que ses 2 délardements arrivent au même niveau que

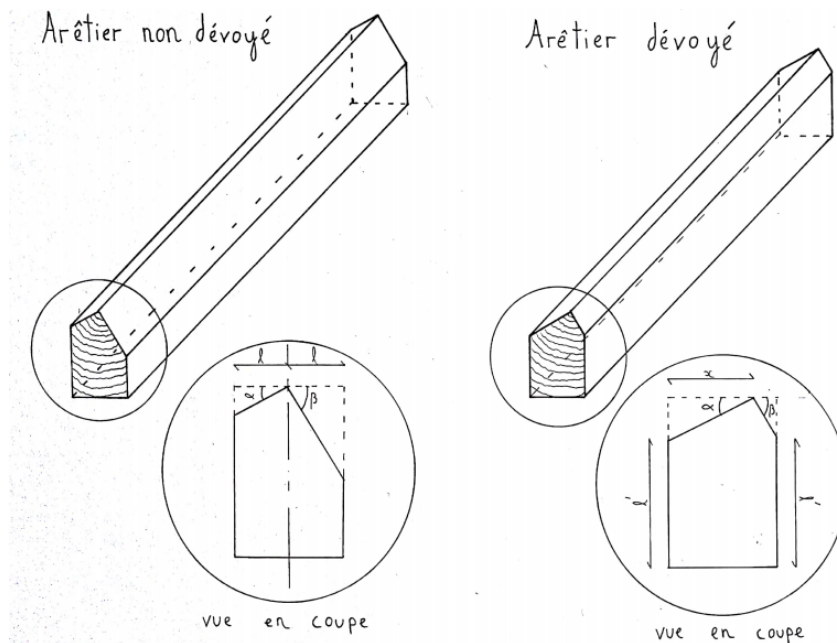


FIGURE 2: Arêtiers

la pièce de bois (figure 2 à droite).

2.3 ... Au programme de la fin de la 1ère année de C.A.P.

Dans la progression classique du C.A.P. de charpentiers constructeurs bois, l'élève travaille d'abord sur des "situations 2D" telles que la réalisation d'une ferme latine. Il est ensuite initié à de vrais problèmes de 3 dimensions par l'intermédiaire de problèmes de raccords en simple ligne, où les bois sont matérialisés par des lignes sans épaisseurs. Ces exercices, qui constituent une première entrée dans la géométrie dans l'espace, permettent de calculer les différents axes des pièces de bois, à l'aide de différentes données (comme par exemple la pente des versants, le positionnement des sablières ou la hauteur de flèche). Puis, les élèves arrivent à un troisième stade, le face aplomb, qui permet de représenter des bois dans l'espace avec leurs épaisseurs. La réalisation d'un arêtier représente ainsi le premier réel problème 3D avec épaisseur de pièces et raccord de deux versants (plans). C'est au travers de ce savoir-faire, qui nous servira de fil d'Ariane tout au long de ce mémoire, que nous allons explorer notre question.

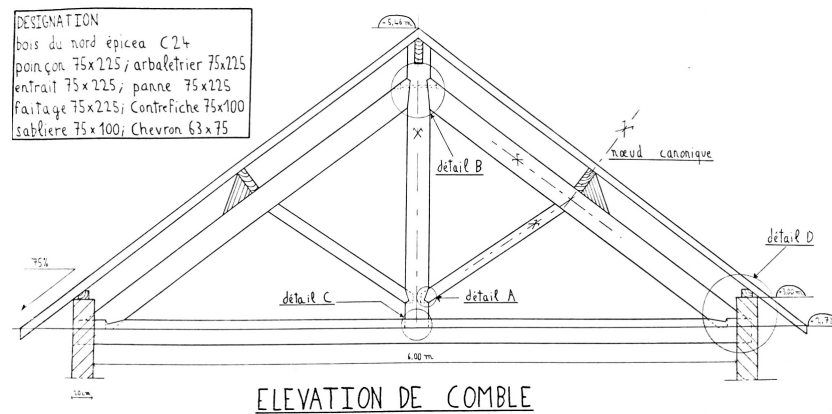


FIGURE 3: Problème en 2D - La Ferme Latine

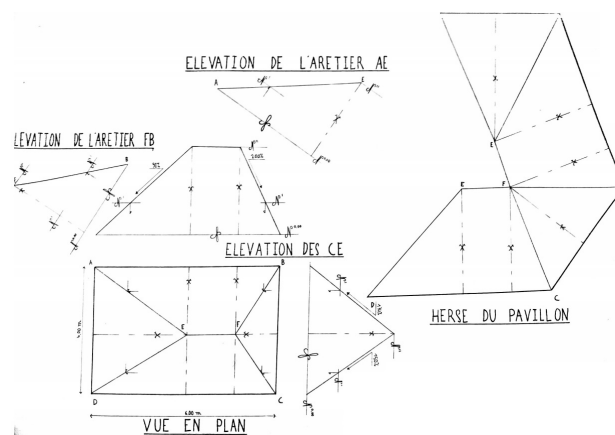


FIGURE 4: Problème en 3D - Raccord de deux étaux en simple ligne

Deuxième partie

Théories mobilisées

1 THÉORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE

Afin d'analyser l'objet de savoir décrit précédemment, il nous faut en dire un peu plus sur le champ théorique mobilisé pour l'analyse. Le cadre choisi est celui de la théorie anthropologique du didactique [Che98] [Che02] (ci-après désignée par TAD). Cette théorie, proposée par Chevallard, mobilise un point de vue résolument émancipateur des autres théories, et s'applique particulièrement bien à notre problème. Le point central de la TAD est qu'elle *"situe l'activité mathématique, et donc l'activité d'étude en mathématiques, dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales"*. Elle permet de balayer toute frontière institutionnelle, et d'analyser ainsi le savoir en jeu en traversant les institutions de par lesquelles il est normalement cantonné. On pourra ainsi s'émanciper d'autres théories pour lesquelles *"parler valablement de didactique des mathématiques, par exemple, suppose que l'on parle de certains objets distinctifs"*

– les mathématiques, d'abord, et ensuite, solidairement, les élèves, les professeurs, les manuels, etc. –, à l'exclusion d'à peu près tout autre type d'objets, et en particulier de tous ceux que l'on croit trop vite scientifiquement non pertinents pour cette raison qu'ils apparaissent culturellement étrangers aux objets tenus pour emblématiques des questions de didactique des mathématiques".

En clair, cette théorie nous permettra de considérer la recherche du dévoiement de notre arétier en tant que réelle activité mathématique, nous permettant de l'analyser sous ce point de vue en non pas comme une tâche propre à la réalisation d'une pièce de bois.

1.1 4 variables fondamentales

Afin de pouvoir discuter de la notion, il convient d'être au clair sur les définitions. Quatre notions fondamentales sont ainsi à expliciter :

Les objets o : Par objet nous désignerons toute entité qui existe pour au moins un individu. En particulier, tout produit intentionnel de l'activité humaine est un objet particulier, que l'on nommera œuvre. Le mammifère, le monstre en spaghetti volant, le langage ou encore la notion d'enthalpie sont ainsi des objets.

Le rapport personnel $R(x,o)$: Il représente toutes les interactions qu'entretient l'individu x avec un objet o . Ces rapports peuvent être très différents entre deux individus et un même objet. Richard Feynmann illustre merveilleusement bien cette notion au travers de cet extrait de la BBC[Fey80]. Le fait qu'un objet o existe pour un individu i implique que $R(x,o) \neq \emptyset$. On dit alors que x connaît o .

La personne : Elle représente l'ensemble des interactions entre un individu x et l'ensemble de ses rapports personnels $R(x,o)$. Elle est à différencier de l'individu. Si ce dernier est invariant, la personne elle évolue en fonction des rapports personnels qu'elle entretient avec les différents objets. On peut ainsi définir l'univers cognitif d'un individu $U(x)$ comme étant l'ensemble des objets que l'individu connaît, ou $U(x) = (o, R(x,o) / R(x,o) \neq \emptyset)$.

L'institution I : Elle représente un dispositif social qui permet et impose à tout $x \in I$ la mise en jeu de manières de faire et de penser propres aux différentes positions p offertes dans I . L'ESPE de Toulouse est ainsi une institution I_1 , les ESPE de France I_2 en sont une autre et l'éducation nationale I_3 en est encore une autre avec $I_1 \subset I_2 \subset I_3$. Il est à préciser, et ce sera important par la suite, que les disciplines sont elles aussi considérées comme des institutions par Chevallard. La théorie jusqu'ici appliquée aux individus se transfère aux institutions. On dira alors que le rapport à l'objet d'un individu est conforme à celui de sa position dans l'institution lorsque $R(x,o) \equiv R_I(p,o)$.

La TAD permet ainsi d'analyser toute activité humaine répétée par un modèle, que l'on nommera "praxéologie".

1.2 Praxéologie

Praxéologie, du grec "praxis" (manipuler), et "logos" (discours rationnel), étudie les différents types de tâches à travers quatre objets :

Le type de tâche T : Un type de tâches est généralement décrit par un verbe. Par exemple : laver de la vaisselle, résoudre une équation du second degré, ou encore monter un escalier sont des types de tâches. Il s'agit d'une action non naturelle, d'un artefact, dont la reconstruction en classe est l'objet même de la didactique. Le type de tâche est par ailleurs "*construit*" par une institution. Il peut être parfois composé de plusieurs tâches (notée $t \in T$), elles-mêmes pouvant être composées de sous-tâches.

Les techniques τ : Du grec, *tehknê* (savoir-faire), elles correspondent à une manière de réaliser la tâche. Elles ne portent que sur une partie de T . Plusieurs techniques sont possibles à la réalisation d'une même tâche. Elles peuvent être de nature algorithmiques. Il faut enfin noter qu'au sein d'une institution I , on trouve généralement une seule technique associée à la réalisation d'un type de tâche. Analysons par exemple les techniques associées au type de tâche T : "saluer quelqu'un". Il existe de nombreuses techniques telles que :

τ_1 : Se serrer la main

τ_2 : Se faire deux bises

τ_3 : Se faire trois bises

τ_4 : Frotter son nez avec celui de l'autre personne

τ_5 : Joindre les deux mains en prière ...

On peut noter que chaque technique est associée à différentes institutions. Ces différentes techniques, ayant pour but la résolution du même type de tâches, restent cantonnées à certains espaces sociaux ou géographique. Il est ainsi rare de voir par exemple deux femmes du sud-ouest de la France travaillant dans le milieu financier se saluer en se frottant le nez avant de conclure un important contrat.

La technologie θ : Du grec *tehknê* et *logos* (discours rationnel), elle représente la justification de la technique. Elle prouve que l'utilisation de la technique τ résout bien le type de tâche T , et ainsi que l'on résout d'une manière correcte notre problème. Cette justification peut présenter différents niveaux de raisonnement, et sera bien souvent différente, en fonction de l'institution dans laquelle est

exercée la technique. On peut ainsi voir des technologies θ avancées par certaines institutions qui paraîtront peu rationnelles à d'autres. Ainsi en parlait Paul Valéry : *"chacun se sert de l'esprit qu'il a. Un manœuvre se sert du sien, par rapport à soi, autant que quiconque, philosophe ou géomètre. Si ses discours nous semblent grossiers et trop simples, les nôtres lui sont étranges ou absurdes; chacun de nous est un manœuvre pour quelqu'un."*[Val26] Cet aspect découle du fait que la technologie est associée à une technique, elle-même associée à une institution, et à une forme différente du rapport au savoir. Chevallard parle de *"technique canonique"*, pratiquée au sein de I, qui est bien souvent autotechnologique. "On fait comme cela car c'est LA bonne manière de faire".

La Théorie θ : Elle représente un ensemble d'axiomes dont découle la technologie. Le bloc $[\theta; \theta]$ est assimilé au savoir, en opposition au bloc $[T; \tau]$ qui constitue le savoir-faire. Par abus de langage, la praxéologie entière est souvent appelée savoir, minorant ainsi le bloc du savoir-faire.

Nous sommes désormais équipés d'outils pour effectuer une première analyse de notre activité mathématique.

1.3 Application au sujet d'étude

Dans notre sujet d'étude, l'objet étudié sera "Le dévoiement de l'arêtier". La variable d'étude sera le rapport personnel à l'objet $R(x, o)$ qu'entretiennent les individus x interrogés. Plusieurs personnes seront étudiées. On voudra ainsi étudier le rapport personnel de 2 types de personnes appartenant à deux institutions différentes : Les mathématiques et la charpente. Maintenant que les principaux acteurs sont définis, analysons un peu plus en détail la praxéologie entourant notre objet.

1.3.1 Type de tâche principal T :

Le type de tâche principal T sera défini comme le Calcul du dévoiement d'un arêtier. Il consiste en le calcul des angles de délardements en accord avec les préconisations RDM énoncées plus haut. De nombreuses tâches associées à ce type de tâche sont présentes, en fonction du niveau de précision dans lequel on se place. On peut trouver un certain nombre de tâches récurrentes dans la technique traditionnelle donnée ci-dessous. Ainsi, dans les types de tâches "réaliser l'épure simple ligne", "tracer la perpendiculaire à l'axe d'arêtier", "tracer les parallèles aux sablières", on retrouve les tâches suivantes :

T1 : Construire un segment de même longueur qu'un segment donné

T2 : Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné

T3 : Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné

T4 : Déterminer une mesure en degré d'un angle donné.

Ces tâches associées auront une grande importance dans le présent mémoire. Elles sont en effet les capacités exigibles à l'évaluation certificative de C.A.P. telles qu'exprimées dans le B.O..

1.3.2 Techniques

Technique traditionnelle : C'est la technique traditionnelle enseignée à l'atelier. Elle a pour source la théorie du face aplomb. En voici le protocole.

1. Réaliser l'épure simple ligne vue en plan. Cette étape positionne les sablières ainsi que l'axe du poinçon qui sert à recevoir la pièce. Elle permet ainsi de définir l'axe du raccord des versants.
2. Tracer la perpendiculaire à l'axe de la ligne d'arêtier passant par le point de raccord des sablières (point A).
3. Reporter à partir du point de raccord sablière l'épaisseur de chaque coté du point.
4. Tracer les deux parallèles aux sablières passant par les points construits plus tôt.
5. L'intersection de ces deux sablières avec l'autre sablière génère deux points.
6. Tracer la parallèle à l'axe d'arêtier passant par ces deux points.

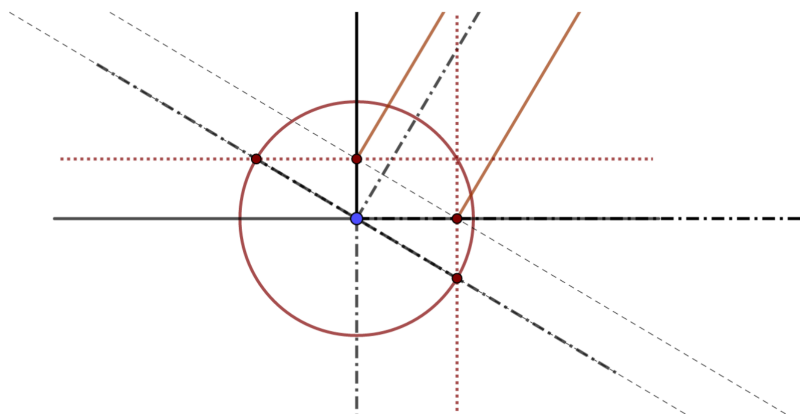


FIGURE 5: Technique Traditionnelle

On place en hypothèse que cette technique est auto-technologique au sens de Chevallard [Che98]. Elle fonctionne parce qu'elle fonctionne. Caroline Bulf [Bul08] remarque ainsi de nombreuses techniques de type "black box[R N00]" dans les pratiques des tailleurs de pierres et des ébénistes. Une technique de ce type est une technique dénuée de sa technologie, qui fonctionne comme une boîte noire. L'artisan sait ainsi ce qu'il peut y placer en entrée, et ce qu'il obtiendra en sortie. La technique peut donc se résumer à un protocole, constituant une suite de geste permettant d'aboutir à un résultat

voulu. Bulf met en évidence dans sa thèse, des techniques de ce type chez des ébénistes, qui, dès lors qu'ils se retrouveront dans un cas nouveau dont la résolution repose sur la même technologie que leur technique usuelle, ne pourront pas résoudre leur problème de par son caractère nouveau, et de l'inapplicabilité de la boîte noire (cf *Recherche du centre d'une symétrie par des tailleurs de pierres et des tailleurs de bois*) [Bul08]. On peut supposer qu'il en soit de même avec les charpentiers avec la méthode traditionnelle. Il s'agit là d'une hypothèse que l'on tentera de confirmer lors de la phase de terrain.

Technique itérative τ_1 : On peut aussi, si l'on connaît la pente des 2 versants à raccorder, utiliser une technique itérative. Un curseur définira la position de l'axe de délardement de la pièce, un segment Δ_z définira la différence de hauteur des deux niveaux bas de délardement. Il suffira enfin de déplacer le curseur jusqu'à trouver la bonne position ($\Delta_z = 0$). Le fichier Géogebra "Technique itérative.ggb" permet de mieux visualiser la technique. Ici, θ est constitué par l'outil TICE, qui justifie la technique.

Technique trigonométrique τ_2 : Une autre manière de considérer le problème, de manière plus abstraite, est de considérer la figure suivante :

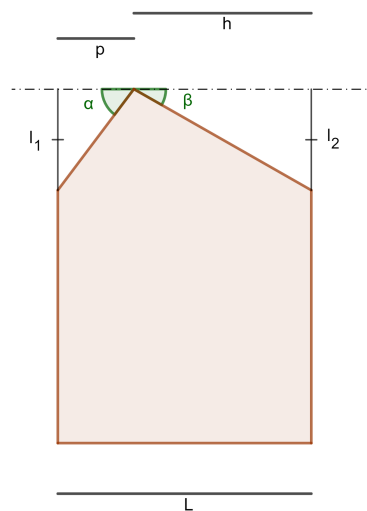


FIGURE 6: Technique trigonométrique

On a en tout point :

$$\tan(\alpha) = \frac{l_1}{p}; \quad \tan(\beta) = \frac{l_2}{h}$$

Or, on veut $l_1 = l_2$ soit

$$\tan(\alpha) \cdot p = \tan(\beta) \cdot h = \tan(\beta) \cdot (L - p)$$

On a donc

$$p = \frac{\tan(\beta) \cdot L}{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}$$

Ici, θ repose sur la définition de la tangente, notamment dans sa relation :

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$$

ainsi que sur les raisonnements d'équations :

$$\forall a, b, c, k \in \mathbb{R} :$$

$$a = b \iff a + c = b + c$$

$$a = b \iff k \cdot a = k \cdot b$$

La théorie de Chevallard permet de mieux appréhender notre objet de savoir. Une seconde théorie sera utilisée de manière complémentaire, qui nous permettra de nous interroger sur les paradigmes géométriques inhérents à nos objets.

2 THÉORIE DES PARADIGMES GÉOMÉTRIQUES

2.1 Paradigme de Kuhn

La théorie de Houdement et Kuzniak [A K06] s'appuie sur la notion de paradigme de Kuhn[Jui05] . Ce dernier décrit par paradigme « *l'ensemble des croyances, des techniques et des valeurs que partagent un groupe scientifique* ». Ce cadre permettra de fixer les manières conformes à l'institution décrite de résoudre un problème. Une deuxième partie décrit les différents exemples qui permettront aux étudiants d'identifier les éléments du paradigme global tel qu'il leur est enseigné. Par exemple, si le groupe scientifique étudié résout un problème de mesure d'angle à l'aide d'un rapporteur, alors l'étudiant saura identifier le fait que, lorsqu'il sera face à un problème de mesure d'angle, il devra utiliser un rapporteur. Cette vision scindée permet de distinguer les pratiques d'un groupe constituant le paradigme global, et le fait qu'un membre du groupe, lorsqu'il sera face à une situation nouvelle, saura reconnaître un cas d'application défini dans le paradigme global afin d'en appliquer les techniques de résolution associées. Ce second cas permet ainsi d'analyser comment le professeur de mathématiques sciences, au cours de son enseignement, va transmettre le paradigme de la communauté scientifique auquel il appartient et a été formé à ses élèves, qui poursuivront ainsi la diaspora du paradigme.

2.2 Les 3 paradigmes géométriques

Houdement et Kuzniak se basent sur cette théorie et placent pour hypothèse que plusieurs paradigmes différents se cachent sous le terme de géométrie. Cette multiplicité engendre ainsi des difficultés didactiques, les professeurs et les élèves étant parfois situés dans des paradigmes différents. Ils distinguent ainsi 3 paradigmes basés sur 3 concepts bien distincts que sont l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif. On peut ainsi décrire :

La géométrie I ou géométrie naturelle : Basée sur l'intuition, elle a pour source de validation l'espace réel (sensible). Sa principale faiblesse est qu'elle s'appuie sur ce que l'on voit, ce qui est source d'erreur. Elle correspond à un premier niveau d'abstraction par rapport à un objet géométrique, car elle permet d'isoler certains objets/données connus (par exemple : je suis en présence d'un triangle, je peux mesurer tel segment) et isole ainsi certains aspects de l'objet étudié.

La géométrie II ou axiomatique naturelle : Cette géométrie s'appuie sur l'interprétation de figures/données à l'aide d'un système axiomatique. Le lien avec le réel n'est cependant pas coupé, mais l'observation ne prime plus sur le raisonnement. Cet espace s'est constitué pour la résolution de problèmes spatiaux, de manière formelle. Ainsi, si je veux localiser le centre d'un cercle dans le paradigme de la géométrie II, je peux par exemple tracer 3 tangentes non parallèles associées au cercle, de manière à former un triangle dans lequel ledit cercle est inscrit, puis à l'aide des médiatrices, localiser le centre.

La géométrie III ou géométrie axiomatique formaliste : Elle émerge avec la naissance de la géométrie non euclidienne. Dans ce paradigme, le réel est soit irréprésentable, soit source d'erreur. On avance ainsi à l'aveugle grâce uniquement au raisonnement. Elle se libère ainsi purement de l'intuition pour ne laisser place qu'au raisonnement déductif. Citons ici Thom : « la déduction est à l'aveugle ce que l'intuition est au paralytique, l'une avance et ne voit pas, l'autre voit mais n'avance pas. ». Pour des raisons évidentes, ce cadre sera écarté du mémoire.

Ces 3 paradigmes sont sources de nombreuses difficultés didactiques. En effet, ils n'amèneront pas le même type de résolution de problème, et il faut que les différents intervenants (professeurs et élèves) se placent dans le même paradigme afin de pouvoir discuter des objets enjeux de l'étude. De nombreux exemples sont cités qui illustrent des confusions d'élèves sur le paradigme adapté à la résolution de leurs problèmes, avec une difficulté pour les collégiens à opérer le basculement de GI vers GII. La frontière entre les deux espaces de travail n'étant pas marquée, Bulf[Bul08] (dont Kuzniak est le directeur de thèse) remarque une dialectique GI/GII opérante entre les deux paradigmes, générant des interférences didactiques.

Un exemple issu de mes classes illustre bien les difficultés didactique inhérentes à nos

différents paradigmes. J'avais demandé à un groupe d'élèves de localiser le centre d'un cercle, après avoir fait la leçon sur les droites remarquables d'un triangle. Le cercle était dessiné en grand sur papier. Plusieurs élèves se sont mis alors à plier la feuille, de manière à localiser deux axes de symétrie du cercle, en repliant la moitié de ce dernier sur l'autre. L'intersection des deux axes donne effectivement le cercle. Cette méthode est issue de la géométrie I. La technique attendue était d'inscrire le cercle dans un triangle, pour trouver le point de raccord des hauteurs et ainsi localiser le cercle. Cette méthode est placée en géométrie II. Elle est formellement plus précise, mais s'avère moins précise que la méthode de mes élèves par symétrie dans la réalité. Il fût par la suite compliqué d'établir l'utilité de cette technique, plus précise dans l'abstrait que dans le réel.

Afin d'étudier au mieux ces différents paradigmes, il est nécessaire d'analyser les Environnements de Travail Géométriques (ETG) sur 3 niveaux. On distingue ainsi les ETG de référence (institution), idoines (manuels) et personnels dans lesquels doivent se placer l'élève et le professeur.

Troisième partie

Étude comparative des Espaces de Travail Géométriques

1 ÉTUDE PRÉ-TERRAIN

Afin d'examiner notre sujet d'étude, nous réaliserons une analyse synchronique comparative des différents ETG de références propres à l'enseignement de la charpente et de la géométrie plane sur l'année 2017. Cette analyse des différents ETG se fera à l'aide de la praxéologie définie par Chevallard. Le choix de focale sur la géométrie plane s'explique par le fait que les charpentiers décomposent l'espace 3D par des systèmes d'élévations, de rabattement et de projections, ramenant ainsi systématiquement un espace 3D à un ou plusieurs espaces plans.

Afin d'étudier les ETG de référence, nous étudierons les différents Bulletins Officiels (B.O.) constituant les programmes de Charpente et de Mathématiques, afin de voir s'ils se situent dans les mêmes paradigmes. Un autre objet d'analyse sera constitué par les différentes épreuves certificatives de C.A.P. de l'année étudiée. Ces sujets étant proposés par l'institution de référence, et contenant les différents types de tâches exigibles des élèves, ils seront une bonne manière d'appréhender les attendus élèves vis-à-vis de l'institution.

L'étude de différents manuels de mathématiques à destination de C.A.P. groupement

A mathématiques m'a paru une bonne approche pour l'analyse de l'environnement idoine. Il n'existe pas (au stade actuel de mes recherches) de manuels actuels dédiés à l'enseignement professionnel de la charpente en classe de C.A.P. Si l'Encyclopédie de la Charpente reste l'ouvrage idoine de référence du métier, il n'est pas adressé à ce niveau. Cependant, l'étude de différents tracés abordés en cours sera un bon point d'approche. On se basera aussi sur l'ouvrage La charpente en bois[Eme05], à destination des charpentiers et dessinateurs. Enfin, certains sites spécialisés dans la réalisation d'épure seront inclus dans notre étude.

Enfin, l'étude des ETG personnels sera constituée par une étude de terrain, par l'intermédiaire d'entretiens semi-directifs.

1.1 Étude comparative des Espaces de Travail Géométriques de référence

1.1.1 ETG de référence Mathématiques

B.O.

Bulletin officiel n° 8 du 25 février 2010

6. Géométrie plane

Domaines de connaissances	Capacités	Évaluation	
		Conditions	Exemples d'activités
Segment	▣ Construire un segment de même longueur qu'un segment donné.	Les tracés peuvent être exécutés sans explication, ni justificatif.	- Construction de figures de la vie courante ou professionnelle, telles que : carreau, vitre, mosaïque, patron de robe, relevé de cadastre, etc.
Parallélisme	▣ Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné.	Les tracés peuvent être exécutés sans explication, ni justificatif.	- Construction d'un logo d'entreprise par symétrie centrale ou orthogonale.
Orthogonalité	▣ Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné.	Les tracés peuvent être exécutés sans explication, ni justificatif.	- Observation et description d'une charpente, d'une photographie représentant l'entrée d'un monument, la façade d'un édifice.
Angle	▣ Déterminer une mesure d'un angle donné.	La mesure en degré est un nombre entier et le rapporteur est utilisé.	- Tracé de l'axe de symétrie d'une figure plane représentant un objet usuel (balle, raquette de tennis).
	▣ Tracer un angle de mesure donnée, le sommet et un côté étant donnés.	La mesure en degré est un nombre entier et le rapporteur est utilisé.	- Calcul de l'aire d'une surface à peindre ou à tapisser.
Médiatrice d'un segment	▣ Construire à la règle et au compas la médiatrice d'un segment donné.	Les tracés et constructions doivent rester apparents.	- Lecture et exploitation de dessins techniques (plans ou schémas de pièces, d'édifices, etc.)
Bissectrice d'un angle	▣ Construire à la règle et au compas la bissectrice d'un angle donné.	Les tracés et constructions doivent rester apparents.	- Calcul de la longueur de la piste d'un stade. - Calcul de la longueur d'une courroie. - Représentation de la section droite d'un vérin.

FIGURE 7: La géométrie plane en C.A.P. [10]

Dans le programme officiel[10], on retrouve de nombreux types de tâches liés à différentes constructions géométriques de base. On observe ainsi :

T1 : Construire un segment de longueur donnée

T2 : Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné

T3 : Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné

Pour ces 3 premières techniques, aucune technique n'est indiquée.

T4 : Tracer/Déterminer la mesure d'un angle donné

$\tau 4$: Lecture sur rapporteur

T5 : Tracer la médiatrice d'un segment

$\tau 5$: règle et compas

T6 : Tracer la bissectrice d'un angle

$\tau 6$: Construction au compas

La totalité des tâches sont des reprises d'études, et l'enjeu du chapitre semble d'un niveau de fin de cycle 3. L'ETG se place clairement dans la géométrie I et n'a pour but que le traçage sur feuille de figures géométriques de dimensions données, tel qu'expliqué en préambule du programme.

Unités spécifiques

6. Géométrie plane

Pour développer la perception des objets géométriques dans des situations professionnelles, dans d'autres disciplines ou dans la vie courante, les objectifs visés sont les suivants :

- mettre en œuvre les notions géométriques essentielles par la description et la construction d'objets géométriques du plan ;
- utiliser les instruments pour construire des objets géométriques, mesurer des longueurs et des angles, constater l'égalité de segments ou d'angles ;
- calculer des grandeurs attachées à ces objets.

FIGURE 8: Unités spécifiques [10]

Lorsque l'on analyse les épreuves certificatives de C.A.P. de mathématiques, on peut observer certaines tâches demandées en géométrie d'un niveau de cycle 4. Prenons par exemple cet extrait de l'épreuve de mathématique[Can17] posée en évaluation certificative de C.A.P. groupement A en 2017 :

Ici, l'enjeu principal de l'exercice est centré sur l'application d'un coefficient de proportionnalité couplé à la mesure de segments. On est donc dans un sujet à plus forte dimension algébrique que géométrique. On peut observer cependant une régression forte du niveau requis en géométrie quant au type de tâche. Les jeunes entrant en C.A.P. vont ainsi attaquer un chapitre de géométrie intégralement constitué de reprises d'étude. On peut aussi noter un changement de paradigme par rapport au collège. Si l'un des enjeux du cycle 4 est de travailler dans un ETG en Géométrie II (Houdement et Kuzniak), ici, le paradigme est très clairement de type Géométrie I. La faiblesse du présent programme permet probablement d'expliquer la très faible présence d'exercices de géométrie dans l'épreuve de mathématiques de C.A.P. . Cette analyse faite, allons jeter un coup d'œil du côté des ETG de référence en charpente.

1.1.2 ETG de référence Charpente

La partie commune entre la charpente et l'enseignement de la géométrie plane sera contenue dans le module Traçage du référentiel, [03]dont voici un extrait :



- 2.1 Quel est le lieu qui semble le plus proche du domicile de Magali ?
Cocher une réponse.
- ☐ Salle B
 - ☐ Salle C
 - ☐ Salle D
- 2.2 Déterminer la distance, en mètres, entre la salle B et la maison de Magali (point E).
Arrondir à l'unité.
-
-
- 2.3 La meilleure amie de Magali habite à l'intersection de la rue Saint-Philippe et de la rue Bottero. Magali choisit la salle des fêtes la plus proche de son domicile et de celui de sa meilleure amie. Quelle salle des fêtes choisira-t-elle ? Justifier.
-
-
-
-

FIGURE 9: Épreuve mathématiques 2017 [Can17]

Fonction 1 : FABRICATION
Activité : TRAÇAGE
TÂCHES : T1 Réaliser une épure à la grandeur de l’ouvrage (méthode traditionnelle). T2 Réaliser une épure ou un tracé à une échelle réduite. T3 Tracer les pièces sur l’épure (mise sur ligne/piquage ou rembarrement). T4 Tracer les pièces d’après des données numériques et/ou graphiques. T5 Tracer les pièces de bois suivant un gabarit. T6 Vérifier les vraies grandeurs d’arêtes et les angles des coupes par calcul T7 Repérer et marquer les pièces de bois.
RÉSULTATS ATTENDUS :
 R1 à R2 Le tracé des épures est précis et exploitable. R3 à R5 Le tracé des pièces est précis et exploitable par un tiers. R6 Les calculs de longueurs d’arêtes et de valeurs d’angles sont exacts. R7 Le marquage est conforme aux plans de levage.

FIGURE 10: Référentiel C.A.P. Charpente [03]

Aucune technique/technologie n’est mentionnée dans le référentiel. Ces deux notions

paraissent donc libres. Seul est précisé le fait que le tracé final doit être précis et lisible, mais il n'est en aucun cas imposé de technique de traçage. Il sera intéressant de voir quelles techniques sont adoptées pour la réalisation des différentes tâches sur le terrain (ainsi que leurs θ associées).

Penchons-nous plus en détail sur le type de tâche T1 : réaliser une épure à la grandeur de l'ouvrage. Il n'est précisé nulle part ce qui est attendu quand aux tâches associées au type de tâche « réaliser une épure ». Cependant, une analyse des épreuves EP2 : réalisation d'un ouvrage bois peuvent nous aider à nous faire un avis sur les attendus.

DISPOSITION DES VUES SUR ÉPURE.

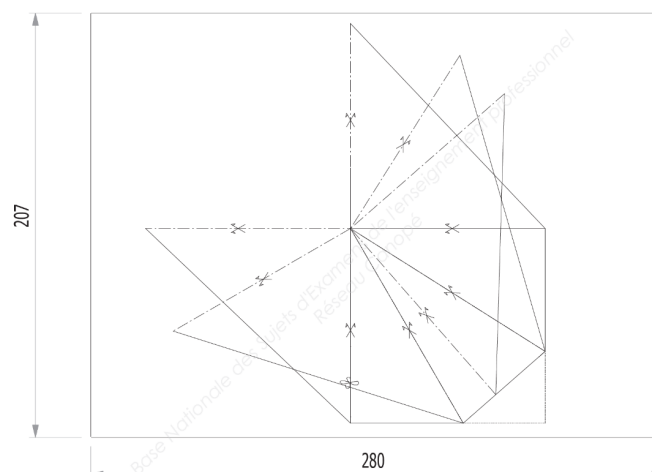


FIGURE 11: Épure simple ligne[Edu17]

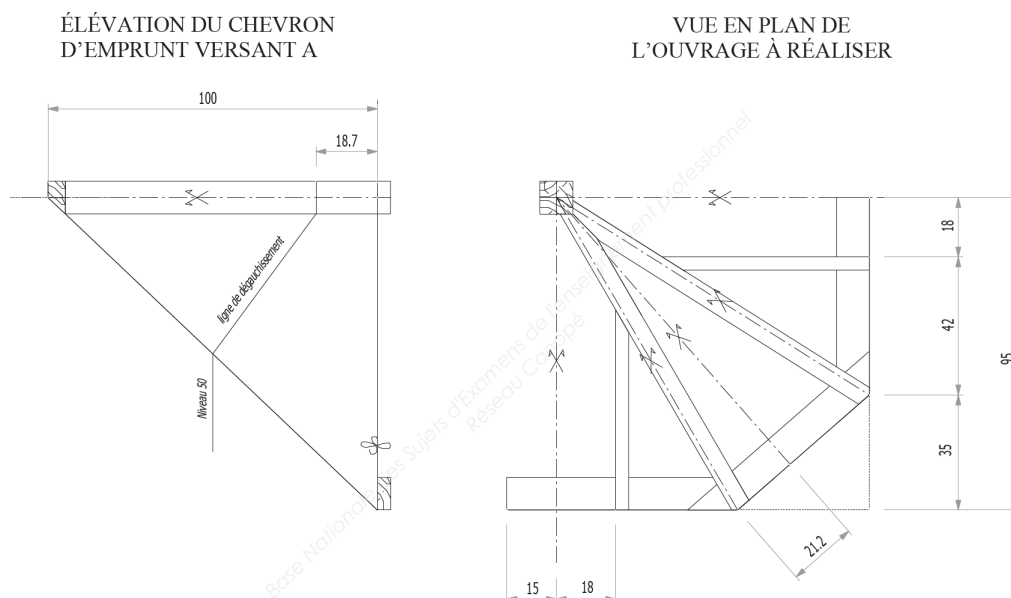


FIGURE 12: Épure semi-développée C.A.P. 2017 [Edu17]



FIGURE 13: Vue 3D

Les figures représentent les vues en simple ligne sur l'épure, ainsi que la vue en plan et l'élévation d'un chevron d'emprunt. Les cotes sont données en centimètres. Il est attendu de l'élève, au niveau du traçage, qu'il reproduise les 3 dessins à taille réelle. Il devra aussi de lui-même réaliser les deux élévations d'arêtier (dont il devra calculer le dévoiement), et rechercher les différents angles de coupes par le biais de projections. Ainsi, le type de tâche "réaliser l'épure" sera constitué de tâches associées telles que :

- T* : Calculer le dévoiement des arêtiers
- T7* : Construire les élévations des arêtiers et des chevrons d'emprunt
- T8* : Calculer les angles de coupe des engueulements
- T9* : Calculer l'angle de coupe du couronnement du poinçon

Ces tâches étant particulièrement spécifiques au champ professionnel de la charpente, il semble logique qu'elles ne figurent pas au programme de mathématique. Elles sont cependant issues du monde mathématique et il sera intéressant de voir si les professeurs de mathématiques sciences en ont connaissance. On retrouve notre tâche étudiée *T* "calculer le dévoiement d'un arêtier". Si l'on prend encore un niveau de zoom supplémentaire, cette tâche associée *T* est elle-même composée de sous-tâches communes au B.O. telles que :

- T1* : Construire un segment de même longueur d'un segment donné
- T2* : Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné
- T3* : Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné
- T4* : Déterminer une mesure en degré d'un angle donné (à noter que cette tâche sera augmentée dans ce référentiel de : savoir tracer un angle de mesure donnée en degrés)
- T5* : Tracer la bissectrice d'un angle au compas (embrèvements)

Après avoir pris connaissance des ETG de référence, on peut recouper diverses tâches communes aux deux référentiels de mathématiques et de charpente. On peut distinguer deux sous-ensemble de tâches communes telles que la "réalisation d'épure" qui se recoupe avec le traçage de figures en mathématiques, incluant la réalisation de parallèles et de perpendiculaires, ainsi que la "validation par le calcul des vraies grandeurs d'arêtes et des angles de coupes". L'angle d'attaque ayant été défini comme une interrogation autour de la technique du dévoiement de l'arêtier, cette seconde zone (de vérification des pièces par le calcul), ouvrant le champ à de trop nombreuses techniques possibles, sera écartée du présent mémoire qui se concentrera ainsi sur les activités de traçage, sous-tâches nécessaire à la réalisation de notre tâche initiale T.

Cette analyse faite, nous pouvons passer aux manuels.

1.2 Étude comparative par tâche des ETG idoines

Il est observé dans la partie ci-dessus un découpage de tâches communes dont revoici un extrait.

- T_1 : Construire un segment de même longueur qu'un segment donné
- T_2 : Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné
- T_3 : Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné
- T_4 : Déterminer une mesure en degrés d'un angle donné (à noter que cette tâche sera augmentée dans ce référentiel de : savoir tracer un angle de mesure donnée en degrés)

Ces sous-tâches sont toutes associées à notre tâche initiale étudiée T (dévoier un arêtier), et on se concentrera particulièrement sur la manière dont elles sont traitées dans les ETG idoines. On rappelle qu'aucune technique n'est explicite dans les ETG de référence. L'analyse des ETG idoines de mathématiques porte sur 10 ouvrages de mathématiques[Phi03][N G10][Gra13][ali10][ali14][ali16][Red14][ali11][DE 43][Lag05] traitant le même point du programme : « géométrie plane ». Les types de tâches étant communs aux sept ouvrages (puisque définies dans le B.O.), seuls les aspects techniques et théoriques seront étudiés. L'ouvrage de l'abbé De la caille offre une perspective d'ouverture, et permet de présenter l'approche à nos types de tâches telle qu'elle était pensée en 1743. Il n'existe pas à l'heure actuelle de manuels scolaires à l'usage des C.A.P. de charpente. Cela dit, il existe des ouvrages exposants divers problèmes issus du monde professionnel, dont le type de tâche général est de trouver des angles de coupes pour tailler des pièces de bois. On peut ainsi retrouver notre tâche général de l'étude T (dévoier un arêtier) dans certains ouvrages[Eme05][BouXe], mais nos tâches relatives aux traçages de droites parallèles ou perpendiculaires n'y sont pas développées. Quelques sites spécialisés [AOC19][Ber] proposent en revanche des méthodes à ces dernières

tâches. On les inclura ainsi dans l'étude idoine. Enfin, un ouvrage de référence traitant l'intégralité de nos tâches (du dévoiement aux traçages de parallèles et perpendiculaires) sera intégré. Il s'agit du *Traité théorique et pratique de Charpente* [Maz75]. Celui-ci est un condensé du savoir charpentier, et traite en détail de nombreuses techniques de traçages, notamment de perpendiculaires élevées ou abaissées. Il est organisé en trois recueils de planches au format A2, et contient de très nombreuses données sur la charpente en général. Quelques extraits des ouvrages traités sont disponibles en annexe. Ceci défini, passons à l'analyse de nos tâches :

1.2.1 T1 : Tracer un segment d'une longueur donnée

Aucun des ouvrages étudiés ne propose de technique à ce point. Elle sera donc laissée libre de choix aux professeurs. On peut toutefois réaliser une analyse à priori des techniques possibles.

τ_1 : Tracer une portion de droite à la règle (ou au cordon¹). Construire un point A. Placer un outil gradué (règle, équerre, mètre à ruban, mètre à branches ...) sur cette portion de droite ; en faisant correspondre une graduation de l'outil avec le point A, construire le point B, à la distance voulue.

τ_2 : Tracer une portion de droite à la règle. Placer un outil gradué (règle, équerre, mètre à ruban, mètre à branches ...) sur cette portion de droite. Construire les points A et B espacés de la distance voulue.

τ_3 : Construire le segment à l'aide d'un logiciel de géométrie.

Les deux premières techniques peuvent sembler similaires à première vue. Toutefois, la première est plus précise que la seconde. En effet, si l'on se penche sur les différentes causes d'incertitudes de la construction voulue, on peut trouver deux sources d'erreur. La première consiste en l'action d'aligner un point avec une graduation. L'erreur ainsi représentée est généralement assez minime. La seconde consiste à reporter sur la droite, la graduation correspondante à la distance voulue. Celle-ci est plus importante que la première. Or, dans la première technique, on aligne une fois et on gradue une fois. Dans la seconde, on gradue deux fois. L'acte de graduation étant plus imprécis que l'acte d'aligner, il en résulte que la première technique est plus précise que la seconde. Pour des raisons évidentes, la technique 3 est, elle, d'un degré de précision encore plus important que les deux précédentes.

1. Cordelette imprégnée de poudre de craie colorée, servant à faire des marquages rectilignes

1.2.2 T2 : Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné

Dans les ETG mathématiques, la technique prédominante est celle de l'équerre glissée. Plusieurs variantes existent, en fonction du positionnement de la règle par rapport à l'équerre. Dans deux manuels, on utilise la technique des deux perpendiculaires. Dans 3 manuels, la technique est tout simplement inexistante. Dans les ETG charpente, et notamment dans l'œuvre de Mazerolle, on peut trouver toute une collection de nouvelles techniques de traçage non présentes dans les manuels de mathématiques qui viennent s'ajouter à notre collection. Il est à remarquer que l'intégralité des techniques retrouvées dans ce dernier ouvrage utilisent pour outils le compas et la règle non graduée, ce qui détonne avec les ETG idoine mathématiques. Il est légitime de se demander si la préférence marquée pour le compas est en relation avec l'époque de publication du document (1875), ou si l'on retrouvera cette préférence dans nos entretiens. On peut ainsi trouver de nouvelles techniques telles que la technique du parallélogramme, avec sa variante, et la technique des tangentes. Analysons ce recueil ainsi fait d'un point de vue praxéologique. Aucune des technologies ci-après définies ne sont présentes dans les manuels, et n'ont été ainsi définies par les auteurs.

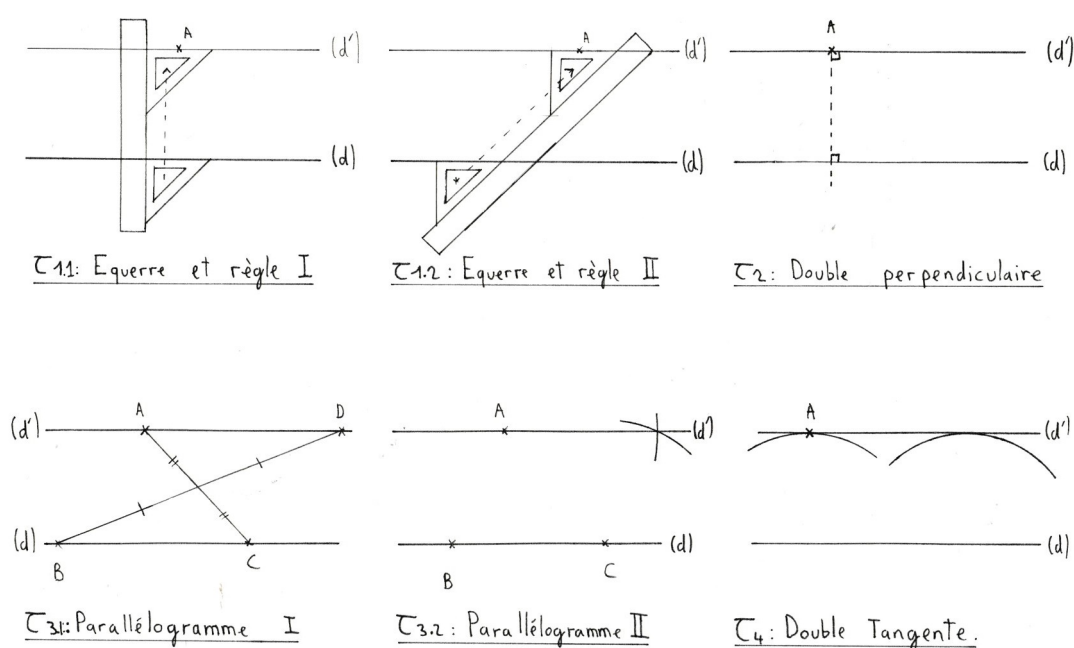


FIGURE 14: Tracer la parallèle à une droite passant par un point

τ_1 - **Équerre glissée** : Placer le grand côté de l'équerre sur la droite. Placer la règle contre le petit côté de l'équerre. Faire glisser l'équerre jusqu'à ce que son grand côté s'aligne avec le point. Tracer la droite (d'). Une variante existe en plaçant

la règle contre l'hypoténuse de l'équerre, ou en utilisant une autre équerre à la place de la règle.

θ associée : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors ces deux droites sont parallèles. La règle permet ainsi de matérialiser une droite perpendiculaire à (d), puis l'équerre, en glissant, permet de matérialiser une seconde droite perpendiculaire à (d), et par la même, parallèle à (d). Cette technologie s'inscrit dans la théorie euclidienne, et dans la définition de la perpendiculaire. Cette technologie sera ci-après désignée θ_1 . L'équerre matérialise le concept de perpendiculaire. On a ainsi un artefact venant de l'abstrait vers le monde réel. La technologie génère donc un ETG de type II $\rightarrow I$

τ_2 - Droite intermédiaire : Tracer la perpendiculaire (d'') à (d) passant par A. Tracer la perpendiculaire (d') à (d'') passant par A.

θ associée : θ_1 . Cette technique de traçage peut tout aussi bien servir de preuve au parallélisme de deux droites sur une figure. Elle ne s'appuie pas sur le monde sensible, mais bien sur des concepts. Elle génère un ETG de type II.

$\tau_{3,1}$ - Parallélogramme 1 : Construire B,C $\in$ (d). Construire M, milieu du segment [AC]. Tracer la demi-droite [BM). Tracer D, symétrique de B par rapport à M. Tracer (AD).

θ associée : La technique consiste en le tracé d'un parallélogramme, à partir d'une de ses propriétés (les diagonales se coupent en leur milieu). Une fois ce dernier tracé, on se sert d'une autre de ses propriétés (ses deux côtés sont parallèles). Ici encore, on se sert du concept d'un objet géométrique (le parallélogramme) et de ses propriétés pour définir notre traçage. (ci-après θ_2). L'ETG généré est ainsi de type II

$\tau_{3,2}$ - Parallélogramme 2 : Construire B,C $\in$ (d). Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre C et de rayon [AB]. Tracer un cercle $\mathcal{C}'$ de centre A et de rayon [BC]. Construire D, intersection des deux cercles. Tracer (AD).

θ associée : θ_2

τ_4 - Deux compas : Construire deux points A et B $\in$ (d). Tracer deux cercles, de rayon $r = \text{dist}(A, (d))$, et de centre A et B. Tracer une droite ayant pour tangente les deux cercles. Cette technique a pour différence des 3 précédentes qu'elle nécessite de connaître la distance r entre les deux parallèles. Elle ne permet ainsi pas de manière simple de tracer une parallèle à une droite donnée passant par un point, mais permet de tracer deux parallèles d'espacement donné, ce qui se

révélera pratique, de nombreuses situations présentant ce cas de figure (par exemple, pour l'implantation d'un bâtiment dont on connaît les dimensions).

θ associée : La technologie est basée sur la dualité de la parallèle à une autre droite (d) située à une distance d, conjuguée à la définition de la tangente

Livre étudié	T2 : Tracer une parallèle par un point	T3 : Tracer une perpendiculaire par un point
Hachette technique 2016	$\tau_{1.1}$	$\tau_{1.1}$
Hachette technique 2014	$\tau_{1.1}$	x
Bertrand Lacoste 2014	x	$\tau_{1.2}$
Delagrave 2013	τ_2	$\tau_{1.1}$
Foucher 2011	$\tau_{1.1}$	τ_2
Hachette technique 2010	$\tau_{1.1}$	$\tau_{1.1}$
Delagrave 2010	$\tau_{1.1}$	$\tau_{1.1}$ et τ_2
Nathan technique 2005	$\tau_{1.1}$	$\tau_{1.1}$ et τ_4
Delagrave 03	x	$\tau_{1.1}$
Leçons élémentaires 1743	τ_2	τ_2
Mazerolle	$\tau_2 - \tau_3$	$\tau_2 - \tau_3 - \tau_4 - \tau_5 - \tau_7$
Site Lapin menuisier	x	τ_5
Gabion formation	x	$\tau_5 - \tau_6$

FIGURE 15: Synthèse techniques

Tracer une parallèle			Tracer une perpendiculaire		
	Equerre	Compas		Equerre	Compas
Maths (8 τ)	75%	25%	Maths (11 τ)	63%	37%
Charpente (3 τ)	0%	100%	Charpente (8 τ)	0%	100%

FIGURE 16: Synthèse techniques

Comparatif : Dans ce tableau, on peut trouver les différentes techniques associées au type de tâche en fonction des manuels. Ces techniques sont définies selon les planches présentes en amont et en aval. Ainsi, $\tau_{1.1}$ associée à T_2 est différente de $\tau_{1.1}$ associée à T_3 . On désignera par "x" l'absence de technique proposée dans l'ouvrage.

Nos deux institutions utilisent des techniques, outils et concepts différents. Nous avons ainsi d'un côté l'institution mathématique I_1 , qui préférera l'utilisation d'équerres, et définira la parallèle comme la composition de deux perpendiculaires, et de l'autre côté l'institution charpente I_2 , qui se servira de parallélogrammes ou de cercles, et qui définira plutôt la parallèle comme étant la droite dont tous les points sont à égale distance de la droite d'origine. On semble avoir, dans le choix des techniques initialement laissé libre, des techniques typiquement associées aux institutions qui les pratiquent. On retrouve ici même la théorie de Chevallard, ainsi que la notion de paradigme de Kuhn, dans le sens anthropologique du terme. A un même type de tâche, sont associée plusieurs techniques, qui évoluent au fil du temps et des institutions. Dans l'exemple

précédent, nous avons pour type de tâche de tracer une parallèle. On peut constater que l'institution mathématique construit ces parallèles en se servant d'une technique (la double perpendiculaire) et d'un artefact (l'équerre) propre à son institution. On retrouvera ainsi dans les manuels (et plus tard dans les pratiques) une technique prédominante, propre à l'institution, qui va la transmettre, au fur et à mesure des différentes personnes occupant des positions en son sein. A la résolution de ce même type de tâches s'associe une autre technique, que l'on trouve subsistante, dans l'institution des charpentiers. Cette technique, transmise dans l'institution, et établie, repose sur une technologie différente (distance d'une droite à une droite) et utilisera un artefact différent. La prévalence de cette technique n'est pas anodine. C'est en fait l'utilisation de l'artefact (compas) qui la conditionne. Cet artefact est plus pratique lorsque l'on trace sur de grandes distances. On peut ainsi trouver une forme de darwinisme dans l'évolution des techniques au sein des institutions, où survivra celle la plus adaptée à son environnement. L'équerre, bien adaptée au traçage sur feuille de petit format, facilement transportable, et relativement précise, survivra ainsi comme principal artefact dans les salles de classes. Le compas, facilement utilisable sur de grandes longueurs, survivra dans les chantiers (ou à l'atelier). Dans nos deux cas, il faut enfin remarquer que c'est l'artefact qui conditionne la technique survivante, et non pas l'inverse. On peut se demander qui, de l'outil ou de la technique, s'adapte à l'autre. On remarque aussi que les ETG construits ne seront pas de mêmes types, et construits à partir de concepts différents. Les technologies sont, pour le moment, toujours absentes de nos ETG, et il serait intéressant de sonder chez les élèves naviguant dans ce flux de techniques, comment ces dites techniques impactent leurs rapports personnels au concept de parallèle. Continuons notre étude et penchons-nous maintenant sur le traçage des perpendiculaires.

1.2.3 T3 : Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné

Côté mathématiques, les manuels affichent différents choix de techniques. La tendance générale consiste en l'utilisation de la technique de l'équerre, toutefois, celle-ci n'est pas absolue. L'utilisation de cet outil est tout de même présente dans 8 des 10 manuels, parfois complémentée par l'utilisation du compas. On distingue 2 variantes dans l'utilisation de la technique. Parfois, l'équerre est seule présente, posée sur la droite (d). Parfois, elle est posée sur une règle alignée avec la droite (d). Ces techniques sont toujours associées de manière directe au type de tâche T3. La deuxième technique la plus présente (3 manuels sur 10) consiste en le tracé d'une médiatrice. Ici, l'outil utilisé sera le compas. Deux variantes sont présentes. Cette technique n'est toutefois que rarement associée au type de tâche T2, cette dernière étant plus souvent rattachée au type de tâche

« tracer la médiatrice du segment ». On ne se sert ainsi pas de la technique pour tracer une perpendiculaire, mais pour tracer une médiatrice. Il est à noter que cette technique est fondamentale dans l'ouvrage de l'abbé De la caille. C'est en effet cette technique qui permet, dans son ouvrage de 1743, de tracer des perpendiculaires. La parallèle étant ensuite définie comme la composée de deux perpendiculaires, cette unique procédé permet de tracer les perpendiculaires comme les parallèles dans son ouvrage. Il serait intéressant de se plonger dans d'autres ouvrages, afin de voir si cette technique, qui met en place l'utilisation d'un compas, était une référence dans l'institution mathématique de l'époque. Elle ne semble en tout cas plus autant prisée actuellement qu'elle ne l'était à cette époque. Dans l'intégralité des parties de cours, le point donné par lequel doit passer la perpendiculaire n'appartient pas à la droite (d). Les manuels présentent donc des perpendiculaires abaissées, et non élevées d'un point. Cette dernière configuration existe tout de même dans certains exercices (par exemple : tracer un Tangram Foucher). On peut enfin trouver une technique exotique dans le Nathan technique en la présence de τ_4 .

Côté charpente, les techniques abordées dans les ETG idoines sont plutôt différentes. Elles reposent toujours sur le même outil, à savoir le compas. Le Traité théorique et pratique de la Charpente nous donne ainsi 7 manières différentes de tracer une perpendiculaire à l'aide du compas (cf annexe). Ces techniques (décrites ci-dessous) sont reprises par les principaux sites de charpente consultés. Analysons ce recueil ainsi fait d'un point de vue praxéologique.

τ_1 - **Équerre simple** : Placer le grand côté de l'équerre sur la droite (d). faire correspondre le petit côté de l'équerre avec le point A. Tracer la droite (d'). On peut trouver deux variantes, constituées par la position de la règle par rapport à l'équerre.

θ associée : θ_1 associée à T2.

τ_2 - **Médiatrice** : Construire un Cercle $\mathcal{C}$ de rayon $r > \text{dist}(A, d)$. Construire B, C $\in (d)^\mathcal{C}$. Construire deux cercles de même rayon $r' > \frac{1}{2} * \text{dist}(A, B)$. Construire D, intersection des deux cercles précédents. Tracer (AD).

θ associée : La technologie réside en la construction d'une figure de type cerf-volant, puis dans l'utilisation d'une de ses propriétés : "les diagonales du cerf-volant sont perpendiculaires". (ci après θ_2)

τ_3 - **Technique du triangle circonscrit** : Construire B $\in (d)$. Construire C, milieu de [AB]. Construire $\mathcal{C}$ de centre C et rayon $\frac{AB}{2}$. Construire D $\in \mathcal{C}(d)$. Tracer (AD).

θ associée : La justification s'appuie sur l'une des propriétés du triangle rectangle : "si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est un diamètre de

son cercle circonscrit".

τ_4 - **Technique des deux cercles** : Construire deux points $B, C \in (d)$. Tracer $\mathcal{C}$ de centre B, et de rayon $[AB]$, et $\mathcal{C}'$ de centre C, et de rayon $[AC]$.

θ associée : θ_2 , mais dans l'autre sens.

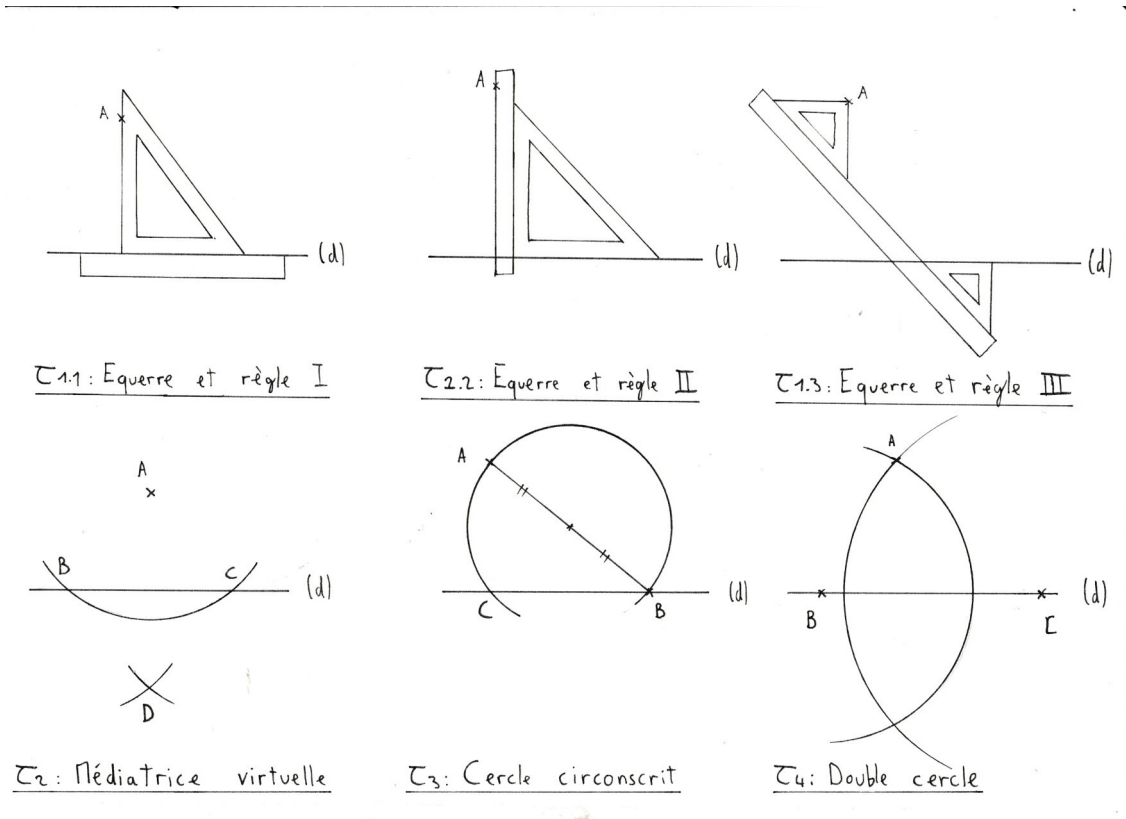


FIGURE 17: Tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point

Les techniques suivantes sont pour tracer des "perpendiculaires élevées" à partir d'un point $A \in (d)$.

τ_5 - **Technique des deux triangles** : Construire un point $B \in (d)$. Construire le triangle équilatéral ABC. Tracer $[AC]$. Construire D, symétrique de B par rapport à C. Tracer (AD) .

θ associée : Angles $\widehat{CAB} = 60^\circ$ (triangle équilatéral) et $\widehat{CAD} = 180 - 120 = 60^\circ$ associés pour former un angle droit.

τ_6 - **Trait carré** : Construire $B \in (d)$ tel que $AB = 3$. Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre B et de rayon 5. Tracer le cercle $\mathcal{C}'$ de centre A et de rayon 4.

θ associée : Théorème de Pythagore

$\tau_{2.2}$ - **Technique de la médiatrice (variante)** : Cette technique est une adaptation de la technique τ_2 - *Médiatrice*, dans le cas où l'on a besoin de construire une

perpendiculaire élevée. La technologie est identique à τ_2 .

τ_8 - **Rosace** : Placer le compas en un point C, et tracer un cercle passant par B. En conservant l'écartement, construire les points d'intersection entre le premier cercle et 4 autres demi-cercles successifs de même rayon, à la manière d'une rosace. Le quatrième point ainsi construit (G) nous donne ainsi la perpendiculaire passant par B (GB). Une variante permet de construire directement G comme étant le symétrique de D/C.

θ associée : La technologie s'appuie sur les propriétés de l'hexagone et de son cercle inscrit. On peut retrouver ses propriétés à partir de l'analyse complexe des racines sixièmes de l'unité. Dans le cadre de la variante, on peut aussi invoquer les propriétés des diagonales du carré.

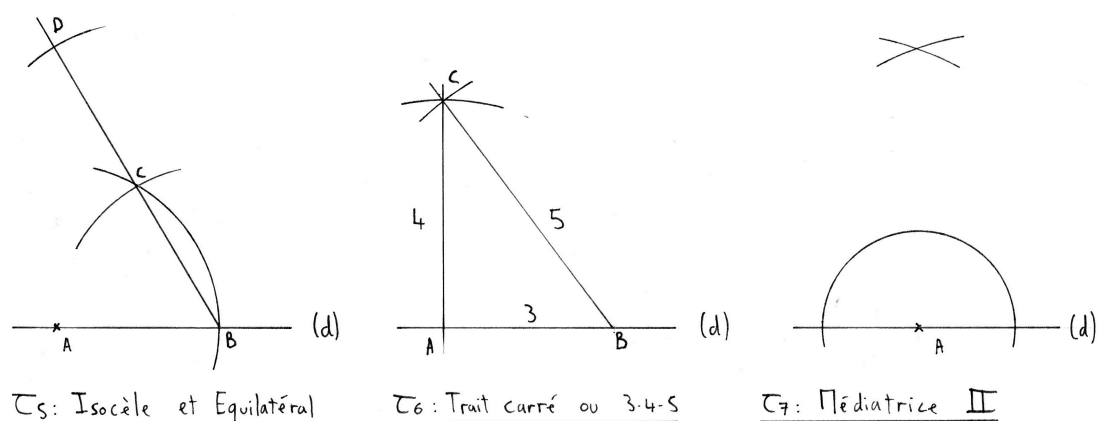


FIGURE 18: Tracer la perpendiculaire élevée à une droite passant par un point

Comparatif L'analyse comparative des ETG montre une plus grande variété de techniques dans l'institution de la charpente. Cette différence peut être explicable par un ciblage professionnel des ouvrages étudiés. On remarquera que l'intégralité des méthodes rencontrées se sert en premier lieu d'un compas, et non d'une équerre. Il est en effet simple de construire un compas traçant des cercles de 5 m de rayons (en utilisant un cordeau ou un ruban de la distance voulue). Il existe aussi le compas à verge, véritable compas adaptable de 0 à plusieurs mètres, la seule contrainte étant de trouver un liteau (pièce de bois de faible section) qui reste droit sous l'effet de son propre poids. Sur le chantier, il faudra souvent tracer une perpendiculaire qui soit précise sur 4 ou 5 m (et parfois bien plus). L'utilisation d'une équerre permet de faire émerger du monde abstrait une perpendiculaire à une droite. Si sur une feuille A4 ou dans un manuel, cette matérialisation est supposée parfaite, elle ne l'est absolument plus lorsqu'il faut tracer de plus grands segments. Une erreur ne serait-ce que d'1 degré dans l'angle de la perpendiculaire donne une erreur de 9 mm lorsque l'on prolonge la droite sur 5 m, ce

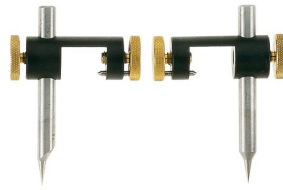


FIGURE 19: Compas à verge - *Catalogue Otelo*

qui n'est pas acceptable sur un chantier. Il existe ainsi des techniques qui permettent de s'affranchir de ces contraintes, et de retrouver la précision voulue. Il est ainsi logique de retrouver dans les ETG idoines des techniques faisant toutes appel à un compas.

T4 : Déterminer une mesure en degrés d'un angle donné : les 8 manuels sont unanimes quant à l'utilisation du rapporteur. Le rapport aux tangentes est parfois (2 manuels sur 8) utilisé, mais dans le chapitre dédié à la trigonométrie. Le principe des pentes en % n'est jamais cité.

τ_1 - **Rapporteur :** Faire coïncider le centre du rapporteur avec le sommet de l'angle. Faire coïncider un des côtés avec le 0° d'une des graduations. Lire la mesure de l'angle sur la graduation correspondant à l'autre côté de l'angle.
 θ associée : Outil de mesure.

τ_2 - **Trigonométrie :** Retrouver l'angle d'un triangle à l'aide des formules de trigonométrie en fonction des données du problème :

$$\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

θ associée : Définition du cosinus et du sinus, cercle unité.

τ_3 - **Méthode des pentes :** Mesurer le dénivelé. Le multiplier par 100. Le diviser par la longueur parcourue à vol d'oiseau.
 θ associée : Définition de la pente en pourcents.

1.3 Discussion autour de l'étude pré-terrain

Une analyse comparative des ETG de référence par le biais des programmes et des épreuves certificatives permettent de mettre en évidence des tâches communes aux deux institutions liées à la construction de figures géométriques. Ces tâches communes se situent toutes dans le paradigme G1, ce qui ne pose pas à première vue de problème

didactique (du point de vue des paradigmes) pour les traiter en interdisciplinarité. Il faut tout de même remarquer le fait que le niveau attendu n'est pas le même dans les deux institutions. L'institution mathématique semble n'attendre de ses élèves que la réalisation de tâches se hissant avec difficulté à un niveau de fin de cycle 4. On demande ainsi, en examen comme dans les livres, la construction d'un triangle rectangle de longueur donnée, la mesure d'un segment ou encore le traçage d'une parallèle. Ces tâches correspondent bien aux tâches exprimées dans le B.O. Aucune technique n'étant exigée de manière officielle, les livres présentent un éventail assez large de techniques proposées. Aucune technologie ne vient étayer les techniques proposées par les manuels, et on peut dénoter une absence de raisonnement mathématique dans l'ensemble de ces tâches. L'ensemble dégage ainsi une logique empreinte de behaviorisme, les techniques amputées de leurs technologies étant ainsi réduites à des recettes de cuisine géométrique. L'espace géométrique de travail attendu de l'élève ne peut ainsi qu'être de type I, le raisonnement sur les différentes propriétés des objets géométriques étant absent des livres étudiés.

Si l'on se place dans l'institution charpente, on peut trouver des tâches communes aux attendus de C.A.P en classe de mathématiques. Toutefois, les 3 premières tâches communes (construction de parallèles, perpendiculaires, segments de longueurs données) ne sont en aucun cas l'enjeu de l'étude. Elles correspondent à des sous-tâches de la tâche associée au type de tâche enjeu de l'étude. Elles ne servent ainsi qu'à réaliser l'épure qui permettra de trouver les différents angles de coupes nécessaires au taillage des différentes pièces de la maquette. La réalisation de l'épure ne sera pas décrite dans le présent mémoire, qui se concentre sur la technique du dévoilement de l'arêtier. On précisera toutefois qu'elle laisse largement la place au raisonnement géométrique, l'élève devant trouver par lui même les raccords des différents versants, dont il devra calculer chaque angle en sectionnant les espaces 3D (au niveau des chevrons d'emprunts), pour ensuite les rabattre au sol. Le traçage des différents objets géométriques (perpendiculaires, parallèles, médiatrices) n'interviennent ainsi que dans un plan secondaire (sinon tertiaire).

L'analyse comparative permet de montrer des divergences de techniques. Si les manuels de mathématiques affichent une préférence pour la méthode de la règle et de l'équerre pour le traçage des parallèles et perpendiculaires, cette dernière est absente des ETG idoines de charpente, au profit de techniques mettant en oeuvre le compas. On se heurte ainsi à un obstacle de dialectique GII/GI en raisonnant sur une figure parfaite (telle que présente sur le sujet de C.A.P. 2017) que l'on devra tracer en grand dans le monde réel, de la manière la moins imparfaite possible. S'il est simple de faire une règle ou un compas de 5 m (avec un cordeau tendu), il est en revanche plus complexe (et pas très transportable) de faire de même avec une équerre. Les stratégies de mises en place des techniques de construction de parallèles et de perpendiculaires sont ainsi

conformes à cette contrainte.

On peut ainsi prévoir deux difficultés à la mise en place d'un co-enseignement. Une première difficulté naît du niveau à donner au co-enseignement. Quel sera l'enjeu de l'étude co-enseignée?

Une deuxième difficulté portera sur la technique à co-enseigner sur des types de tâches communes. Les deux professeurs devront ainsi harmoniser leurs pratiques, sous peine de confusion pour les élèves.

Une troisième difficulté naît de la spécialisation du type d'épreuves de C.A.P. Si les charpentiers ont besoin d'espaces de travail géométriques pour raisonner, les mathématiciens eux, n'ont pas besoin d'espaces de travail charpentés. Comment peuvent-ils s'approprier les différentes techniques et codes de cet univers, pour en faire émerger des situations didactiques en lien avec leur discipline? C'est ce que l'on tentera d'éclaircir dans notre étude de terrain.

2 ÉTUDE DE TERRAIN

2.1 Questionnaire

L'étude de terrain prendra la forme d'un questionnaire semi-directif (disponible en annexe). Il sera constitué de 4 questions aux buts définis ci-contre. Le même questionnaire sera distribué à chacun des participants occupant chacun une position différente dans l'institution étudiée. Le questionnaire s'attarde ainsi sur la réalisation de 3 types de tâches : le traçage d'une épure simple ligne, le dévoiement d'un arêtier (T) et la mesure d'angle. Une dernière question est de type non directive, afin d'enclencher une discussion sur le thème du présent mémoire, et afin d'explicitier la recherche à l'individu. L'objet de recherche ne sera révélé qu'à la fin de l'entretien afin de générer le moins de biais possible. Une discussion sur le thème permettra je l'espère de faire émerger des pistes non envisagées.

2.1.1 Observables

Question 1 : La première question demande à l'individu x d'effectuer un traçage. Elle force ainsi à mettre en œuvre nos quatre tâches constitutives de T communes au programme de mathématiques. Afin de tracer le schéma, l'individu devra ainsi réaliser nos 3 premières tâches. Cette question est aussi au programme de C.A.P. (tracer une épure précise). Elle constitue donc un socle d'étude qui m'a paru justifié, au vu du fait qu'elle représente une question hybride aux deux matières. L'analyse des résultats sera focalisée sur les techniques associées aux différentes tâches. Chaque technique utilisée sera ainsi consignée. A la fin de la réalisation, un questionnement sera engagé avec l'individu afin qu'il exprime un discours rationnel sur les techniques utilisées. En effet,

Question 1 – Réaliser ce schéma (figure 1) à taille réelle, à l'aide des outils disponibles pour un élève de C.A.P.. Les côtes sont données en cm, les axes en pointillés sont perpendiculaires.

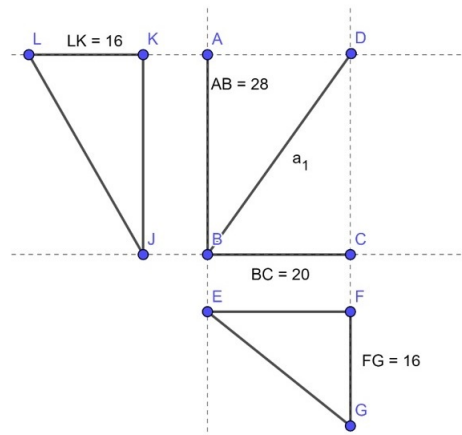


Figure 1

FIGURE 20: Question n°1

les deux programmes ne renseignant pas la technique, il peut être intéressant de savoir comment les enseignants justifient le choix de celle qu'ils emploient. On pourra ainsi observer si une technique prédomine dans les réalisations, et si elle est propre à l'institution. On demandera enfin dans un dernier temps si ces techniques sont personnelles ou si ce sont celles enseignées aux élèves, afin de vérifier que les techniques étudiées soient bien des techniques enseignées et non pas des techniques personnelles. On aura ainsi en observables les techniques utilisées ainsi que leurs technologies. On suppose que les ETG mobilisés seront de type I, et seront ainsi écartés de la question (ce qui se révélera par la suite, être une erreur, les ETG impactant fortement sur la réalisation des tracés).

Question 2 : Le dévoiement de l'arêtier

La question numéro 2 poursuit différents buts. Pour le professeur de mathématiques,

Question 2 – Le segment a_1 représente l'axe d'un arêtier. Afin qu'il soit dévoyé, il faut le décaler de l'axe pour que ses coupes d'angle tombent à la même hauteur. Comment pourrait-on faire pour trouver la position de son nouvel axe (noté x sur le schéma) ?

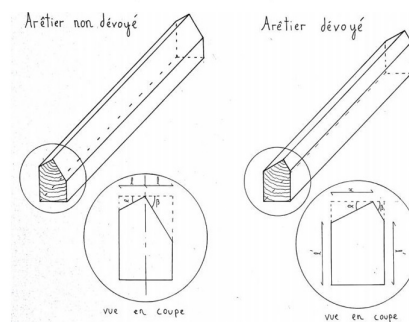


Figure 2 : Arêtier

FIGURE 21: Question n°2

elle a pour but de voir si celui-ci est déjà acculturé au milieu professionnel de l'élève. Il

n'est pas attendu qu'il donne la technique traditionnelle, mais qu'il dégage, s'il en a, des pistes de réflexion à la résolution de ce problème, afin pourquoi pas d'en réaliser une exploitation en classe. Au cas où le rapport personnel de l'enseignant à l'objet "arêtier" soit vide, le fichier Géogebra sera appelé en renfort afin d'expliquer la situation. Le principal observable, du côté professeur de mathématiques sera ainsi son rapport au savoir $R(x,o)$ par rapport à la charpente d'un point de vue général, afin de sonder son univers cognitif $U(x)$.

Il est en revanche fort probable que le professeur de charpente connaîtra sur le bout des doigts la réponse à cette question. Le but sera alors de lui faire exprimer un discours rationnel sur la technique, afin de voir s'il s'agit d'un savoir de type "black box", ou s'il en connaît la justification. Il lui sera aussi demandé comment il explique la technique à ses élèves. Le principal observable sera ainsi la technologie associée à la technique, et en cas de technique canonique à l'institution (et donc à une absence de θ), de savoir comment est réalisée sa transposition didactique. Enfin, une réflexion sur les différents ETG mobilisés en fonction de l'institution interrogée sera développée.

Question 3 - Comment un élève de C.A.P. peut-il mesurer l'angle $(\widehat{FEG})$? La question numéro 3 interroge sur le type de tâche : mesurer un angle. Plusieurs techniques associées à la tâche sont envisagées, telles que l'utilisation d'un rapporteur, des formules trigonométriques ou encore la mesure des pentes en pourcentages. Elle est du même type que la question n°1 et poursuit les mêmes buts. Elle sera cependant augmentée d'une réflexion sur les ETG mobilisés (différents selon la technique employée).

Question 4 - Comment s'articulent les mathématiques et la charpente ? La question numéro 4 est volontairement non directive. Elle est l'équivalent d'un hameçon que l'on jette au bout d'une ligne, sans trop savoir ce que l'on en tirera. L'idée générale est d'enclencher une discussion sur la coexistence des deux mondes et leur interaction, afin de dégager (peut-être) des pistes de réflexions non envisagées, ainsi que des situations didactiques.

2.1.2 Lieux de recherche et matériels

Nous avons défini 3 positions possibles dans notre institution que nous rappelons ici :

p_1 : Élève

p_2 : Professeur de mathématiques sciences

p_3 : Maître charpentier

I_1 : Mathématiques

I_2 : Charpente

Dans le cadre du mémoire, de nombreux appels ont été lancés en direction de divers lieux de formations (Association ouvrière des compagnons du devoirs, Federation compagnonique, CFA...). Malheureusement (bien que les entretiens furent riches), seul le LPO d'Urbain Vitry a accepté de participer aux entretiens. Il fût ainsi le terrain retenu. Afin de recueillir les données, utilisation sera faite d'un dictaphone. Du matériel de géométrie devra être mis en évidence sur la table d'entretien. Ce matériel sera composé d'une règle de 30 cm, de deux grandes équerres de dessin industriel, de deux équerres d'écoliers, d'un compas, d'un rapporteur, d'une calculatrice, de stylos, de crayons et de porte-mines. Cette profusion de matériel a pour but de placer le facteur matériel en-dehors du champ de recherche. La technique ne doit pas être contrainte par les outils disponibles, mais doit résulter du choix le plus naturel possible de l'individu observé (si cela est toutefois possible d'un point de vue épistémologique).

Une feuille A2 sera disponible. Le choix des dimensions du schéma n'est pas anodin. Le tracé est ainsi suffisamment grand pour que l'on puisse sans trop de difficultés contrôler la précision du dessin, sans l'être trop pour restreindre le champ des techniques disponibles. Les traces de l'entretien sont ainsi regroupées sur cette feuille et sur l'enregistrement. Les techniques, ainsi que les observables sont notés dans un carnet de bord.

2.2 Analyse des entretiens

2.2.1 Deux professeurs de charpente

L'entretien ne devait être composé à la base que d'un seul charpentier. Cependant, il fut très vite rejoint par son collègue intéressé par ma venue. Une transcription partielle de l'entretien est disponible en annexe. Voici l'analyse des réponses aux questions précédemment évoquées.

Question 1 : Tracer le dessin suivant. Lors de la demande du tracé, le professeur confie n'avoir pas tracé à la main depuis longtemps. Il commence par la construction du rectangle, en utilisant la technique $\tau_{1,3}$ (équerre glissée sur hypoténuse). Dès la première perpendiculaire construite, il signale spontanément l'imprécision de cette technique. Cette idée de précision dans la construction du tracé semble prégnante. La justification de l'imprécision de la technique réside en l'imprécision de l'outil équerre en lui-même. Une équerre est ainsi supposée imprécise. Il précise que sur une véritable épure, il recommande d'utiliser un compas à verge plutôt qu'une équerre, même si celle-ci est alsacienne (grande équerre de charpente). Le compas permet ainsi d'être plus précis. Cette justification semble empirique. Une fois le rectangle construit, l'équerrage est vérifié à l'aide de la mesure de ses diagonales. Le professeur note un décalage d'1mm, et reprecise qu'il ne s'applique pas autant qu'il le pourrait. Il reconfirme par la mesure

du "faux-parallèle" (mesure de la différence entre les longueurs du dessin réalisé et les côtes du plan) entre les deux côtés parallèles du rectangle son imprécision. La recherche de la précision est très présente dans l'acte de tracer. Il construit ensuite les élévations. Les élévations ne sont pas échassées (décalage entre la vue en plan et les élévations pourtant présent sur le dessin) afin de réduire l'imprécision du tracé. On peut ainsi constater dès la question 1 que la nature du dessin (deux sablières, un arêtier ainsi que les 2 élévations des chevrons d'emprunt) est clairement identifiée. Lors de la discussion sur les techniques de traçage, la première technique de traçage de perpendiculaires donnée est la technique τ_5 .

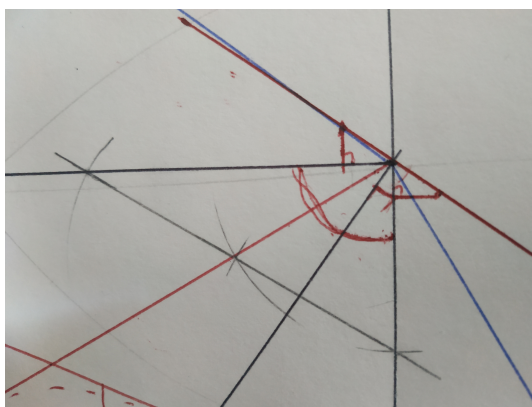


FIGURE 22: τ_5 - Les deux triangles

Elle est accompagnée de sa technologie, mais aussi de sa justification professionnelle. Cette technique est ainsi pratique lorsque l'on ne dispose que de peu de place pour tracer, ce qui est souvent le cas, notamment lorsque l'on est sur le bord d'un toit, ou sur le bord d'un panneau d'épure. On peut noter que la première technique citée répond à deux critères essentiels à savoir la précision, mais aussi l'adaptation au monde professionnel. La technique n'est pas auto-technologique, la raison d'être étant citée spontanément par le professeur. Il est enfin à préciser que cette technique ne figure dans aucun manuel de mathématiques à destination des C.A.P. dans le module de traçage. La seconde technique appelée est la technique τ_7 .

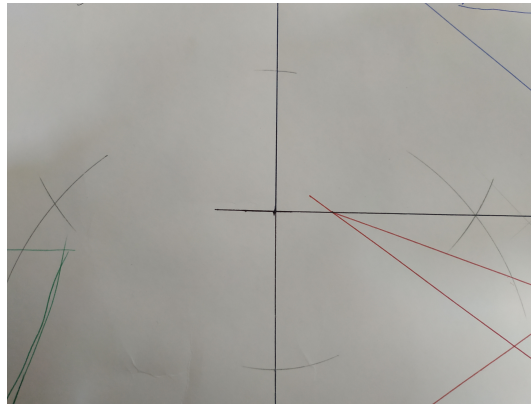


FIGURE 23: τ_7 - La médiatrice élevée

Cette technique est doublée, afin d'en augmenter la précision, la règle se plaçant au plus près possible des 3 intersections à la fois (point d'élévation de la perpendiculaire et 2 raccords d'arcs). Enfin, la troisième technique émergente et la technique τ_6 , qui s'applique bien au chantier, à l'aide de décimètre. Ici aussi, on voit l'implémentation de la technique au monde professionnel comme fondamentale dans sa pratique. La technologie (basée sur une application de Pythagore) est précisée au cours de l'entretien. Pour les techniques concernant les parallèles, la technique émergente est la technique de la double perpendiculaire τ_2 . Elle est accompagnée d'un nouvel outil : la pige. Celle-ci est utile lorsque l'on veut rapporter de nombreux points sur une même droite. Elle consiste en le report de la distance entre ces points sur une bande de papier, qui servira ainsi d'étalon et qui permettra de reporter ces mêmes points sur d'autres droites.

Question 2 : Techniques et discours rationnels sur le dévoiement de l'arêtier. La première technique abordée fut celle du rectiligne du dièdre. C'est en fait une erreur dans mon questionnement qui a permis d'y aboutir. La question posée était « comment trouver les angles de délardement de l'arêtier ». Or il s'agit de trouver le dévoiement et non pas les angles, ces derniers restant inchangés. Nous aboutissons ainsi à une technique nommée la vue par bout, qui sera détaillée plus en aval. Après recadrage, la technique traditionnelle émerge. Toutefois, la technologie ne semble pas si évidente. Après avoir supposé un temps cette dernière comme reposant sur le théorème de Thalès, il apparaît assez rapidement que ce n'est pas le cas. Un schéma est rapidement tracé afin d'élucider le mystère.

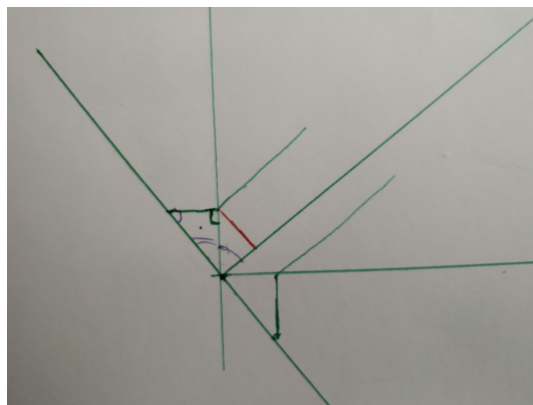


FIGURE 24: Recherche de θ dans T

Plusieurs essais sont entamés. Les angles et mesures connus sont tout d'abord levés. Dans un second temps, sont observés tous les angles et mesures que l'on pourrait connaître à l'aide des formules de trigonométrie, de Thales et d'Al-Kashi. Malgré ces interrogations, il apparaît que le problème reste insolvable. Au brouillon, deux sablières non perpendiculaires sont tracées afin de mieux étudier le problème. Quelques pistes émergent. Un des charpentiers relève que le dévoiement est une proportion par rapport aux deux angles (ce qui fait écho à la méthode numérique). Plus l'un des deux est fermé, et plus on est dévoyé. La notion d'altimétrie apparaît par la suite. En effet, la première perpendiculaire faite au raccord de l'arêtier n'est pas faite n'importe où. Elle est construite au point de naissance de l'arêtier. L'idée émerge que les deux points de naissances des délardements sont à la même hauteur. Le raisonnement s'arrête là, les deux charpentiers avouant avoir besoin de plus de temps pour creuser le problème. Ils savent néanmoins où trouver la solution, et me conseillent le livre de Joseph Boucher[BouXe] qui traite de ces questions, et dans lequel je pourrais trouver mes réponses. La technique traditionnelle ne semble donc pas de nature canonique (contrairement aux hypothèses de départ). L'entretien permet de relever non seulement des traces de technologies, mais aussi et surtout une source, dans laquelle réside le discours rationnel sur la technique. Ainsi, les deux professeurs sont en capacité de reconstruire la preuve, et savent où la chercher, malgré le fait qu'ils ne soient pas capables de la reconstruire sur le moment. La recherche du livre source montrera que la preuve était effectivement présente dans le livre indiqué. Cependant, cette technologie n'est pas prégnante, et semble assez lointaine, sa recherche n'ayant pas abouti, et plusieurs fausses pistes ayant été tentées. On peut donc supposer que les professeurs enseignent donc la technique dénuée de sa technologie. La méthode numérique est considérée comme interdite. Sa complexité et son imprécision en sont la raison. Il est ainsi évoqué le fait que cette méthode numérique donnera un nombre numérique, qu'il faudra arrondir afin de pouvoir le tracer, tandis que le traçage, pourvu qu'il soit fin et précis, nous donnera le point exact. On peut voir ici un remarquable effet de dialectique GI/GII. Si l'institution

mathématique va rapidement s'abstraire du tracé (GI) qu'elle considérera imprécis, afin d'obtenir un résultat exact mais de type fractionnaire, et issu d'un raisonnement trigonométrique sur des figures (GII), l'institution charpente elle, va interdire ce résultat exact issu de l'espace GII car son application en sera rendue inexacte lors de la phase de traçage (GI). Elle lui préférera un résultat issu d'une technologie géométrique (GII) qu'elle pourra appliquer directement à son épure (GI), permettant ainsi de trouver le juste point d'intersection recherché. Ce paradigme présuppose que la zone d'épure soit la plus précise possible, transformant ainsi la zone de traçage en une zone de figures géométriques, permettant ainsi la reconstitution des deux ETG en un seul, supposé parfait, et ainsi construire un ETG d'une nouvelle sorte, permettant d'appliquer le raisonnement géométrique directement au traçage (et non plus aux figures). La perfection supposée du tracé nécessaire à cette reconstitution peut expliquer cette obsession de la précision dans le tracé, car par la suite, il faudra raisonner sur un dessin parfait pour retrouver les intersections voulues. Plutôt que de quitter le monde réel du tracé (GI) pour un monde abstrait supposé parfait (GII), le charpentier tentera ainsi de tendre vers le monde des figures dans le tracé. Le refus de la méthode numérique, rendant ainsi un résultat inexact, illustre ainsi le rejet d'une considération de l'épure comme un espace de type GI. Cette technique répond ainsi encore une fois à nos deux concepts fondamentaux de précision et d'adaptation au monde réel. Si la méthode numérique donne un résultat parfait dans un monde abstrait que l'on ne pourra pas tracer de manière parfaite dans le monde réel, alors elle sera rejetée. On peut ainsi observer une dominante des techniques géométriques sur les techniques calculatoires. Le fait que le professeur ne nomme pas ses points de construction semble être un autre indicateur allant dans ce sens. Éloigné du monde des figures, il n'a ainsi pas besoin de les nommer.

Question 3 : Mesure de l'angle. Rien d'intéressant n'a émergé de cette question. La technique se résume en une mesure simple, au rapporteur, de l'angle.

Question 4 : Comment s'articulent les mathématiques et la charpente? Lors de l'entretien, 3 situations didactiques émergent. Il me paraît important de souligner la maîtrise des différents concepts mathématiques des professeurs charpentiers. Trigonométrie, Al-Kashi, géométrie dans l'espace, mais aussi équations, dérivées, intégrales et même matrices semblent très bien maîtrisées par nos deux professeurs. Cette maîtrise rend plus facile l'idée d'une co-intervention entre le professeur de mathématiques et le professeur de charpente. Voici quelques idées de situations didactiques issues de l'entretien. Elles seront décrites plus en détail dans la partie "Situations didactiques émergentes" ci-après.

Situation n°1 (équations et mortaisage en classe de C.A.P.) : Cette situation met en place différents raisonnements mettant en place la notion d'équations au

travers de la notion de distance. On s'interrogera sur le positionnement ainsi que le traçage d'une mortaise dans le cas d'un assemblage de type tenon-mortaise, puis dans une seconde situation, au mortaisage d'une balustrade.

Situation n°2 (équations, solides à 3 forces et sollicitations de poutres soumises à des problèmes de flexion en Bac Pro) : La méthode des coupures en RDM est une méthode très utilisée et pratiquée avec les Bac Pro. Elle consiste à considérer une poutre (ou un autre solide) comme à l'équilibre. Les sollicitations internes (Effort Normal N , Tranchant T et moment fléchissant M_z) sont ainsi vues comme des forces de cohésion internes au solide. En tranchant virtuellement notre poutre (vue comme une longueur à une dimension), on peut ainsi faire émerger les différentes contraintes appliquées au matériau. On peut ainsi calculer les sollicitations précédemment exprimées, à condition que la structure soit de nature isostatique (et elle le sera dans les exercices), afin de pouvoir extraire un système de n équations à n inconnues. Un exemple sera détaillé plus bas afin de permettre une meilleure compréhension de la méthode.

Situation n°3 (nombre dérivé et recherche du point critique dans la déformée d'une poutre en Bac Pro) : Une fois les sollicitations d'une poutre calculées, on peut établir la fonction correspondante à la déformée de cette poutre (phénomènes de torsions exclus, le raisonnement se faisant en 2D) à l'aide de l'équation différentielle de cette dernière. Dès lors, on connaîtra la position de la poutre déformée en chaque point. Étant donné que l'on dimensionne cette même poutre en fonction de son point critique (point où la flexion est la plus forte), il est utile de localiser avec précision ce maximum, correspondant au point critique. Afin de localiser ce maximum, la technique proposée est de dériver la fonction de déformée, et de localiser le moment où cette dernière s'annule, considéré comme un maximum (du point de vue de la norme de cette déformation) possible. L'étude des différents points de la poutre où la dérivée s'annule permet ainsi de localiser celui où sa déformation sera la plus grande par rapport à son axe initial, et de calculer cette déformation, permettant par la suite, à l'aide d'abaques, de calculer sa section aux états critiques.

Ces 3 situations sont issues du monde professionnel réel. Elles permettent de mettre en application des éléments du programme de physique, de mathématiques et de charpente et se prêtent effectivement bien à une co-intervention. Après vérification dans les référentiels, il semble que la situation 3 soit plus d'un niveau BTS. En effet, la déformée n'est pas au programme de Bac Pro. La notion est bien présente dans

le programme de C.A.P. mais pas celle de la dérivée. Une conception des situations évoquées par les professeurs sera proposée plus bas.

2.2.2 Retour sur la technique de la vue par bout (ou rectiligne du dièdre) :

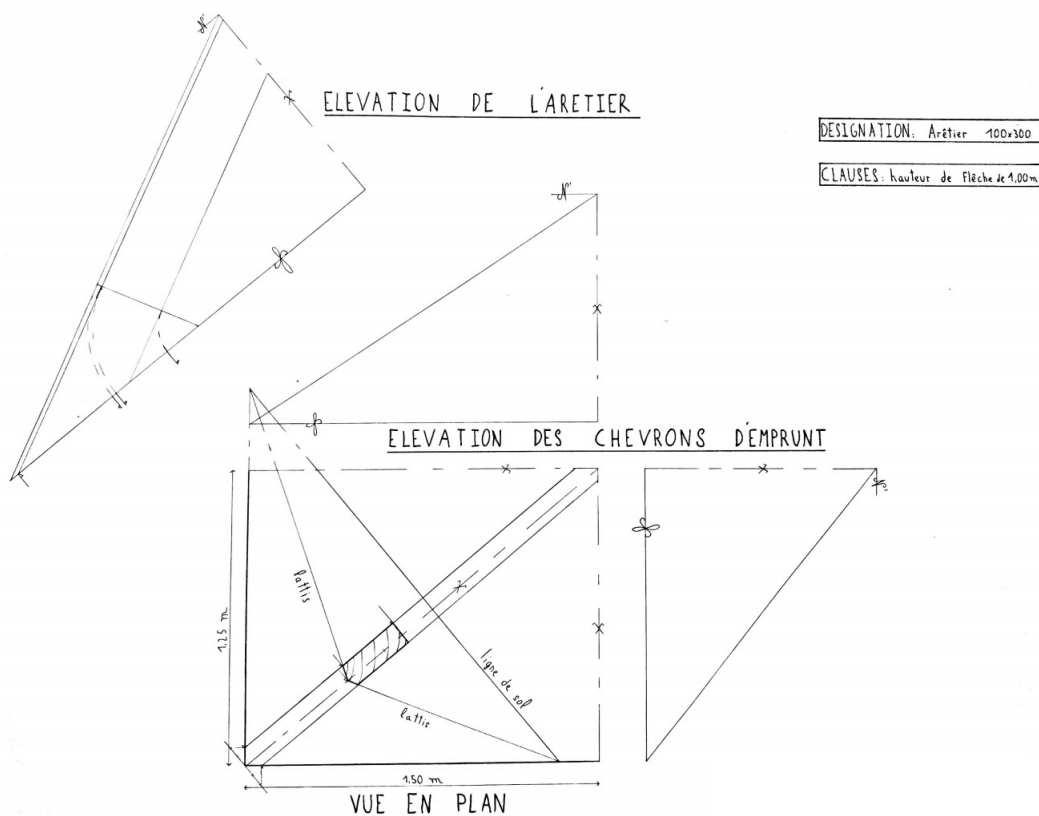


FIGURE 25: La vue par bout

Cette technique ne permet pas de retrouver le dévoiement de l'arêtier. Elle permet cependant de valider que le dévoiement trouvé est exact. Elle consiste en la visualisation d'une section de l'arêtier perpendiculaire à la pièce de bois. Le plan de section touche le sol, et cette intersection est nommée ligne de sol. Ce plan est ensuite rabattu au sol. Pour cela, il faut impérativement connaître la vraie grandeur allant du sommet de la section de l'arêtier jusqu'à sa ligne de sol. On peut trouver cette mesure sur l'élévation. Elle est ensuite reportée, de manière à opérer une rotation du plan de coupe afin de la faire correspondre avec le niveau du sol, la ligne de sol servant d'axe de rotation. On peut ainsi voir l'arêtier par bout (d'où le nom de la technique), tel qu'il le serait si on l'avait sectionné perpendiculairement par rapport à sa position dans l'espace. Cette technique, aussi appelée « rectiligne du dièdre » permet de visualiser les angles des deux versants en vraies grandeurs lorsqu'elles sont inconnues. En effet, parfois, seule l'implantation de l'arêtier ainsi que la hauteur de flèche sont données, et c'est par cette technique que l'on retrouvera les pentes des versants. Une fois notre arêtier vu par bout,

on pourra vérifier que nos deux délardements tombent bien à la même hauteur. On peut trouver une belle description de cette technique ici : [cha14]

2.2.3 Logos de Boucher

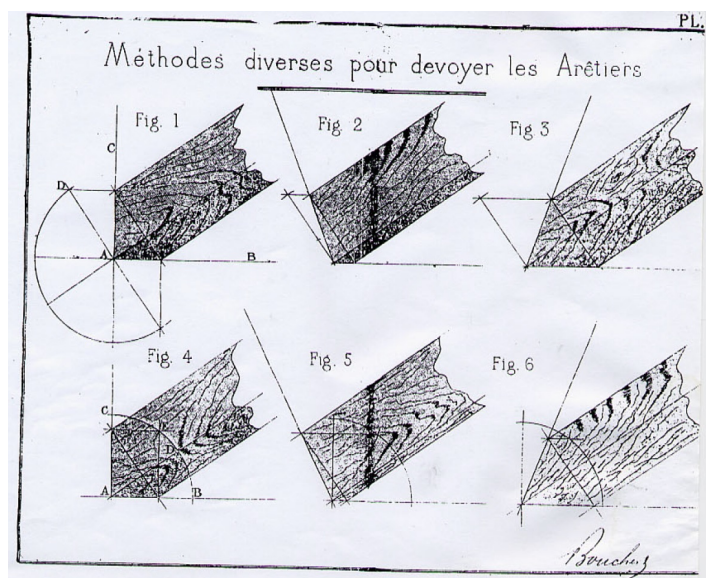


FIGURE 26: Discours rationnel sur la technique de l'arêtier dévoyé[BouXe]

"Dévoier un Arêtier c'est le mettre dans une position en plan de manière que le délardement qui doit lui être fait soit égal de chaque côté. Quoique cette opération soit très simple, elle a cependant besoin d'être expliquée; beaucoup de compagnons croient que le demi-cercle qu'ils décrivent est nécessaire pour dévoier l'arêtier. S'ils réfléchissaient un instant, ils verraient qu'un seul point sur le trait carré est suffisant. Le trait carré au pied représente le dessus de l'Arêtier avant son délardement, et son épaisseur portée sur le trait carré à partir de l'angle suppose l'Arêtier complètement en dehors et parallèle à la ligne d'arête. Donc du point D menant une parallèle à AB, son intersection avec la sablière AC donne le point de délardement et si vous menez ce point d'intersection parallèle au trait carré, son intersection avec la Sablière AB est son autre point de délardement. La distance comprise entre les deux points d'intersections sur les deux sablières étant égale à AD, épaisseur donnée pour l'Arêtier, nous en concluons que l'opération est exacte. Les figures 2 et 3 sont exactement le résultat de l'explication que nous venons de donner.

Les figures 4,5 et 6 représentent le dévoyement de l'Arêtier par le quart de cercle, ayant pour rayon l'épaisseur de l'Arêtier, prenant sur le quart de Cercle, la distance du plus petit des deux secteurs que forme la ligne d'arête en plan, donc le plus petit secteur est BD, que l'on porte également sur le quart de cercle à partir du point C. On a E que l'on mène parallèle aux deux sablières;

l'intersection donne les points de dévoiement. Les figures 5 et 6 sont faites de la même méthode sur des sablières biaises. Cette opération de dévoyer les Arêtiers par le quart de Cercle n'est pas pratique en exécution puisqu'elle exige un peu plus de temps. Elle n'est ici que comme Étude." [BouXe]

On trouve ainsi dans cet ouvrage la technologie associée à T, qui était la porte d'entrée du présent mémoire. Reformulons-là en des termes plus mathématiques :

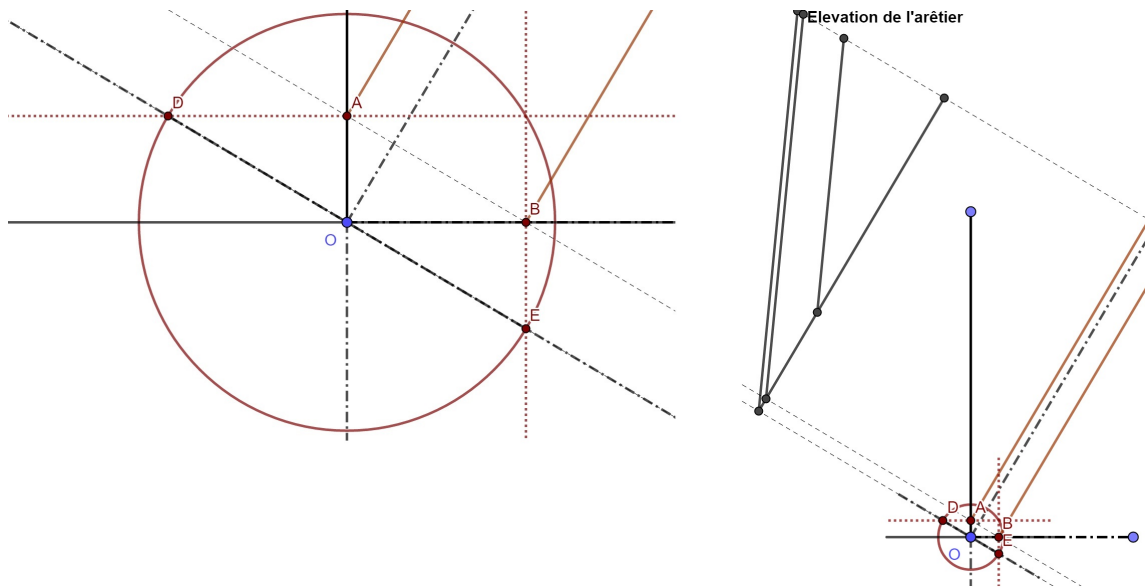


FIGURE 27: Recherche de θ dans T

Reconsidérons la figure du début du mémoire, et appliquons lui un raisonnement par analyse-synthèse.

On cherche la position de l'arêtier telle que ses deux délardements arrivent exactement à la même hauteur.

Analyse : Soient A et B, deux points appartenant aux sablières 1 et 2, constituant le point de naissance de l'arêtier.

Lemme : A et B $\in$ (d) ; (d) $\perp$ (axe)

Preuve : Par l'absurde. Considérons l'élévation dudit arêtier. Si les deux délardements n'appartiennent pas à la même perpendiculaire, alors ils atteignent en deux points différents la ligne de sol de l'élévation de l'arêtier. Ils ne sont donc pas au même niveau, ce qui est absurde.

Corollaire : La construction d'un seul des points A ou B suffit à trouver le dévoiement. Il suffira alors de tracer la perpendiculaire à la ligne de sol passant par ce point, et de trouver son intersection avec l'autre sablière pour construire l'autre point.

On recherche donc la position du point A telle que (AB) $\perp$ à l'axe de l'arêtier et AB = largeur de l'arêtier

Synthèse : Il ne nous reste plus qu'à tracer le parallélogramme ABOC, et à faire jouer ses propriétés.

Remarque : il pourra être appliqué le même raisonnement pour le parallélogramme AOEB. Dans les ouvrages de charpente, les 2 parallélogrammes sont systématiquement tracés, afin de permettre d'ajuster la règle en fonction des deux points de raccords, qui servent à la fois de vérification, mais aussi à accroître encore une fois la précision du tracé.

2.2.4 Un professeur de mathématiques

Le professeur de mathématiques enseignant aux classes de Terminales CAP Charpente a bien voulu se prêter au même entretien que les deux professeurs de charpente. Voici ici un résumé-analyse de cet entretien.

Question 1 : Tracer le dessin suivant Le professeur utilise spontanément la petite équerre ainsi que la règle. Il commence par tracer le rectangle, et réalise ses perpendiculaires à l'aide de $\tau_{1.2}$ (équerre glissée sur petit côté). Son équerre s'avère rapidement trop petite pour tracer un segment perpendiculaire suffisamment grand (le côté qu'il doit tracer faisant 28 cm, et le côté de l'équerre utilisée n'en faisant que 17). Après quelques secondes de réflexion, un système de report est utilisé : un point appartenant à la perpendiculaire à tracer (d') est construit, à environ 5 cm du point à élever, puis la droite (d') est construite à l'aide de ce nouveau point. Un segment de 28 cm à partir du point d'élévation est ensuite construit sur cette droite, afin de faire apparaître le côté demandé. Cette technique sera par la suite réemployée pour tous les tracés de perpendiculaires demandés. Lors de la réalisation de l'échassement des élévations, la technique τ_2 de la double perpendiculaire est utilisée. Le professeur demande les côtes manquantes pour l'échassement (distances AK et CF), celles-ci n'étant volontairement pas définies, ce qui laisse à penser que le tracé n'est pas identifié. Il lui est alors précisé qu'elles sont laissées libres. Le dessin est réalisé avec application, et clairement annoté tel que sur le dessin. Les points sont tous définis (comprendre nommés).

L'utilisation de la petite équerre témoigne d'une faible pratique du traçage, ainsi que d'un raisonnement guidé par l'institution. Cette petite équerre est en effet l'outil de référence dans tout les ETG idoines mathématiques, bien qu'elle ne soit pas précisée en tant que telle dans les ETG de référence. On peut supposer que la prédominance de cette équerre répond encore une fois à des logiques darwinistes, de par son faible coût, sa résistance et sa transportabilité. On peut néanmoins se demander quels critères ont fait disparaître le compas, qui répondait à ces mêmes critères et semble délaissé par l'institution mathématique. L'équerre devient ainsi l'artefact de référence nécessaire au tracé des perpendiculaires, et s'impose dans les manuels. Il est donc naturel pour l'enseignant de se saisir de cet outil, et on retrouve, par la même, la notion de paradigme de Khun. Néanmoins, cette technique a ses limites, l'équerre étant trop courte pour aboutir au tracé demandé. L'utilisation de la grande équerre aurait permis de résoudre

le problème, mais l'enseignant préfère à un changement d'outils, un changement de technique. Un point intermédiaire est donc construit, afin de tracer la perpendiculaire voulue. Il est à noter que ce point est à chaque fois construit dans la zone locale du point d'élévation (5-10 cm) malgré le fait que l'équerre permettrait d'éloigner au maximum ce point, et ainsi de minimiser l'incertitude liée au traçage (Cf figure incertitudes).

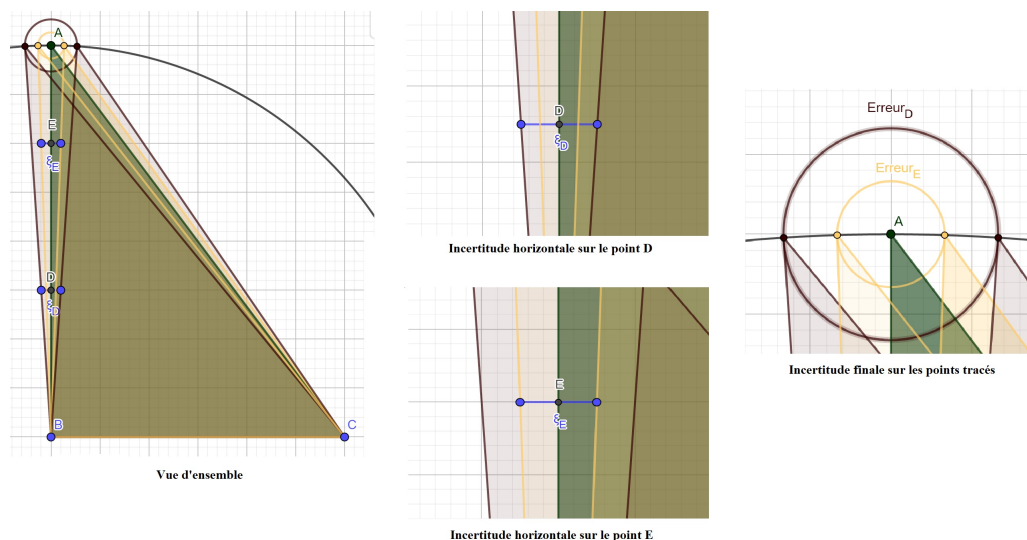


FIGURE 28: Incertitudes

Malgré tout le soin apporté au dessin, celui-ci comporte ainsi de nombreuses imprécisions, induites par le choix des outils de traçage ainsi que par les techniques utilisées (observations déduites du contrôle des angles et longueurs du dessin réalisé). L'enseignant ne contrôle pas ses tracés, et ne semble pas considérer la notion de précision. Cette difficulté semble émerger d'une habitude ancrée de raisonnement dans le monde des figures (ETG II), qui s'affranchira des critères permettant au tracé d'être plus précis. Celui-ci n'a en effet, pas la nécessité d'être précis, puisque le mathématicien raisonnera ensuite dans un ETG II qui permettra de s'affranchir de la précision, rendant cette dernière obsolète, et recalant le tracé au rang de simple béquille heuristique. L'idée de cet ancrage dans le monde des figures autorise l'utilisation de techniques imprécises, supposées parfaites dans l'ETG, et peut être confortée par la création et l'étiquetage soigné des points d'intersections.

Question 2 : Dévoiement de l'arêtier Le professeur ne semble pas identifier ce qu'il représente. Un biais de recherche est présent de par mon message, qui lui demande s'il veut bien participer au présent mémoire portant sur "l'articulation entre les mathématiques et la charpente". Le professeur recherche ainsi quel peut être le lien entre son tracé et la charpente, se doutant ainsi du sujet de ce qu'il trace et de l'objet de l'entretien, et propose dans un premier temps, des montants en bois, vus sous différents angles. La vue en plan est identifiée, cependant les élévations semblent confondues

avec une vue de profil; toutefois, la notion de "section de faces" de toitures émerge, ce qui est en soi une bonne définition des élévations. Le sujet est ainsi largement à la portée de l'enseignant, et arrive à être reconstruit par son raisonnement, mais ne semble pas pregnant, ce qui pré-suppose une très bonne maîtrise des notions de plans, de sections et de géométrie dans l'espace (ce qui semble évident pour un prof de mathématiques), mais une méconnaissance des représentations-atelier des toitures. Cette méconnaissance est étayée par le rapport au savoir nul de notre individu par rapport à l'objet de l'arêtier, identifié par tâtonnement, et dont le professeur demande spontanément l'utilité. Après appel des fichiers Geogebra, l'enseignant visualise mieux l'objet. Il précise qu'il faudrait tout de même, pour des élèves, représenter les quatre versants du toits, afin qu'ils puissent mieux visualiser de quoi on parle, ce qui appuie encore une fois notre idée précédente d'une lacune concernant des représentations basiques sur l'épure. Lors de la question portant sur le dévoiement, la méthode itérative est spontanément proposée par l'enseignant pour les élèves, à travers la réalisation d'un gabarit, manière astucieuse de se passer d'un ordinateur, dont il ne dispose pas (le lycée Urbain Vitry n'étant pas équipé de salle informatique, des aveux des 3 professeurs interrogés). Une autre technique semble envisageable, mais le professeur demande un temps de réflexion postérieur à l'entretien pour y réfléchir.

Question 3 : Mesure de l'angle Deux techniques sont présentes, conformes aux ETG de références et idoines, à savoir, la mesure de l'angle à l'aide du rapporteur, et la déduction de ce dernier à l'aide des formules de trigonométrie. La notion de pente en pourcent n'emmerge pas plus que lors de l'entretien avec les deux autres professeurs.

Question 4 : Comment s'articulent les mathématiques et la charpente Contrairement aux professeurs de charpente, le professeur de mathématiques trouve que les deux matières sont déjà enseignées dans une idée de co-intervention. En effet, les instructions officielles donnent une importance à l'utilisation de situations concrètes, issues du monde professionnel, en classe de mathématiques. Le professeur possède ainsi deux exercices en lien avec la charpente, (donnés en annexe) et articule ainsi les deux savoirs. Il précise posséder d'autres exercices, qu'il n'a pas sur le moment. L'enseignant insiste sur le fait qu'il enseigne déjà les mathématiques à l'atelier (ce qui ne raccorde pas avec l'entretien des deux professeurs de charpente), et qu'il pratique donc déjà la co-intervention. Il précisera l'importance de se mettre en accord sur la temporalité des séances, ainsi que sur leurs notations.

Les deux exercices proposés par le professeur sont effectivement en lien avec la charpente, et correspondent à deux problèmes ayant pour type de tâche la recherche d'une longueur dans un triangle rectangle. La technique attendue réside dans l'utilisation du théorème de Pythagore, ce dernier constituant la technologie. Ces deux problèmes sont

Exercice n°1 :

Le toit d'une maison est schématisé ci-contre :
Les cotes sont en mètre

- Ecrire la propriété de Pythagore dans le triangle ABH rectangle en H
- Calculer, en m, la longueur AB du toit
Arrondir la valeur à l'unité.

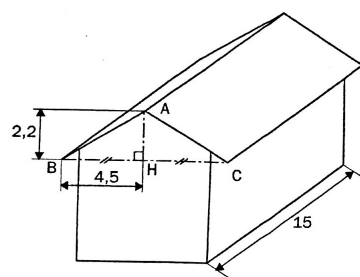


FIGURE 29: Exercice en lien avec la charpente - *Professeur de mathématique*

effectivement dotés d'un enrobage à caractère professionnel, le premier mettant en place un calcul de hauteur d'une ferme, et le second, les dimensions d'un module de skate. Cela dit, elles ne sont pas, à proprement parler, des situations issues du monde professionnel. Prenons par exemple l'exercice portant sur un problème de charpente. A y regarder de plus près, nous ne sommes pas en présence d'une maison, mais bien de sa représentations dans un ETG 2. La maison n'est qu'un prétexte pour aboutir à un pavé sectionné par deux plans, qui symboliseront une maison. Ainsi, notre supposée maison ne comporte que des bois sans épaisseurs, que ce soit pour le faîtage, comme pour le chevron. Il n'y a pas non plus de bandeau (pièce de finition clouée au chevron). Il n'est à aucun moment mentionné le terme de chevron, qui est remplacé par le terme de longueur du toit, et l'enjeu de l'étude semble bien plus du côté du calcul de la troisième longueur d'un côté du triangle, que dans la résolution d'un problème de chantier. Le faire valoir professionnel de l'exercice, qui semble être de calculer la longueur du chevron (ou du bandeau), n'est pas explicite, et peut être, qui plus est, générateur d'erreurs sur le chantier. La maison présentée possède un avant-toit, ce qui pré-suppose une coupe aplomb en pied et en tête de chevron. En supposant que la raison d'être de l'exercice soit effectivement de trouver la taille d'un chevron (la longueur d'un toit n'ayant de sens, que dans un bureau d'étude ou dans un problème de mathématiques), si un charpentier commande ses chevrons en calculant ainsi leurs longueurs, il s'expose à de sérieux problèmes lors de la réalisation des deux coupes aplombs aux extrémités. L'erreur ainsi commise est, en prenant en compte les traits de coupes, de 15 cm, ce qui n'est pas négligeable, et il ne faudrait ainsi pas commander des chevrons trop courts à l'atelier. Il faut donc manipuler ce genre de problèmes simplifiés et le type de résolution qui en découle avec précaution.

Il faut maintenant se pencher sur l'univers cognitif de l'individu étudié afin de mieux saisir une notion délicate qui se présente à nous, lors de l'analyse de ces activités. Cet univers $U(x)$, est composé de l'ensemble des objets tels que le rapport personnel de notre individu x à ces mêmes objets existe. On peut alors définir un sous-ensemble, que nous nommerons $U_C(x)$ de cet univers cognitif, constitué des objets que notre individu

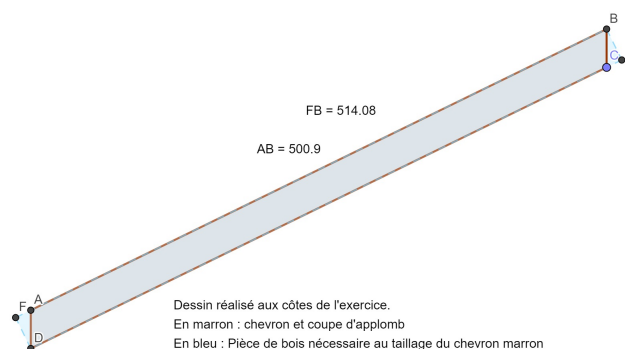


FIGURE 30: Chevron et ses coupes aplombs

estime spontanément liés à la charpente. C'est ce sous-ensemble que Charlot, à travers ses bilans de savoirs [Cha99], semble essayer de sonder, le sous-ensemble étant dans cet exemple, lié aux apprentissages que l'école a apportés aux individus interrogés. On peut alors s'intéresser au cardinal du sous-ensemble ainsi défini, que l'on pourrait alors définir comme le nombre d'objets qu'un individu peut citer spontanément comme étant en lien avec le critère de sous ensemble (ici le champ professionnel de la section d'enseignement). Ce cardinal, dans le cas de notre professeur, est non nul (puisque'il propose effectivement des activités en lien avec le métier de charpentier), mais toutefois peu élevé (puisque'il ne reconnaît pas un tracé d'épure, possède une faible connaissance des techniques de traçage, et ne sait pas à quoi sert un arêtier). Il ne semble pas avoir conscience du fait que son cardinal est faible (ce qui semble logique, puisque les objets pour lesquels il n'entretient pas de rapport au savoir lui sont inconnus), et ne peut, par conséquent, que proposer des situations didactiques relativement éloignées des situations concrètes qui se posent dans un atelier ou sur un chantier. Ces lacunes sont confirmées par son affirmation du fait qu'il faille dessiner les quatre versants du toit, dans le tracé demandé, afin que les élèves visualisent que l'on étudie un toit, quand ce tracé même est un classique de fin de première année de charpente, qui est bien plus proche de la représentation réelle d'un toit que de celle proposé dans l'exercice. L'enseignant contextualise ainsi son enseignement en lien avec son propre rapport au savoir qu'il identifie comme lié à la charpente ($U_C(x)$), et ne peut, par conséquent réaliser de situations didactiques dans l'idée d'une co-intervention réellement ancrée dans les pratiques de l'atelier, et dans la place qu'y occupent les mathématiques.

Il me paraît important de préciser que le présent document se permet de constater les lacunes de l'enseignant, et en aucun cas de le juger. Il est probablement parfaitement commun que les professeurs de mathématiques ne soient pas de fins connaisseurs de la construction. Cette analyse a pour unique but de lever des freins didactiques de nature structurelle à la réalisation de situations didactiques en co-enseignement, et ne se pose en aucun cas, en critique du travail réalisé par le professeur de mathématique. On peut d'ailleurs appliquer le même raisonnement aux ETG idoines, dans lesquels

on peut d'ailleurs trouver d'autres exemples d'exercices contextualisés du même type que ceux proposés par l'enseignant. L'exercice du professeur est ainsi probablement une simplification d'un exercice issu du manuel Delagrave 2010 qui propose l'exercice suivant :

B. Évaluation de la quantité d'eau recueillie

Julien souhaite connaître la quantité d'eau de pluie (eau non potable) qu'il va pouvoir collecter.

Le récupérateur est installé sous une gouttière du toit de la maison schématisée figure 2.

Les proportions ne sont pas respectées sur la figure.

Les cotes sont exprimées en mètre.

Le triangle ABC est isocèle en A.

Il doit au préalable choisir le revêtement adapté à la toiture.

Il sait que son toit a un angle au sommet de : $A = 132^\circ$.

4. Calculer la valeur de l'angle C dans le triangle ABC.

5. À l'aide du tableau ci-dessous, indiquer le revêtement adapté à la toiture de Julien. Rédiger la réponse.

Revêtement	Tuile canal	Tuile plate	Tuile grand moule	Ardoise
Angle de toiture $\hat{C}$	14° à 20°	38° à 50°	20° à 40°	11° à 90°

Pour évaluer la quantité d'eau, Julien doit calculer l'aire de la surface ACDE du toit (en rouge).

6. Calculer, en m, la longueur AH.

7. Préciser ce que représente (AH) dans le triangle ABC.

8. En déduire, en m, la longueur HC en supposant que BC est égal à 9 m.

9. En utilisant le théorème de Pythagore, calculer en m la largeur AC du toit. Arrondir la valeur à l'unité.

10. Calculer, en m^2 , l'aire S de la surface colorée du toit.

C. Est-ce le bon choix ?

Julien habite en Côte d'or où la pluviosité moyenne annuelle est de 900 L/m^2 (900 L par m^2 de toiture).

La surface de toiture est de 75 m^2 .

11. Calculer le volume d'eau en L récupéré par an par Julien en recopiant et complétant le tableau suivant :

Volume d'eau (L)	900	?
Surface (m^2)	1	75

12. En déduire le volume moyen récupéré par jour en L (on considère une année de 365 jours). Arrondir à l'unité.

Julien a évalué ses besoins en eau non potable à 60 m^3 par an pour arroser son jardin et laver ses voitures.

13. Le choix du modèle de récupérateur d'eau est-il adapté au volume d'eau nécessaire à Julien ?

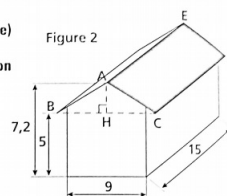


FIGURE 31: Le récupérateur d'eau [N G10]

La tâche côle de l'exercice n'est plus de calculer la longueur AB du toit, mais cette fois-ci de calculer la surface d'un pan de toit. On apprend plus tard dans l'exercice que Julien habite en Côte d'or, où la pluviosité annuelle est de 900 L/m^2 de toiture. Cet exercice initial témoigne encore une fois d'une méconnaissance du terrain. En effet, avoir une pluviosité par m^2 de terrain ou de surface au sol a du sens [IOi], mais pas par m^2 de toiture. Auquel cas, on ne saurait que fortement conseiller à Julien de choisir un toit dont la pente serait la plus forte possible. Il augmenterait ainsi pour la même maison, sa surface de toiture, et récupérerait ainsi plus d'eau de pluie à chaque période de mauvais temps, ce qui serait bien pratique pour l'arrosage de ses plants de moutarde. Il faudra aussi prendre en compte le coefficient de ruissellement en fonction du type de revêtement du toit. Dans le présent problème, cela ne pose pas de problème, ce coefficient étant proche de 0.9 pour de la tuile grand plat. Le cas n'est pas des plus isolés. En reprenant les mêmes manuels ayant servis pour l'étude des techniques idoine, on peut ainsi trouver les exercices suivants :

Après les avoirs présentés à 2 jeunes charpentiers (1 diplômé du B.P. de charpente, 1 diplômé du C.A.P. charpente) dotés de 5 ans d'expérience en charpente et couverture,

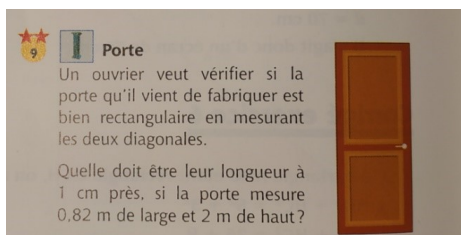


FIGURE 32: Un menuisier peu consciencieux [ali11]

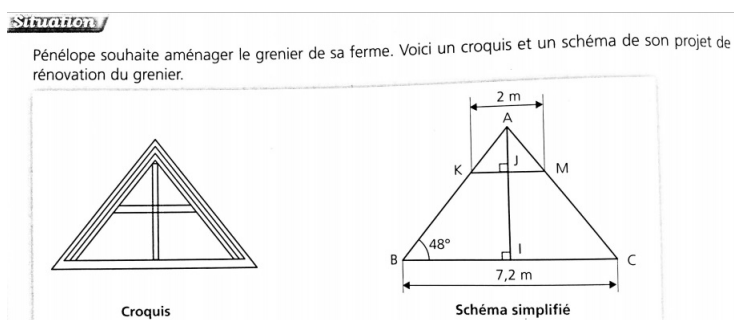


FIGURE 33: Un drôle d'aménagement [N G10]

j'ai eu confirmation que quelque chose clochait dans ces différents exercices. Pour l'exercice de la porte, ils ont été amusés de voir un menuisier se contrôlant avec une précision de l'ordre du cm. L'un d'eux confie avoir travaillé avec des menuisiers ajustant des portes à l'aide d'un rabot au plus faible calibre possible, afin d'être précis au demi-millimètre près. L'autre approuve le fait que l'ordre de grandeur général de précision en menuiserie est de l'ordre d'1mm, sinon moins.

Pour l'aménagement du comble, si le poteau central est très utile d'un point de vue heuristique pour induire Pythagore, il n'a aucune justification professionnelle. Il ne sera pas pratique de circuler avec des rangées de poteaux au milieu des combles. Au vu des longueurs de l'exercice, il n'y a pas besoin de reprendre l'entrait par le milieu. En cas de réelle fragilité de la structure, on peut envisager une ferme sur blochets (type de ferme spécialement dédié à l'aménagement de comble, et abordée en début de première année de C.A.P.). Des interrogations sont aussi exprimées quand à la nature des trois couches se superposant sur le dessin. Quant à l'exercice de la fenêtre, les 2 charpentiers ont tout de suite pensé que ce croquis avait probablement été réalisé par le même menuisier qui avait réalisé la porte du premier exercice. Des interrogations furent exprimées sur l'utilité de refaire un croquis au propre, si ce n'est dans le but de faire travailler les activités de tracés, et d'autres sur la nature du volet. Est-il composé de deux triangles? La diagonale représente-t-elle l'écharpe? Si tel est le cas, il est rare qu'elle soit traversante. S'agit-il d'un trait de contrôle? quid de l'arrondi supérieur? Est-ce une partie fixe du mur? En ce cas, quel est l'intérêt de la représenter sur le schéma de la fenêtre? Pourquoi le menuisier n'a-t-il pas pris toutes les côtes, plutôt que d'avoir rangé son mètre pour subitement sortir son rapporteur (dont l'utilisation est en pratique assez



Madame Chamane restaure petit à petit une ferme classée au patrimoine de sa commune. Elle doit refaire à l'identique des volets abîmés. Elle confie le travail à un menuisier, qui dessine sur place le croquis d'un volet à main levée. De retour à l'atelier, le menuisier demande à Chloé, son apprentie, de faire un dessin correct du volet en suivant un protocole détaillé. La base du volet sera un triangle MNP rectangle en N tel que $MN = 3$ cm et $\widehat{NMP} = 60^\circ$.

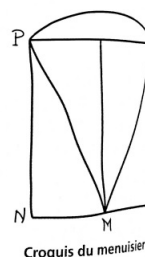


FIGURE 34: D'étranges volets [del2014]

rare sur le terrain) ? Il a visiblement oublié de noter les emplacements des charnières, ce qui ne sera pas pratique au levage. Des réserves sont aussi exprimées sur le fait qu'il soit peu commun qu'un encadrement de fenêtre d'un bâtiment, qui plus est ancien, soit parfait, et que l'on puisse, par conséquent, supposer d'un parfait équerage ou d'un parfait parallélisme dans de la rénovation historique...

On retrouve ainsi plusieurs enrobages de problèmes de mathématiques ne prenant que légèrement appui sur le champ professionnel dans les ETG idoïnes, et dont les incohérences ne peuvent s'expliquer que soit de par le fait que les manuels dont sont tirés ces exercices soient destinés à divers futurs corps de métiers (de section industrielles), et donc rejetant toute spécialisation trop intense, soit de par l'ignorance des rédacteurs des manuels de l'univers lié aux contextualisations, ce qui à première vue ne semble pas être une piste à négliger. Dans les deux cas, on pourra considérer que le rapport personnel de l'enseignant étudié est conforme au rapport qu'entretient l'institution mathématique avec les charpentes tel qu'exprimé dans ces manuels.

2.2.5 Analyse comparée des rapports aux tracés des deux institutions

L'analyse de nos deux entretiens peut s'inscrire dans le cadre des résultats de la recherche de Bessot et Laborde lors de leurs études des activités de lecture tracé du bâtiment, réalisées cette fois-ci par des maçons. *"En classe de mathématiques, ce n'est pas tant l'obtention du dessin en tant qu'objet spatio-graphique qui est visée par l'enseignement que le procédé géométrique qui conduit au dessin. Les imperfections de tracé, l'épaisseur des traits, les erreurs de positionnement du compas ou de l'équerre, sont d'importance secondaire par rapport aux justifications théoriques du procédé de tracé. La finalité de tracé de réservations est en revanche celle de production d'un objet spatio-graphique, d'une « croix » qui matérialise un emplacement (avec une tolérance de l'ordre du cm pour ce type d'implantation). Du coup, la matérialité des instruments est un élément susceptible de modifier le produit à obtenir..."* [C L08]

Afin de pouvoir comparer nos deux entretiens, il faut ainsi se positionner du côté des enjeux des deux types de professeurs. Nous pouvons ainsi constater, du côté des mathématiques, une forte volonté de construction de figures géométriques. Ces figures

formeront la base d'exercices, dans lesquels on tentera d'appliquer tel ou tel raisonnement afin d'identifier différentes données inconnues du problème (angles, longueurs ...). L'importance du tracé de ces figures est très largement reléguée au second plan, en témoignent la faible précision dans les tracés et la faible quantité de situations de traçage dans les exercices abordés. Ces tracés se feront à l'aide de la règle et de l'équerre, clairement identifiées comme les outils de référence à utiliser pour les résolutions de problèmes de traçage de perpendiculaires ou de parallèles. L'utilisation de techniques numériques aura une grande importance dans la résolution des problèmes de géométrie, ces résultats s'appuyant sur un raisonnement et des figures réputées parfaites. Ces enjeux sont primaires chez les enseignants de mathématiques. Toutefois, afin de répondre aux exigences de contextualisation, et dans l'idée de donner du sens à leurs savoirs, ils tenteront de trouver des situations dans le peu d'objets dont ils ont connaissance en lien avec le monde professionnel des élèves.

Du côté de la charpente, le traçage n'est jamais qu'un moyen, le but final étant la réalisation de pièce de bois. La phase d'épure, n'est qu'une phase de recherche d'angles de coupes, et n'est pas un enjeu en tant que telle. Toutefois, les pièces à produire doivent être d'une précision très rigoureuse, afin que les différentes sections et coupes "plaquent" lorsqu'elles sont assemblées. La moindre imprécision est ainsi traquée. Cette chasse à l'erreur de traçage, couplée à la dimension des ouvrages réalisés, induit des outils et des techniques très différentes de celles employées couramment en cours de mathématiques, ainsi que le refus des techniques numériques, considérées comme imprécises (probablement plus par philosophie que par réel constat empirique). La complexité des problèmes traités en atelier impliquent un Univers Cognitif relatif aux objets mathématiques relativement développé, rendant ainsi nos professeurs de charpente à l'aise avec la plupart des objets mathématiques rencontrés au lycée professionnel. On notera tout de même que la place des mathématiques est secondaire, la justification des techniques employées étant présente, mais tout de même suffisamment lointaine pour qu'elle ne puisse pas être reconstituée sur le moment. Enfin, une évolution des techniques répondant à la meilleure réponse possible à l'environnement dans lequel elles sont pratiquées semble émerger dans nos deux institutions. On trouvera ainsi l'utilisation de techniques mettant en place l'outil du compas, simple à réaliser en grandes dimensions chez les charpentier, et l'utilisation de techniques mettant en place la petite équerre chez les professeurs de mathématiques, flexible, transportable, mais aussi simple de conceptualisation pour l'élève, la perpendiculaire étant issue du monde sensible, puisque matérialisée par l'outil.

3 OBSTACLES À L'INTERCONNEXION ENTRE LE MONDE PROFESSIONNEL ET LE MONDE MATHÉMATIQUES

Nous pouvons dès à présent lister les différents obstacles à franchir lors de l'interconnexion entre le monde professionnel du constructeur bois et celui des mathématiques. Nous avons pu voir dans un premier temps, lors de l'analyse des programmes et des épreuves d'évaluation certificative émanant des institutions référentes, une première zone de recouvrement de nos deux mondes autour de tâches communes. On peut ainsi trouver et mettre en évidence des zones hybrides telles que celles concernant le traçage d'objets géométriques. Cependant, un premier frein à la conception de séances communes apparaît concernant l'enjeu à donner aux situations. Si les élèves de C.A.P. sont amenés à effectuer de nombreux tracés à l'atelier, ce n'est cependant que dans le but de concevoir des pièces de bois. Cette conception pré-suppose un niveau de raisonnement élevé, reléguant les tâches communes avec le monde mathématiques telles que le tracé de parallèles et de perpendiculaires à des sous-tâches qui ne sont pas objets de l'étude. Cette différence quant à l'enjeu place ainsi les tracés comme moyen d'atteindre une tâche complexe et non plus comme un enjeu en soit. Les techniques de tracés sont laissées libres dans les deux cas, entraînant un second frein que l'on peut observer dès lors de l'analyse des manuels des deux institutions. On peut ainsi observer comment chacune de nos deux institutions transmettent un paradigme qui leur est propre, de par l'utilisation d'outils et de techniques de résolution de mêmes types de tâches qui s'avèrent différentes, et reposant sur des technologies qui ne se recoupent pas toujours. Ces paradigmes entraînent ainsi un second frein, qui pré-suppose une phase d'harmonisation des techniques et outils à utiliser lors des séances de co-intervention. On retrouvera ce frein dans les pratiques enseignantes de nos deux institutions, couplé à l'enjeu à donner au tracé. Cet enjeu va entraîner deux positionnement différents dans les ETG, générant de nombreux problèmes liés à la place à accorder aux incertitudes et à la technologie dans l'acte de tracer, sur lesquels il faudra s'attarder afin de collaborer de manière harmonieuse. Un autre frein émergent des deux entretiens concerne la temporalité des séances, supposant la réalisation d'une progression commune à laquelle devront se tenir les deux professeurs afin de gagner en efficacité dans l'optique de leur co-intervention. Enfin, un dernier frein semble être présent quant à l'univers cognitif lié aux pratiques atelier du professeur de mathématiques, univers qui devra être développé afin de lui permettre une meilleure acculturation au milieu dans lequel il devra intervenir afin de pouvoir pleinement tirer parti des situations à caractère didactique issues du monde professionnel de l'élève, et ainsi de rendre pleinement la place qui leur est due aux mathématiques dans la conception d'ouvrages bois (par exemple). Il est enfin à remarquer que le rapport au savoir de l'enseignant de mathématique interrogé vis à vis du champ professionnel semble, après analyse des différents manuels, conforme

à l'institution dont il fait partie, et entretient ainsi, par la reproduction du paradigme institutionnel, un univers cognitif éloigné du monde professionnel, quand il n'est pas tout simplement incorrect.

4 QUELQUES IDÉES DE SITUATIONS DIDACTIQUES

4.1 Situation n°1 : Equations et Traçages sur pièces de bois :

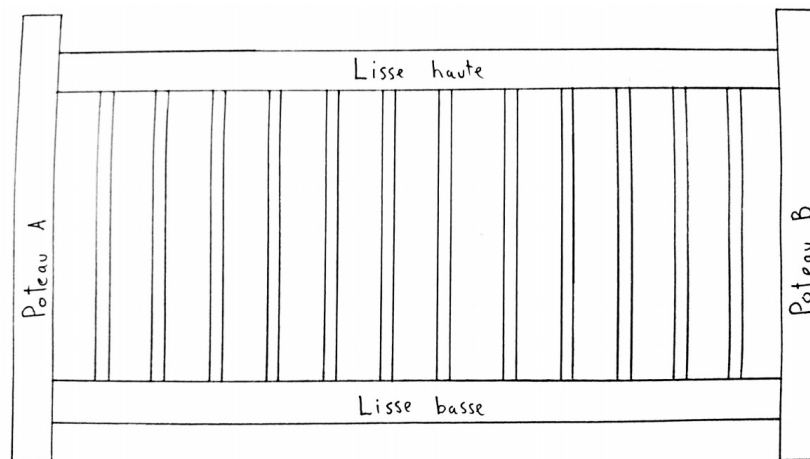


FIGURE 35: Rambarde et problèmes du premier degré

On désire réaliser la rambarde suivante. Elle est composée de deux poteaux 105*105, de deux lisses 105*70 et de 12 ballustres 20*20. Les assemblages poteaux/lisse haute et balustres/lisses seront réalisés en tenons-mortaises. Les assemblages lisse basse/poteaux seront réalisés en double tenons.

Partie n°1 : Traçage des emplacements de mortaises : On s'intéresse tout d'abord au tra-

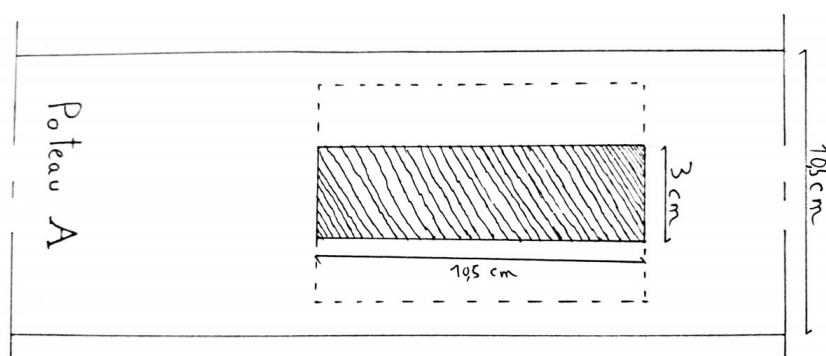


FIGURE 36: Détail A

çage de la mortaise entre le poteau A et la lisse haute. On désire creuser une mortaise de 3 cm d'épaisseur dans un bois de 10,5 cm d'épaisseur. Combien mesurera la distance entre le bord de la mortaise et le bord de la pièce de bois ?

Il existe plusieurs techniques possibles pour résoudre le problème. L'une d'elle peut faire appel aux équations, en nommant x la distance recherchée. Une autre possible joue avec les propriétés de la symétrie, permettant de simplifier le problème. Une dernière méthode est la méthode itérative visant à essayer diverses solutions possibles. La résolution est laissée libre dans cette première partie.

Correction : Cette correction permet d'associer le concept d'équation à la notion de

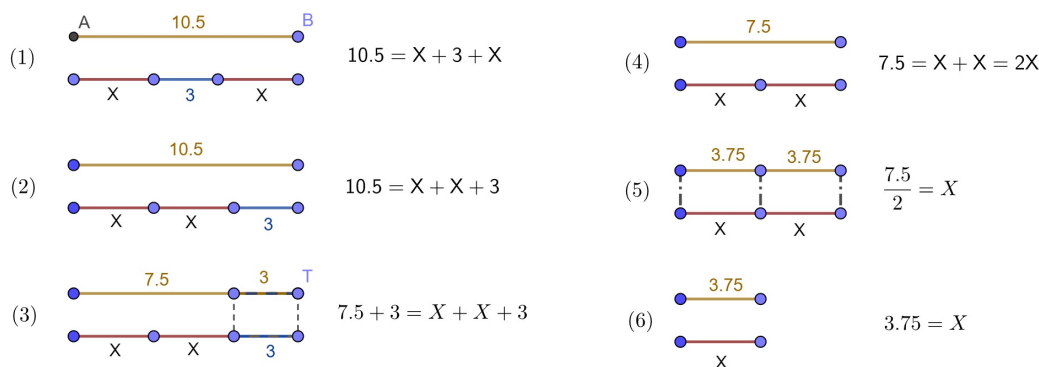


FIGURE 37: Correction Equation et Position de mortaise (Partie 1)

distance, directement applicable au problème. Elle propose une approche géométrique à la résolution d'un problème d'algèbre, et permet un glissement d'un ETG de type II habituel aux élèves vers un Espace de Travail Algébrique (ETA). Elle permet facilement de se remémorer 3 concepts inhérents à la résolution des équations du premier degré à savoir :

$a + b = b + a$ qui s'opère de (1) à (2), $a + b = c + b \iff a = c$ de (3) à (4) et $A = kx \iff A/K = x$ de (5) à (6) ; Elle entraîne néanmoins une difficulté didactique de par le fait qu'elle ne permet de problématiser que des systèmes où x sera positif (une distance ne pouvant être négative).

Une fois l'exercice résolu, les élèves peuvent ainsi tracer leurs mortaises sur la pièce de bois. Ils pourront la tailler plus tard, en cours de charpente. On cherche par la suite le même problème avec le double tenon. Ce système propose, dans un premier temps, de

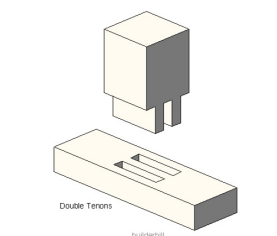


FIGURE 38: Double tenons - *Builderbill*

réaliser le même problème en remplaçant la mortaise par la lisse, qui devra être centrée sur la pièce de bois. Il faudra ensuite trouver, par une autre équation, l'espacement

entre les tenons (qui devra être régulier). La correction peut être de la même forme que celle de l'activité précédente.

On cherchera ensuite à tracer les mortaises des lisses. L'écart entre les ballustres doit être régulier. Un raisonnement analogue sera mené afin de tracer les douzes mortaises régulièrement espacées dans les deux lisses.

Ces problèmes peuvent donner naissance à deux développements différents. Ainsi, en classe de mathématiques, on pourra creuser le thème des équations, en prenant soin d'introduire des problèmes où les solutions de x appartiennent à l'ensemble des négatifs. On glissera ainsi, petit à petit de la géométrie vers l'algèbre. On peut aussi concevoir un algorithme permettant de calculer directement les espacements en fonction du nombre de balustres, de leur épaisseur et de la longueur de la lisse. On pourra, une fois ce programme réalisé, construire un autre algorithme, qui permet, pour une longueur de rambarde et une épaisseur de ballustre donnée, de calculer le nombre minimum de ballustres (ainsi que leur espacement) à placer sur la rambarde, en sachant que l'écart interballustres ne peut être supérieur à 11 cm (Normes Constructives). En classe de charpente, les élèves pourront tailler les-dites mortaises, travaillant ainsi différentes techniques de taille, les deux premiers exercices se prêtant bien à l'utilisation d'un ciseau à bois, et le troisième se prêtant plus à une approche "industrielle" permettant d'employer la mortaiseuse à chaîne. Ils auront de plus revu différents assemblages (tenons-mortaise et double tenons). Ainsi, en partant d'une base commune aux mathématiques et à la charpente, on peut travailler des spécialisations propres à chaque disciplines.

4.2 Situation n°2 : La méthode des coupures et l'équilibre d'un solide soumis à 3 forces

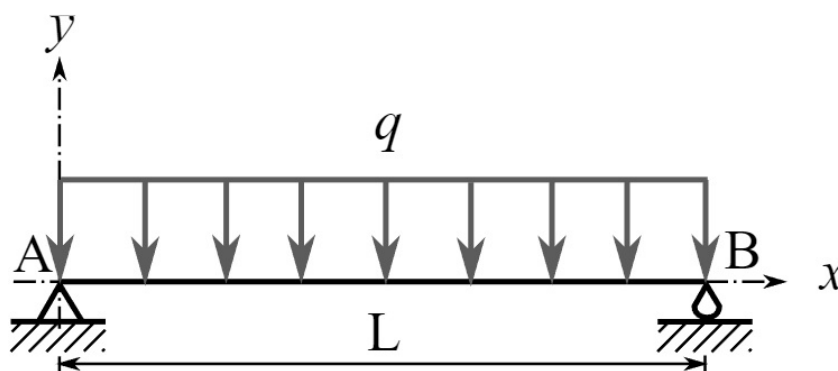


FIGURE 39: Poutre sur deux appuis - Cdang

Cette situation permet de traiter à la fois un problème de solide soumis à 3 forces, que l'on isolera grâce aux conditions inhérentes à la statique (2ème loi de Newton), et à

la fois un calcul de sollicitation dans un matériau. Cette situation est adaptée à une classe de seconde. Elle pourra être enrichie de la situation didactique n°3, que l'on traitera dans le cadre du module complémentaire sur les intégrales en terminale, ou bien en début de première année de B.T.S. (bien que les professeurs de charpente expliquent l'enseigner aux terminales). Elle consiste en l'étude d'un domaine commun (la mécanique) qui sera traité par 2 approches, à travers l'étude d'une poutre en flexion sur deux appuis.

Notre étude commence avec l'approche du professeur de physique, qui veut trouver les réactions d'appuis d'une poutre sur 2 appuis soumise à une charge uniforme (par exemple, son poids propre + le poids de la toiture). Cette charge répartie q peut s'exprimer sous la forme d'une charge ponctuelle $|\vec{F}| = q.L$ s'appliquant au milieu de la poutre et dirigée vers le bas. En partant du cours de physique, déjà établi et sachant le solide à l'équilibre, on peut retrouver, à l'aide d'un système d'équations, les valeurs des 2 réactions d'appuis en énonçant les propriétés de la statique (somme des forces et des moments nuls).

On peut ainsi définir Y_A et Y_B , les réactions d'appuis respectives à notre articulation (à gauche) et à notre appui simple (à droite). La poutre est à l'équilibre. On a donc :

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \\ Y_A + Y_B - q.L = 0 \\ \frac{q.L^2}{2} - Y_B.L = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_A = \frac{q.L}{2} \\ Y_B = \frac{q.L}{2} \end{cases}$$

C'est alors au professeur de charpente d'introduire sa notion des efforts que subi une poutre en flexion par la méthode des coupures, permettant ainsi de réinvestir la notion de forces et de moments vus dans le cours de physique. Ce calcul permet de faire apparaître une fonction affine (Effort Tranchant) et une fonction carrée (Moment fléchissant), ce qui permet de revoir deux notions vues en classe de mathématiques de seconde.

Calcul de l'effort tranchant T :

$$T + \frac{q.L}{2} - q.x = 0$$

$$T = q.x - q.\frac{L}{2}$$

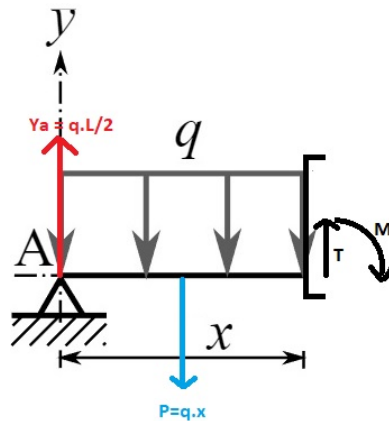


FIGURE 40: Méthode des coupures

Calcul du moment fléchissant M_Z :

$$M_Z - x \cdot \frac{q \cdot L}{2} + \frac{q \cdot x^2}{2} = 0$$

$$M_Z = \frac{q(l \cdot x - x^2)}{2}$$

Cet exercice permet ainsi de traiter les solides soumis à 3 forces dans le cas particulier de la charge répartie, les systèmes d'équations, les fonctions affines et les fonctions du second degré. Côté charpente, il permet d'aborder les différents efforts subis par une poutre. On peut ainsi tracer les deux fonctions en définissant deux curseurs q et l , qui permet de voir l'évolution du moment fléchissant et de l'effort tranchant en fonction de la valeur de la charge répartie et de la longueur de la poutre. Un approfondissement peut être envisagé en évoquant la notion de contraintes à travers la relation

$$\sigma_x = \frac{M_Z}{I_z}$$

I_z étant le moment quadratique de la poutre pouvant être calculé à l'aide de la relation $I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$ dans le cas d'une poutre rectangulaire. On obtient ainsi la relation :

$$\sigma_x = \frac{6 \cdot q(lx - x^2)}{b \cdot h^3} \cdot y$$

où y est la hauteur de la poutre, avec pour origine le milieu de la poutre. On peut ainsi tracer une deuxième fonction du second degré, avec cette fois-ci 5 curseurs (q, l, b, h, y) permettant encore une fois de modéliser la contrainte subie par une poutre sur 2 appuis soumise à 3 forces, le tout paramétrable à volonté. On pourra par ce fichier calculer une contrainte limite, et ainsi dimensionner notre poutre en fonction du poids qu'elle doit supporter. Pour ordre d'idée, la contrainte maximale en flexion σ_x d'une poutre en sapin ne doit pas dépasser 60 Mpa. On peut enfin imaginer un programme python

permettant de calculer la contrainte d'une poutre en fonction de ses dimensions et de la charge qu'elle doit supporter, ce qui est très utile sur le chantier, et qui nous permet aussi de traiter l'algorithmique.

Le calcul du moment fléchissant peut donner lieu à un approfondissement par le calcul de la déformée, à traiter en terminale dans le cadre du module complémentaire (ou en première année de B.T.S.).

4.3 Situation n°3 : Déformées, point critique, intégrales et dérivées

Le calcul des sollicitations (situation précédente) est essentiel pour pouvoir dimensionner une poutre en fonction de la contrainte maximale qu'elle puisse subir. Il permet aussi de traiter des problèmes de déformées, qui seront abordés en première année de B.T.S. (ou parfois en terminale, comme l'indiquent les deux professeurs de charpente interrogés) à l'aide de l'équation différentielle linéaire élastique de la déformée d'une poutre en flexion, où E représente le module de Young (qui dans le cadre du bois, est situé entre 11 et 13 GPa), et I_Z le moment quadratique de la poutre évoqué précédemment.

$$-\frac{d^2 y}{dx^2}(x) = \frac{M_z(x)}{E.I_Z}$$

On se demande par la suite comment trouver le point où sa déformée sera la plus grande. D'un point de vue B.T.S. ou terminale dans le cadre du module complémentaire, la résolution s'envisage à partir de l'équation différentielle vers la fonction de déformée. Dans une approche plus simpliste, on peut très bien envisager de partir de la fonction de la déformée que l'on dérivera deux fois afin de retomber sur l'équation différentielle. On a ainsi :

$$y''(x) = \frac{M_z(x)}{EI} = \frac{q(lx - x^2)}{EI}$$

$$y'(x) = \frac{q}{2.E.I} \cdot \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{l.x^2}{2}\right) + C$$

$$y(x) = \frac{q}{2.E.I} \cdot \left(-\frac{x^4}{12} + \frac{l.x^3}{6}\right) + Cx + D$$

On sait que la déformée est nulle aux point d'appuis, on a donc $y(0) = y(l) = 0$

On a donc :

$$y(0) = D = 0$$

et

$$y(l) = 0 = \frac{q}{2.E.I} \cdot \left(-\frac{l^4}{12} + \frac{l^4}{6}\right) + Cl \iff C = -\frac{q.l^3}{24.E.I_Z} = \frac{q}{2.E.I_Z} \cdot \frac{-l^3}{12}$$

On a enfin (ouf!) l'équation de la déformée d'une poutre soumise à une charge uniforme sur deux appuis, ce qui est un cas extrêmement classique de chantier, dans l'équation :

$$y(x) = -\frac{q}{24.E.I_z} \cdot (x^4 - 2.l.x^3 + l^3.x)$$

On peut bien entendu tracer cette fonction sur Géogebra. On pourra ainsi, en déclarant chaque variable sous la forme d'un curseur, modéliser de manière dynamique comment les paramètres d'une poutre (E, I, L) influent sur son comportement en flexion, et prévoir par la même occasion de combien va ployer une telle poutre en tout point lorsqu'elle est soumise à une charge. Cette situation est ainsi issue du monde professionnel, et permet d'aborder de nombreuses techniques de mathématiques. Dans cet exemple, la fonction exprime la déformée d'une poutre de 8m de long de section rectangulaire $b = 0,12$ m et $h = 0,4$ m, ayant pour module de young $E = 11$ GPa et subissant une charge q de 2216 N.m^{-1}

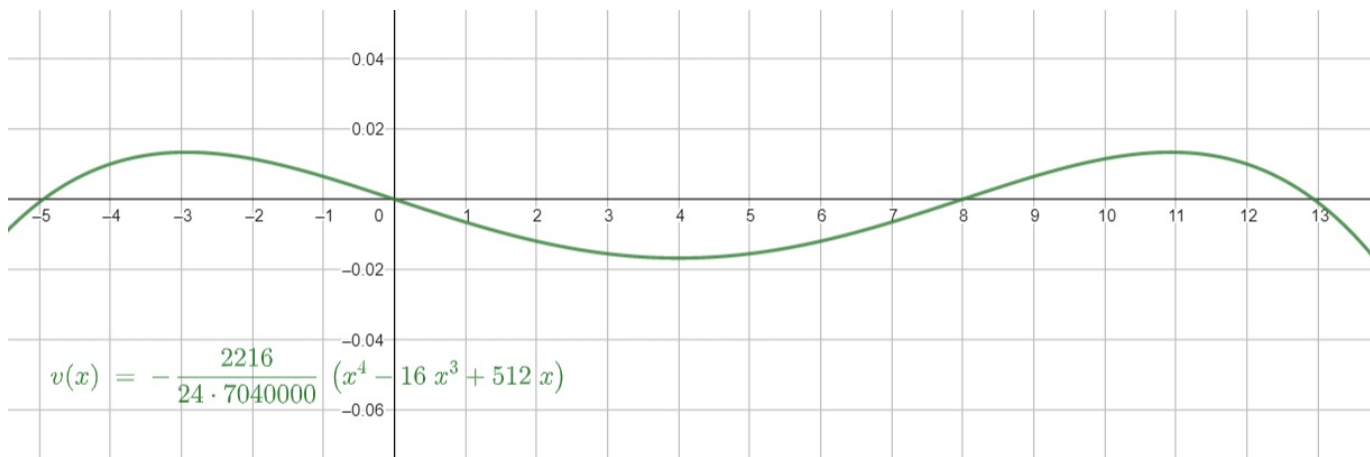


FIGURE 41: Méthode des coupures

4.4 Situation n°4 : Explication d'une technique permettant de dévoyer les arêtiers à l'aide d'un parallélogramme en C.A.P. et en Bac Pro

La situation a lieu à l'atelier, après que les élèves aient taillé leur premier arêtier sans le dévoyer, avec leur ancienne épure encore en place. Il serait préférable que les parallélogrammes soient en train d'être traités en classe de mathématiques. Le professeur de charpente souligne le problème de résistance des matériaux occasionné par les deux délardements. On recherche ainsi une méthode qui permette d'aligner nos deux hauteurs directement sur l'épure. Les élèves ont 10 mn de recherche sur épure. Il est fort probable qu'ils tentent une méthode essai-erreur. Une fois terminée la phase de recherche, on peut réattaquer le problème au tableau. Le but est ainsi d'introduire la

technique experte à travers un cheminement de questions. La première se doit d'être : "Si les deux délardements doivent arriver à la même hauteur, comment doit être la projection de leurs points de naissance sur la ligne de sol de l'élévation de l'arêtier?", ce qui devrait permettre de faire émerger la première partie de la démonstration. On demande ensuite "à quoi doit correspondre la distance entre les points A et B?". On cherche donc le positionnement de la perpendiculaire à l'axe de l'arêtier, telle que la mesure AB soit égale à la section de notre arêtier. On peut ensuite demander "Que pensez-vous de ce schéma?" (figure 27). On introduit ainsi, par le parallélogramme, le bon positionnement de l'arêtier. On trace ensuite, à l'aide du professeur de charpente, cette technique sur zone d'épure. On travaille ainsi des raisonnements d'analyse synthèse et par l'absurde, tout en introduisant une nouvelle technique de taille des arêtiers qui sera exploitée jusqu'à la fin de l'année par le professeur de charpente, la taille d'un arêtier étant une tâche récurrente en classe de C.A.P.

Quatrième partie

Ouverture

1 UNE APPROCHE MATHÉMATIQUE AU SAVOIR OUVRIER

1.1 Du misérabilisme à l'horizon de la sociologie de la reproduction...

...De l'impasse théorique à l'approche du L.P. dans sa complexité. Tel est l'intitulé d'un chapitre de l'Emancipation scolaire[Jel14], qui résume à mon sens assez bien la difficulté à se procurer de la littérature sur le LP. Celui-ci dénonce le fait qu'en plus d'être rares, les quelques enquêtes portant sur le lycée professionnel sont très largement empreintes de misérabilisme. Comment se fait-il qu'un lycéen sur trois est inscrit en lycée professionnel et que si peu d'études soient publiées sur cette institution? Ce ne sont pourtant pas les spécificités qui manquent. On pourrait par exemple aborder l'immersion en milieu professionnel par le biais des stages, la présence d'enseignants issus du monde du travail ainsi que leurs stratégies d'enseignement, ou comment leurs univers cognitifs développés à partir d'une réalité de terrain impacte sur leurs enseignements, la place de l'apprentissage dans une formation, comment se mêle le monde du travail à celui de l'enseignement? Plein d'articles pourraient ainsi voir le jour, et ainsi contrer le peu d'articles existant sur cet établissement, réalisés pour la plupart par des sociologues cherchant à démontrer une n-ième fois les mécanismes posés par Bourdieu (dont on ne doutera pas du génie) en 1964. On retrouve ainsi des

visions empreintes d'un grand manichéisme où le LP n'est décrit que comme une partie prenante des mécanismes de reproduction sociale d'un capitalisme en quête de main d'oeuvre servile à qui le LP ne servirait qu'à inculquer les codes de la domination et la "socialisation à l'ordre des choses". Le présent mémoire se veut un contre-pied de ces différents travaux, par une approche du milieu ouvrier comme détenteur d'un savoir structurellement différent des institutions se permettant parfois hâtivement de le juger trop ignare ou trop opprimé pour se montrer capable de raisonnement.

1.2 Recherche de blocs θ - Θ dans la stéréotomie

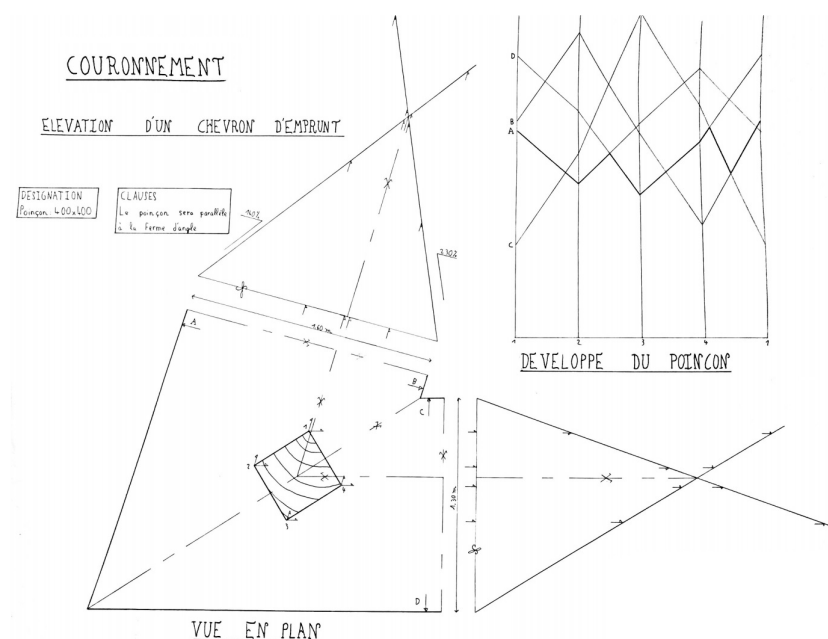


FIGURE 42: Technique du couronnement (Face aplomb)

Lors de mes recherches, j'ai eu l'occasion d'aborder de nombreux ouvrages de charpentes. Ceux-ci sont généralement découpés en 3 parties, concernant respectivement les bois droits face aplomb, les bois droits à dévers et les bois croches. Le cas de l'arêtier est une technique parmi d'autres dans le cadre du chapitre "face aplomb". Il semble que ce chapitre puisse être assimilé à une théorie, ayant pour hypothèses que les faces des bois sont perpendiculaires au plan du sol (face aplomb). De cette théorie découlerait de nombreux "théorèmes", à l'instar de celui du dévoiement de l'arêtier, dont les preuves seraient fondées sur le raisonnement et la vision dans l'espace (comme celle proposée par Le Boucher). De nombreux autres théorèmes découlent de cette théorie, qu'il serait intéressant d'approfondir, tels que par exemple la technique du couronnement, ou encore celle de la recherche de la barbe de panne.

La seconde théorie (bois à devers), permet de trouver différents angles de coupes aux sols, permettant de déverser les pièces, et ainsi de s'épargner certains problèmes tels que les délardements, l'arête du bois équerri servant ainsi de ligne de raccord

des versants. Celle-ci semble composée de sous-théories (devers de pas, niveaux de devers, sauterelle) amenant différents théorèmes toujours fondés sur le raisonnement, et dont les démonstrations ne sont pas "mathématisées", bien qu'elles découlent de la géométrie. La troisième théorie, pour les bois croches (non droits), ressemble assez

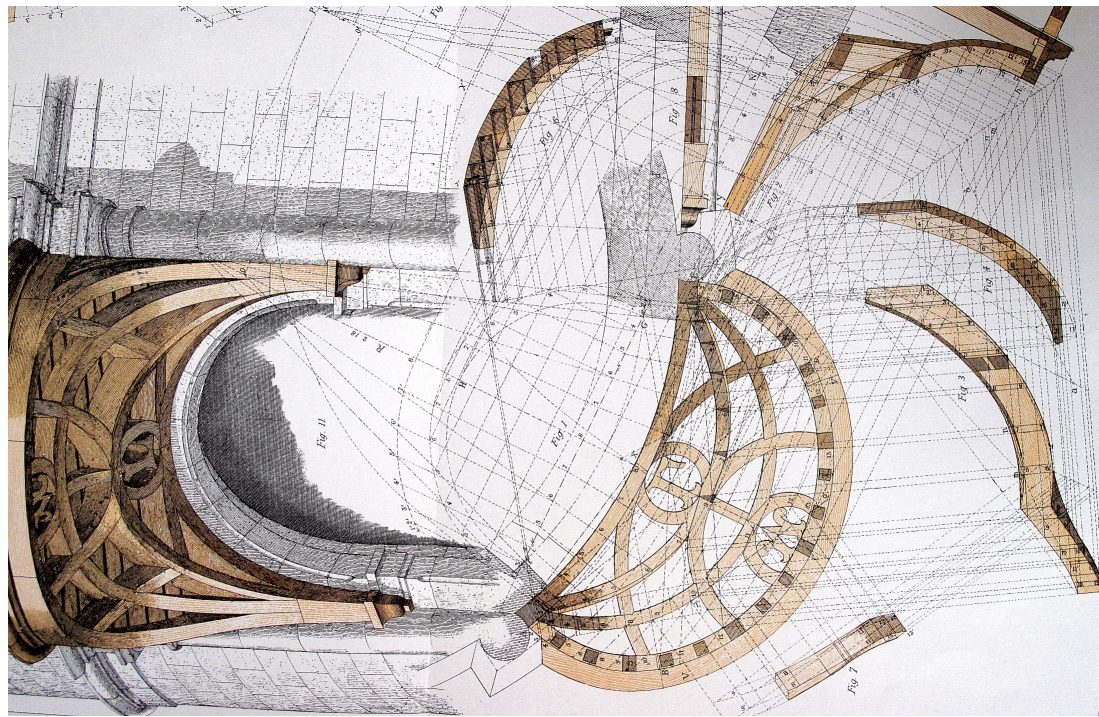


FIGURE 43: Planche de croche - Louis Mazerolle [Maz75]

curieusement au calcul intégral. Des théories similaires existent aussi chez les tailleurs de pierre. De ces théories découlent d'autres techniques, parfois similaires à celles des tailleurs de bois, mais parfois aussi inédites, ou différentes, en fonction de l'évolution des techniques et de leurs adaptations au milieu où elles sont pratiquées. Il serait très intéressant d'étudier ces 3 théories à l'aide de l'approche anthropologique de Chevallard, et ainsi regarder de quelle manière le milieu ouvrier s'est approprié les mathématiques pour en sortir des objets théoriques directement applicables à leur milieu professionnel. En recoupant ces mêmes techniques par une approche historique et mathématique, on pourrait alors disposer d'un point de vue intéressant (au moins pour moi-même) sur une articulation entre mathématiques et charpente, et ainsi en sortir des idées de situations didactiques dans le cadre d'un enseignement en co-intervention.

2 LES MATHÉMATIQUES ET "LA VIE"

2.1 Rapport au savoir des milieux populaires à l'institution scolaire

On dispose de nombreux bilans de savoirs effectués par Charlot [Cha99] (qui constitue ainsi une des rares recherches en LP) sur le rapport au savoir et à l'institution scolaire.

Cette étude est toutefois à prendre avec quelques précautions car datant de 1999, le LP ayant quelque peu évolué depuis. Lorsqu'on leur demande, de manière ouverte, ce qu'ils ont appris à l'école, les jeunes de LP citent très majoritairement des savoirs liés aux relations sociales. Ils ont par exemple appris à avoir des amis, à se tenir bien, à ne pas se faire remarquer ... L'école représente ainsi une institution où les savoirs vivres occupent une place prépondérante par rapport aux savoirs enseignés. Elle est l'endroit où l'on pourra apprendre les codes sociaux qui pourront permettre de s'insérer dans le monde du travail, et ainsi sortir de la cité. Il est intéressant de constater que quasiment aucun savoir disciplinaire, qu'il soit général ou professionnel n'est cité spontanément par les élèves. (Qu'ont-ils appris, p.27-28). L'école, c'est important, mais c'est embêtant. Lorsqu'on leur demande quel est le sens de l'école, les réponses majoritaires sont centrées sur le fait que cette institution délivrera le passeport permettant l'accès au travail. Les apprentissages ne font ainsi pas sens en tant que tels. Ils ne font sens que parce qu'ils amènent à un diplôme qui permet d'accéder à un futur visé. On peut ainsi conjecturer que l'insertion sur le marché de l'emploi, de plus en plus faible en LP, brise petit à petit le sens qu'avait les apprentissages auprès de ces jeunes. Les élèves évoquent souvent le fait qu'en LP, on n'apprend pas "la vie". Il manque un présent à cette institution préparant au futur. A nuancer tout de même : les enfants d'artisans/commerçants, qui s'inscrivent généralement dans la tradition familiale, trouvent, eux, plus de sens dans les enseignements de LP, car ils savent qu'ils incarnent le futur quotidien. Ils peuvent ainsi inscrire ces apprentissages dans la vision familiale de l'entreprise, en relation avec leurs vécus (p.139-142). Un élève développe enfin la notion intéressante de savoir Puzzle et de savoir Scrabble (p.309-318). Cet élève préfère les "matières puzzle", qu'il décrit comme étant les matières où l'on peut réfléchir et retrouver les différentes réponses en interconnectant différents éléments de problèmes, aux "matières Scrabble". La matière Scrabble s'enferme dans la logique de la langue. Il n'y a qu'une seule manière d'écrire le mot, et si on ne la connaît pas, on ne peut plus rien faire. Il comprend ainsi toutes les matières qu'il faut apprendre par coeur, et dont on ne peut pas retrouver les réponses en cas d'oubli. Un enseignement des mathématiques au coeur du monde professionnel permettrait-il de donner plus de sens au savoir? Si le présent mémoire se concentre sur le savoir tel qu'il est pratiqué et indiqué dans les institutions, il serait intéressant de se rapprocher des élèves, naviguant entre nos deux écoles, et ainsi de sonder comment ces savoirs s'articulent (si tant est qu'ils le fassent), et voir si les contextualisations des mathématiques dans la charpente, de par leur apport professionnel, font sens pour eux. Il serait dans un second temps intéressant de suivre la piste dégagée par Charlot comme quoi l'école n'apprend pas "la vie", sous l'angle du sens des contextualisations des situations mathématiques, et du sens (ou non-sens) qu'elles peuvent incarner dans "la vraie vie", et de s'interroger enfin sur la tendance de notre institution à s'enfermer dans un savoir Scrabble.

2.2 Rapport au savoir de l'institution scolaire aux milieux populaires

Cette initiation à la recherche m'a permis d'entrer dans les détails d'un aspect didactique, quant aux rapports aux savoirs de l'institution scolaire, et plus particulièrement des professeurs d'enseignement généraux, aux milieux populaires (incluant notamment le champ professionnel ouvrier). Il semble, après rapide analyse des manuels, que l'accent soit très prononcé sur les contextualisations. On veut ainsi redonner du sens aux mathématiques, et par là même, inclure "La vie" dans nos apprentissages. Cela-dit, ce processus ne semble pas abouti, et on peut rencontrer de nombreux exercices en déphasage avec la réalité. Après une année de pratique, et une exploration encore novice des différents manuels et sites web, j'ai été confronté à de nombreuses situations didactiques insensées, dont les questions n'avaient pas forcément de sens au regard du monde réel, et dont le but était de faire travailler certains types de tâches mathématiques à l'aide d'un enrobage contextualisé servant principalement d'excuse à la pratique de la discipline, mais dont le fondement demeure instable. Ces situations veulent ainsi souvent être contextualisées en lien avec le futur monde professionnel de l'élève, représentant ainsi un champ important des exercices. Il serait intéressant de recueillir le point de vue de vrais professionnels sur ces situations, afin d'en valider ou invalider le bien fondé, d'un point de vue des pratiques professionnelles. En effet, le système de formation actuel génère une certaine asymétrie des univers cognitifs liés aux deux institutions l'une en regard de l'autre (les mathématiques et le champ professionnel dans lequel a lieu la contextualisation). Si les professeurs d'enseignement professionnel ont généralement assisté à des cours de mathématiques dans leurs parcours, et peuvent par conséquent s'orienter dans cette discipline, les professeurs de mathématiques, eux, n'ont généralement pour seule connaissance du monde professionnel, que l'univers cognitif d'un client, peu élaboré, et semblant assez éloigné des réalités se cachant derrière un métier. Vu sous cet angle, il est prévisible que la co-intervention, forçant nos deux institutions à se rencontrer, demandera une forte adaptabilité couplée à une solide capacité d'apprentissage pour le professeur de mathématique, qui se verra confronté à un monde qui peut lui être inconnu. On peut conjecturer que cette confrontation occasionnera probablement un rejet d'une partie de nos équipes enseignantes, mais il me serait très intéressant de réaliser des bilans de savoir, à la manière de Charlot, sur ce qu'ont appris les professeurs de mathématiques sur les champs professionnels avec lesquels ils ont travaillé, à l'issue de leur première année de co-enseignement, et de dégager ainsi certaines stratégies et certaines postures invariantes à cette interconnexion entre le monde professionnel et le monde mathématique.

Cinquième partie

Bibliographie, table des figures et Annexes

CADRE THÉORIQUE

- [A K06] C. Houdement et A. KUZNIAK. "Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie." In : *Annales de didactique et de sciences cognitives* (2006).
- [Bul08] C. BULF. "Étude des effets de la symétrie axiale sur la conceptualisation des isométries planes et sur la nature du travail géométrique au collège". In : *Thèse de Doctorat Université Paris Diderot* (2008).
- [C L08] A. Bessot et C. LABORDE. "Vers une modélisation en acte dans les activités de lecture-tracé du bâtiment". In : *Séminaire national de didactique des mathématiques* (2008).
- [Cha99] B. CHARLOT. "Le rapport au savoir en milieu populaire une recherche dans les lycées professionnels de banlieue". In : *ed Anthropos* (1999).
- [Che02] Y. CHEVALLARD. "Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques". In : *Rapport au savoir et didactiques ed Fabert* (2002), p. 81–104.
- [Che98] Y. CHEVALLARD. "Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, l'approche anthropologique". In : *IUFM Aix Marseille* (1998), p. 1–6.
- [Jel14] A. JELLAB. "L'émancipation scolaire. Pour un lycée professionnel de la réussite". In : *ed Presses du Mirail* (2014).
- [Jui05] P. JUIGNET. "Les paradigmes scientifiques selon Thomas Kuhn". In : *Philosophie, Science et Société* (2005).
- [R N00] C. Hoyles R. NOSS. "Working knowledge : Mathematics in use in : BESSOT A. RIDGWAY J. Education for Mathematics in the workplace". In : *Mathematics Education Library Kluwer Academic Publishers* (2000), p. 17–35.
- [Rin] E. RINGOT. "Calcul des ouvrages". In : *Université Paul Sabatier* ().
- [Val26] P. VALERY. "Propos sur l'intelligence". In : *A l'enseigne de la porte étroite* (1926), p. 1–6.

CADRE INSTITUTIONNEL

- [03] ARRETE du 15 juillet 2003 portant création du certificat d'aptitude professionnelle charpentier bois. Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la recherche. 2003.
- [10] Bulletin officiel n° 8 du 25 février 2010 (Référentiel de Mathématiques). Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la recherche. 2010.
- [Can17] CANOPÉE. *Epreuve de mathématiques*. 2017.
- [Edu17] EDUSCOL. *EP2 - Réalisation d'un ouvrage bois*. 2017.

MANUELS DE MATHÉMATIQUES

- [ali10] Bringuier et ALII. *Maths CAP*. Sous la dir. d'Hachette TECHNIQUE. 2010.
- [ali11] D. Laurent et ALII. *Les nouveaux cahiers mathématiques CAP groupement A et B*. Sous la dir. de FOUCHER. 2011.
- [ali14] C. Abadie et ALII. *Mathématiques groupement industriels CAP*. Sous la dir. d'Hachette TECHNIQUE. 2014.
- [ali16] C. Abadie et ALII. *Maths CAP*. Sous la dir. d'Hachette TECHNIQUE. 2016.
- [DE 43] M. l'abbé DE LA CAILLE. *Leçons élémentaires de mathématiques*. Sous la dir. de La veuve DESAINT. 1743.
- [Gra13] Berger GRANJOUX Lafaye. *Mathématiques CAP*. Sous la dir. de DELAGRAVE. 2013.
- [Lag05] J.M. LAGOUTTE. *Mathématiques CAP Industriels*. Sous la dir. de Nathan TECHNIQUE. 2005.
- [N G10] C. Moulin-Berge N. GRANJOUX. *CAP MATHÉMATIQUES INDUSTRIELS ET TERTIAIRES*. Sous la dir. de DELAGRAVE. 2010.
- [Phi03] M PHILBERT. *Mathématiques CAP Industriels*. Sous la dir. de DELAGRAVE. 2003.
- [Red14] L REDDING A et Dupuydauby. *CAP Industriels Groupements A et B MATHÉMATIQUES*. Sous la dir. de Bertrand LACOSTE. 2014.

MANUELS DE CHARPENTE

- [BouXe] J.D. BOUCHER. *L'art du trait de charpente au XIXème siècle*. Sous la dir. d'ed SOCIÉTÉ DES COMPAGNONS CHARPENTIER DU DEVOIR. XIXe.

- [Eme05] EMERY. *La charpente en bois*. Sous la dir. de VIAL. 2005.
- [Maz75] Louis MAZEROLLE. *Traité théorique et pratique de la charpente*. Sous la dir. de VIAL. 1875.

EN LIGNE

- [AOC19] A.O.C.D.T.F. *Aquisav, tracer une épure*. 2019. URL : <http://lapins.menuisier.free.fr/Stage%5C%205/Cours/Tracer%5C%20une%5C%20%5C%E9pure.pdf>.
- [Ber] M BERTH. *Module Charpente*. URL : <http://gabionorg.free.fr/DOCS/charpente72.pdf>.
- [cha14] Apprendre la CHARPENTE. *Tracé de l'aretier : la vue par bout*. 2014. URL : <https://www.youtube.com/watch?v=-spJ5rME2Vk>.
- [Fey80] R. FEYNMANN. *Extrait BBC - Les manières de penser*. 1980. URL : <https://www.youtube.com/watch?v=WDGAO-UGRPE>.
- [lOi] Conseil Urbanisme Architecture Environnement de L'OISE. *Le dimensionnement des ouvrages*. URL : <http://www.caue60.com/amenagement-paysager/eau-et-amenagements/le-dimensionnement-des-ouvrages/>.

Remarque : Les sites ont tous été consultés le 05/06/2019

TABLE DES FIGURES

1	Pavillon A	3
2	Arêtiers	4
3	Problème en 2D - La Ferme Latine	5
4	Problème en 3D - Raccord de deux étaux en simple ligne	5
5	Technique Traditionnelle	9
6	Technique trigonométrique	10
7	La géométrie plane en C.A.P. [10]	14
8	Unités spécifiques [10]	15
9	Épreuve mathématiques 2017 [Can17]	16
10	Référentiel C.A.P. Charpente [03]	16
11	Épure simple ligne[Edu17]	17
12	Épure semi-développée C.A.P. 2017 [Edu17]	17
13	Vue 3D	18
14	Tracer la parallèle à une droite passant par un point	21
15	Synthèse techniques	23
16	Synthèse techniques	23
17	Tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point	26
18	Tracer la perpendiculaire élevée à une droite passant par un point	27
19	Compas à verge - <i>Catalogue Otelo</i>	28
20	Question n°1	31
21	Question n°2	31
22	τ_5 - Les deux triangles	34
23	τ_7 - La médiatrice élevée	35
24	Recherche de θ dans T	36
25	La vue par bout	39
26	Discours rationnel sur la technique de l'arêtier dévoyé[BouXe]	40
27	Recherche de θ dans T	41
28	Incertitudes	43
29	Exercice en lien avec la charpente - <i>Professeur de mathématique</i>	45
30	Chevron et ses coupes aplombs	46
31	Le récupérateur d'eau [N G10]	47
32	Un menuisier peu consciencieux [ali11]	48
33	Un drôle d'aménagement [N G10]	48
34	D'étranges volets [del2014]	49
35	Rambarde et problèmes du premier degré	52
36	Détail A	52
37	Correction Equation et Position de mortaise (Partie 1)	53

38	Double tenons - <i>Builderbill</i>	53
39	Poutre sur deux appuis - <i>Cdang</i>	54
40	Méthode des coupures	56
41	Méthode des coupures	58
42	Technique du couronnement (Face aplomb)	60
43	Planche de croche - Louis Mazerolle [Maz75]	61

Remarque : Toute figure non référencée est produite par l’auteur, et tombe par conséquent sous licence CC-NC-SA

Fichiers Géogebra téléchargeables ici



Annexes:

Extraits de manuels de mathématiques :

CONNAISSANCES ET MÉTHODES

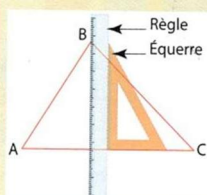
1. Comment réaliser des constructions géométriques ?

Méthode

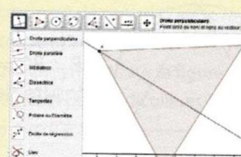
Construction manuelle

Construction avec GeoGebra

1. Hauteurs d'un triangle

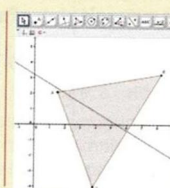
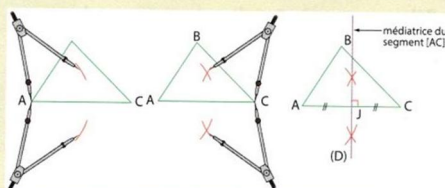


- Utiliser une équerre et une règle et les déplacer pour que la règle passe par le sommet souhaité.
- Tracer alors la hauteur.



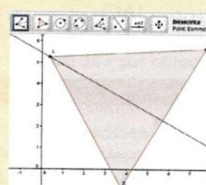
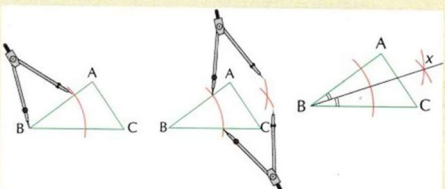
Choisir l'outil **Droite perpendiculaire** puis cliquer sur le sommet souhaité et le côté opposé au sommet.

2. Médiatrices d'un triangle



Choisir l'outil **Médiatrice** puis cliquer sur le segment souhaité.

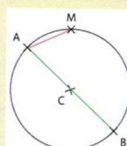
3. Bissectrices d'un triangle



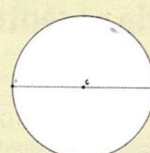
Choisir l'outil **Bissectrice** puis cliquer successivement sur les sommets du triangle en mettant en 2^e position le sommet de l'angle.

[Bx] est une bissectrice du triangle ABC.

4. Cercle de diamètre donné



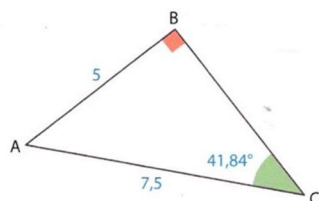
Placer le milieu C du segment [AB].
Tracer le cercle de centre C et de rayon [AC].
[AM] = corde
 $\widehat{AM}$ = arc de cercle
[AB] = diamètre



Choisir l'outil **Segment de longueur donné** et créer un segment [AB] de longueur égale au diamètre voulu.
Avec l'outil **Milieu ou centre**, créer le point C, milieu du segment [AB]. Choisir l'outil **Cercle (centre-point)** et cliquer sur les points C puis A pour créer le cercle de diamètre [AB].

CONNAISSANCES ET MÉTHODES

1. Relations trigonométriques



$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{BC}{AB}$$

2. Comment calculer un angle ?

Méthode Calculer l'angle $\hat{A}$ dans le triangle ci-dessus.

• Repérer l'angle droit dans le triangle rectangle.	L'angle $\hat{B}$ est l'angle droit.
• Repérer l'hypoténuse, côté opposé à l'angle droit.	Le côté [AC] est l'hypoténuse.
• Écrire la relation utilisant les côtés dont les longueurs sont connues.	$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7,5}$ $\cos \hat{A} = 0,667$
• À l'aide de la calculatrice en déduire la valeur de l'angle $\hat{A}$.	avec la fonction inverse de cosinus, on trouve : $\hat{A} = 48,16^\circ$

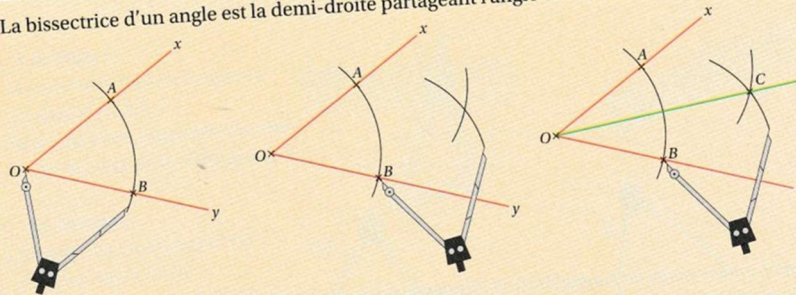
3. Comment calculer une longueur ?

Méthode Calculer la longueur BC dans le triangle ci-dessus.

• Repérer l'angle droit dans le triangle rectangle.	L'angle $\hat{B}$ est l'angle droit.
• Repérer l'hypoténuse.	Le côté [AC] est l'hypoténuse.
• Écrire la relation utilisant les côtés dont on veut calculer la longueur.	$\cos \hat{C} = \frac{BC}{AC}$
• Remplacer par les valeurs connues et calculer la longueur.	$\cos 41,84^\circ = \frac{BC}{7,5}$ $0,745 = \frac{BC}{7,5}$ $BC = 0,745 \times 7,5$ $BC = 5,59$

Fiche 41 Construire la bissectrice d'un angle

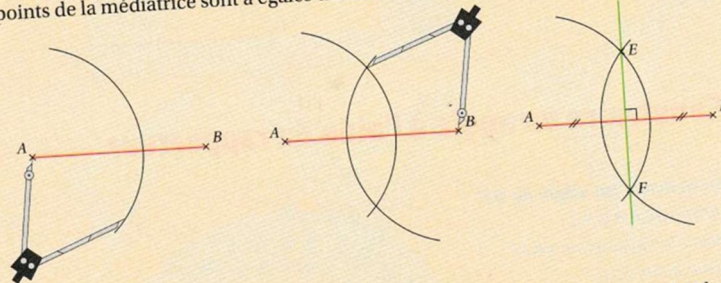
La bissectrice d'un angle est la demi-droite partageant l'angle en deux angles égaux.



- Choisir une ouverture de compas.
- Tracer un arc de cercle de centre O coupant la demi-droite $[Ox)$ en A et la demi-droite $[Oy)$ en B .
- Avec le même écartement du compas et en prenant d'abord A comme centre, puis B , tracer deux arcs de cercle, qui se coupent en C .
- Tracer la demi-droite passant par O et C : c'est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

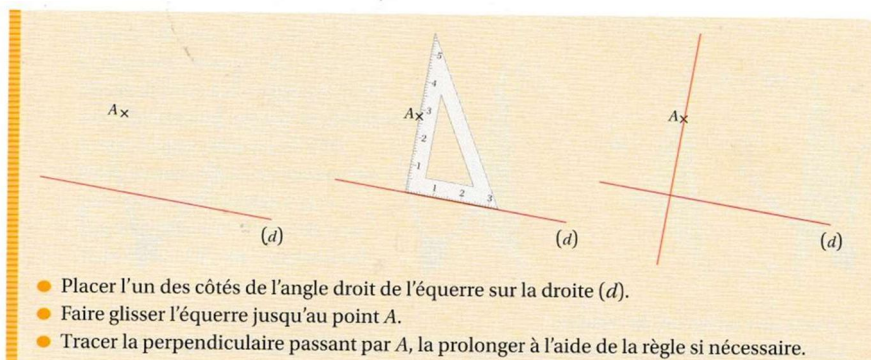
Fiche 42 Construire la médiatrice d'un segment

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu : tous les points de la médiatrice sont à égales distances des extrémités du segment.



- Choisir une ouverture de compas plus grande que la moitié du segment $[AB]$.
- Tracer des arcs de cercle de centre A puis de centre B . Les deux arcs de cercle se coupent en E et F .
- Tracer la droite (EF) , médiatrice du segment $[AB]$.

Fiche 38 Tracer la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné



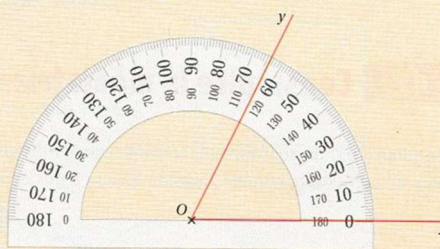
- Placer l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) .
- Faire glisser l'équerre jusqu'au point A .
- Tracer la perpendiculaire passant par A , la prolonger à l'aide de la règle si nécessaire.

Fiche 39 Mesurer un angle avec le rapporteur

Un angle se mesure à l'aide d'un rapporteur et s'exprime en degré ($^{\circ}$).

- Placer le centre du rapporteur sur le sommet O de l'angle.
- Aligner la partie rectiligne du rapporteur suivant l'un des côtés de l'angle. Ici $[Ox)$.
- Lire la graduation sur le rapporteur à l'endroit où passe le deuxième côté de l'angle, ici $[Oy)$.

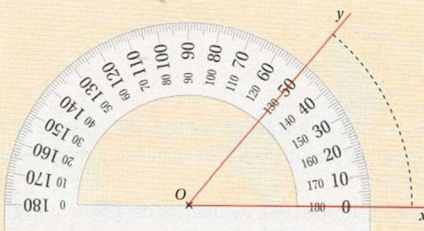
● $\widehat{xOy} = 64^{\circ}$.



Fiche 40 Construire un angle à l'aide du rapporteur

Exemple : Construction d'un angle de 50°

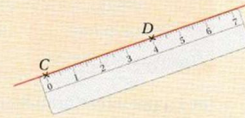
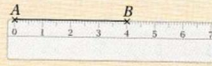
- Tracer une demi-droite $[Ox)$.
- Placer le centre du rapporteur en O et la graduation 0 sur $[Ox)$.
- Marquer un point à la graduation 50.
- Tracer à l'aide d'une règle la demi-droite $[Oy)$ passant par ce point.



Fiche 36 Construire un segment de même longueur qu'un segment donné

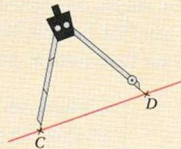
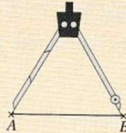
● À la règle :

- Mesurer à la règle la longueur du segment $[AB]$.
- Reporter cette longueur sur une droite à l'aide de la règle graduée.

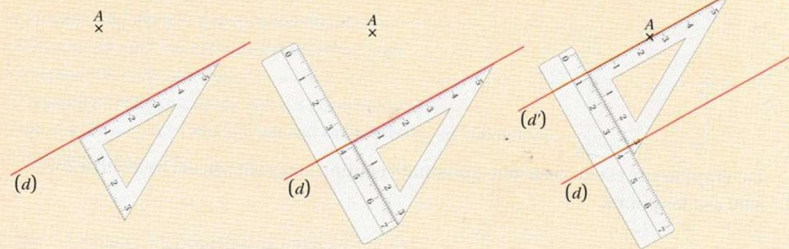


● Au compas :

- Prendre un écartement de compas égal à $[AB]$.
- Reporter la mesure de $[AB]$ avec l'écartement du compas sur une droite.



Fiche 37 Tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point donné

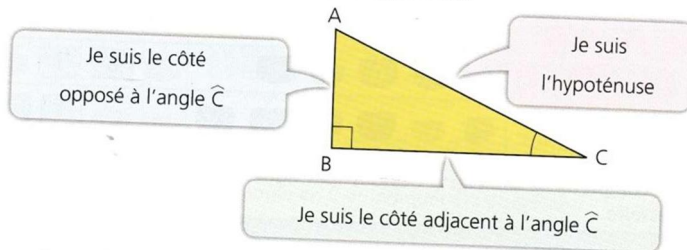


- Placer l'équerre le long de la droite (d) .
- Placer la règle le long du petit côté de l'équerre.
- Faire glisser l'équerre le long de la règle maintenue fixe, jusqu'au point A .
- Tracer la droite (d') passant par A qui est parallèle à (d) .

L'essentiel

Écrire les trois rapports trigonométriques

Les côtés opposé et adjacent dépendent de l'angle considéré dans un triangle rectangle. L'hypoténuse est toujours le côté opposé à l'angle droit.



Un moyen mnémotechnique pour retenir les formules de trigonométrie est de mémoriser l'expression **SOHCAHTOA** (α est un angle quelconque).

$$\sinus \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cosinus \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\text{tangente } \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Utiliser les rapports trigonométriques

■ Les touches sin, cos, tan d'une calculatrice permettent de calculer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle.

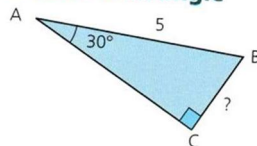
EXEMPLE : $\cos 45^\circ = 0,707$.

■ Les touches Arcsin, Arccos et Arctan permettent de trouver la valeur d'un angle connaissant celle du sinus, du cosinus ou de la tangente.

EXEMPLE :

Avec $\sin \hat{O} = 0,5$, on a $\hat{O} = \text{Arcsin}(0,5) = 30^\circ$.

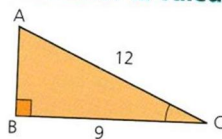
■ Calculer la longueur d'un côté connaissant celle d'un autre côté et la mesure d'un angle



Je connais un angle, l'**H**ypoténuse et je cherche son côté **O**pposé.
SOHCAHTOA
J'utilise donc le **S**inus.

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} \text{ soit en remplaçant : } \sin 30^\circ = \frac{BC}{5} \text{ donc } BC = 5 \times \sin 30^\circ = 2,5.$$

■ Calculer la valeur d'un angle connaissant la longueur de deux côtés



Je connais l'**H**ypoténuse, le côté **A**djoint et je cherche l'angle formé par ces deux côtés.
SOHCAHTOA
J'utilise donc le **C**osinus.

$$\cos \hat{C} = \frac{BC}{AC} \text{ soit en remplaçant : } \cos \hat{C} = \frac{9}{12} = 0,75 \text{ donc } \hat{C} = \text{Arccos}(0,75) = 41,4^\circ.$$

L'essentiel.

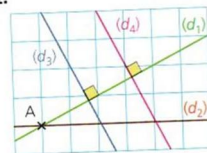
Droites parallèles et perpendiculaires – Angles

■ Droites

- Deux droites sécantes se coupent en un point appelé « point d'intersection ».
- Deux droites perpendiculaires se coupent en formant un angle droit.
- Deux droites parallèles sont deux droites qui ne se coupent pas.

EXEMPLE :

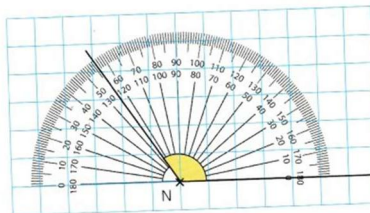
(d_1) et (d_2) sont sécantes en A.
 (d_3) et (d_4) sont parallèles. (d_3) et (d_4) sont perpendiculaires à (d_1) .



■ Angles

Un angle se mesure en degrés ($^\circ$). La construction et la mesure d'un angle s'obtiennent avec un rapporteur.

EXEMPLE : $\widehat{N} = 124^\circ$

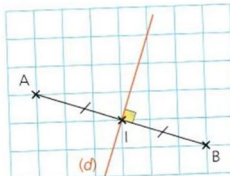


Médiatrice d'un segment – Bissectrice d'un angle

- La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe perpendiculairement ce segment en son milieu.

EXEMPLE :

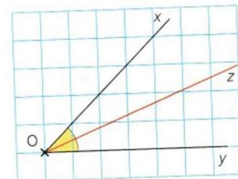
La droite (d) est la médiatrice du segment $[AB]$.



- La bissectrice d'un angle partage cet angle en deux angles égaux.

EXEMPLE :

La demi-droite $[Oz)$ est la bissectrice de l'angle xOy .



Symétries

■ Symétrie centrale

Dire que deux figures sont symétriques par rapport à un point signifie que, en effectuant un demi-tour autour de ce point, les deux figures se superposent.

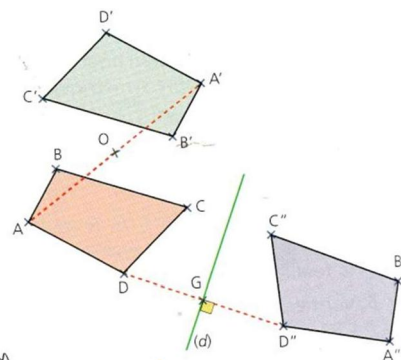
EXEMPLE : A' est le symétrique de A par rapport à O.

■ Symétrie axiale

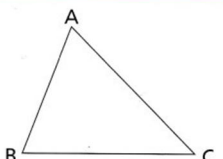
Dire que deux figures sont symétriques par rapport à une droite signifie que, en effectuant un pliage le long de la droite, les deux figures se superposent.

EXEMPLE : D'' est le symétrique de D par rapport à (d) .

La symétrie conserve les longueurs, les mesures d'angle, les périmètres et les aires.

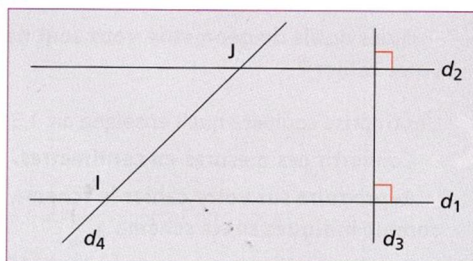


1 Notations

Représentation	Appellation	Notation
	Droite	(d) ou (AB)
	Demi-droite	$[Ox)$
	Segment de droite	$[AB]$
	Longueur du segment $[BC]$ L'angle A	BC $\widehat{A}$ ou $\widehat{BAC}$

2 Positions relatives de deux droites

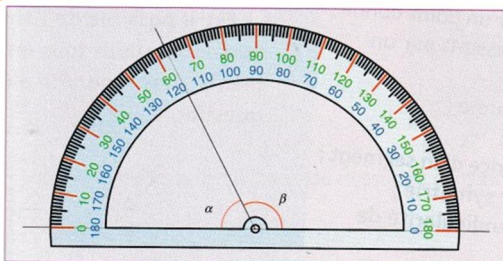
- Les droites (d_1) et (d_2) sont **parallèles**. On le note : $(d_1) \parallel (d_2)$.
- La droite (d_3) est **perpendiculaire** aux droites (d_1) et (d_2) . On le note $(d_3) \perp (d_1)$ et $(d_3) \perp (d_2)$.
- Les droites (d_1) et (d_2) sont **sécantes** en I.
- Les droites (d_2) et (d_3) sont **sécantes** en J.



3 Mesure d'un angle

Un angle se mesure à l'aide d'un rapporteur et s'exprime en degré ($^\circ$).

MÉTHODE Il faut faire attention au sens de graduation du rapporteur.



On lit $\alpha = 63^\circ$ en tenant compte de la graduation verte et $\beta = 117^\circ$ avec la graduation bleue.

$$\alpha + \beta = 63 + 117 = 180^\circ$$

Quand la **somme** des mesures de deux angles vaut 180° , on dit qu'ils sont **supplémentaires**.

Quand la **somme** des mesures de deux angles vaut 90° , on dit qu'ils sont **complémentaires**.

On distingue

l'angle

Sa mesure

4

Une longue
Pour effectuer

Exemple

Méthode

- Commencer par les unités (ici 8)
- Regarder la graduation
- Placer le rapporteur sur la colonne des unités
- Placer les bords du rapporteur respectant la graduation
- Regarder la graduation
- Effectuer la soustraction
- Compléter le résultat
- La virgule
- l'unité finale

5

Tracé d'un angle

Le but est de tracer un angle. Placer le petit arc de cercle. Tracer la droite.

Matériel :

Figure 9 : Delagrave 10

On distingue :

l'angle plat	l'angle droit	l'angle aigu	l'angle obtus
Sa mesure vaut 180°	Sa mesure vaut 90°	Sa mesure est inférieure à 90°	Sa mesure est supérieure à 90°

4 Mesure d'une longueur

Une longueur se mesure en mètre (m) et peut s'exprimer à l'aide des multiples et sous-multiples du mètre. Pour effectuer les conversions, on peut utiliser un tableau de conversion ou un logiciel comme *Convertir*.

Exemple : on demande de convertir 6,9 cm en mètres.

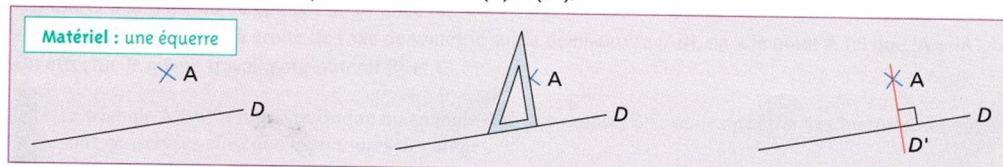
Méthode avec *Convertir*

- Commencer par repérer le chiffre des unités (ici 8 dans 8,7).
- Regarder l'unité de départ (ici cm).
- Placer le chiffre des unités dans la colonne de l'unité de départ (ici 8 dans la colonne des cm).
- Placer les autres chiffres dans l'ordre en respectant un chiffre par colonne.
- Regarder l'unité dans laquelle vous voulez effectuer la conversion (ici en m) et compléter les colonnes vides avec 0.
- La virgule se place dans la colonne de l'unité finale. On obtient $8,7 \text{ cm} = 0,087 \text{ m}$.

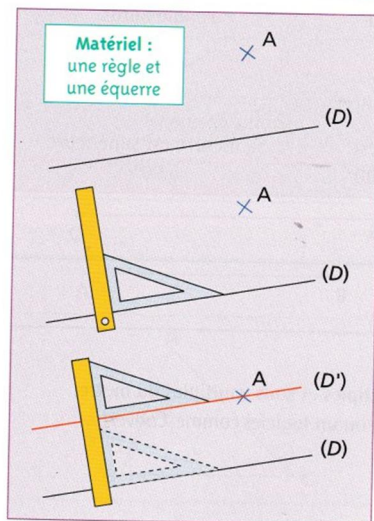
5 Constructions

Tracé de la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné

Le but est de tracer une droite (D') passant par A perpendiculaire à la droite (D).
Placer le petit côté de l'équerre le long de la droite (D).
Placer le grand côté de l'équerre de manière à avoir le point A qui touche ce côté.
Tracer la droite (D') et enlever l'équerre. On le note : $(D) \perp (D')$.



Tracé de la parallèle à une droite donnée passant par un point donné



Le but est de tracer une droite (D') passant par A parallèle à la droite (D) .

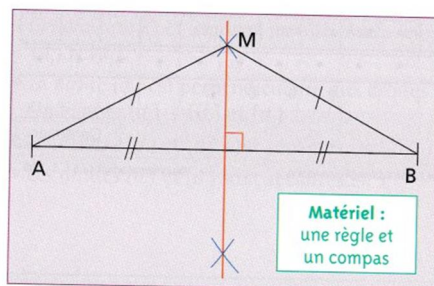
Placer le grand côté de l'équerre le long de la droite (D) .
Placer la règle contre le petit côté de l'équerre.

Faire glisser l'équerre le long de la règle jusqu'en A (la règle ne doit pas bouger).

Tracer la droite (D') passant par A et parallèle à (D) .

On le note : $(D) \parallel (D')$.

Tracé de la médiatrice d'un segment



Le but est de tracer la médiatrice du segment $[AB]$.

Tracer deux arcs de cercle de centre A, puis deux autres de centre B sans modifier l'ouverture du compas.

Le rayon du compas est quelconque mais sa mesure doit être supérieure à la moitié de celle de $[AB]$.

Tracer la droite passant par les deux points d'intersection obtenus. C'est la médiatrice du segment $[AB]$.

Définition

La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment en son milieu.

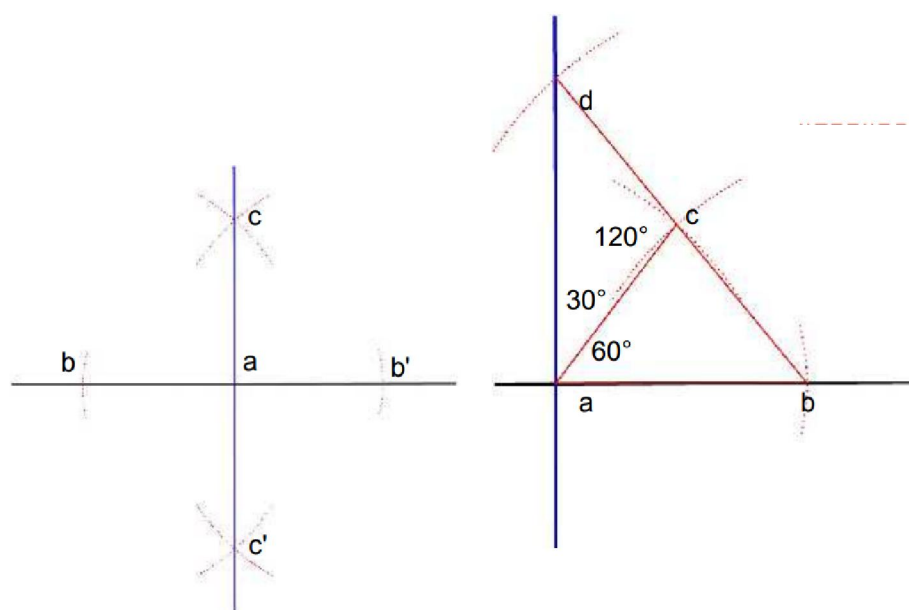
Propriété :

La médiatrice est axe de symétrie du segment.

Tout point de la médiatrice est à égale distance des extrémités de ce segment.

Si M est un point quelconque de la médiatrice, on a alors $MA = MB$

Tracés d'équerre selon Gabion



2.1

Les plans

Les tracés d'équerre

Pour tracer 2 droites perpendiculaires, il est possible d'utiliser plusieurs méthodes.

1- Au compas (à gauche)
Pour tracer une perpendiculaire en (a), marquer les points (b) et (b') à équidistance, puis en allongeant le compas tracer (c) et (c'). La droite (cc') est perpendiculaire en (a).

2- Au compas lorsque l'on ne peut pas tracer les 2 points (b) et (b')
Avec un seul écartement de compas, tracer (b), puis (c) (triangle équilatéral), puis (d) sur la droite (cd). (ad) est perpendiculaire à (ab). En effet la somme des angles d'un triangle est égale à 180° , les angles d'un triangle équilatéral sont de 60° .

3- Au mètre ou à la corde à 12 noeuds.
Méthode 3-4-5 (voir épure)



Tracés d'équerres selon les lapins menuisiers

aquis@v

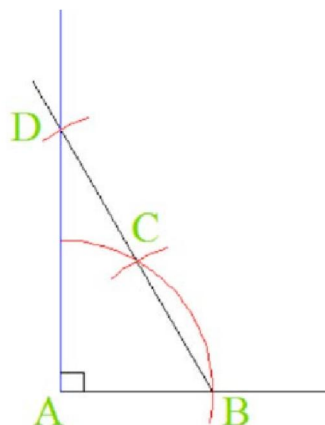
DOCUMENTATION

III. LA GÉOMÉTRIE PLANE

Le traçage d'une épure nécessite très souvent l'utilisation de tracés de géométrie plane. Parmi tous les tracés employés voici les plus utilisés.

1. Tracé de l'angle droit

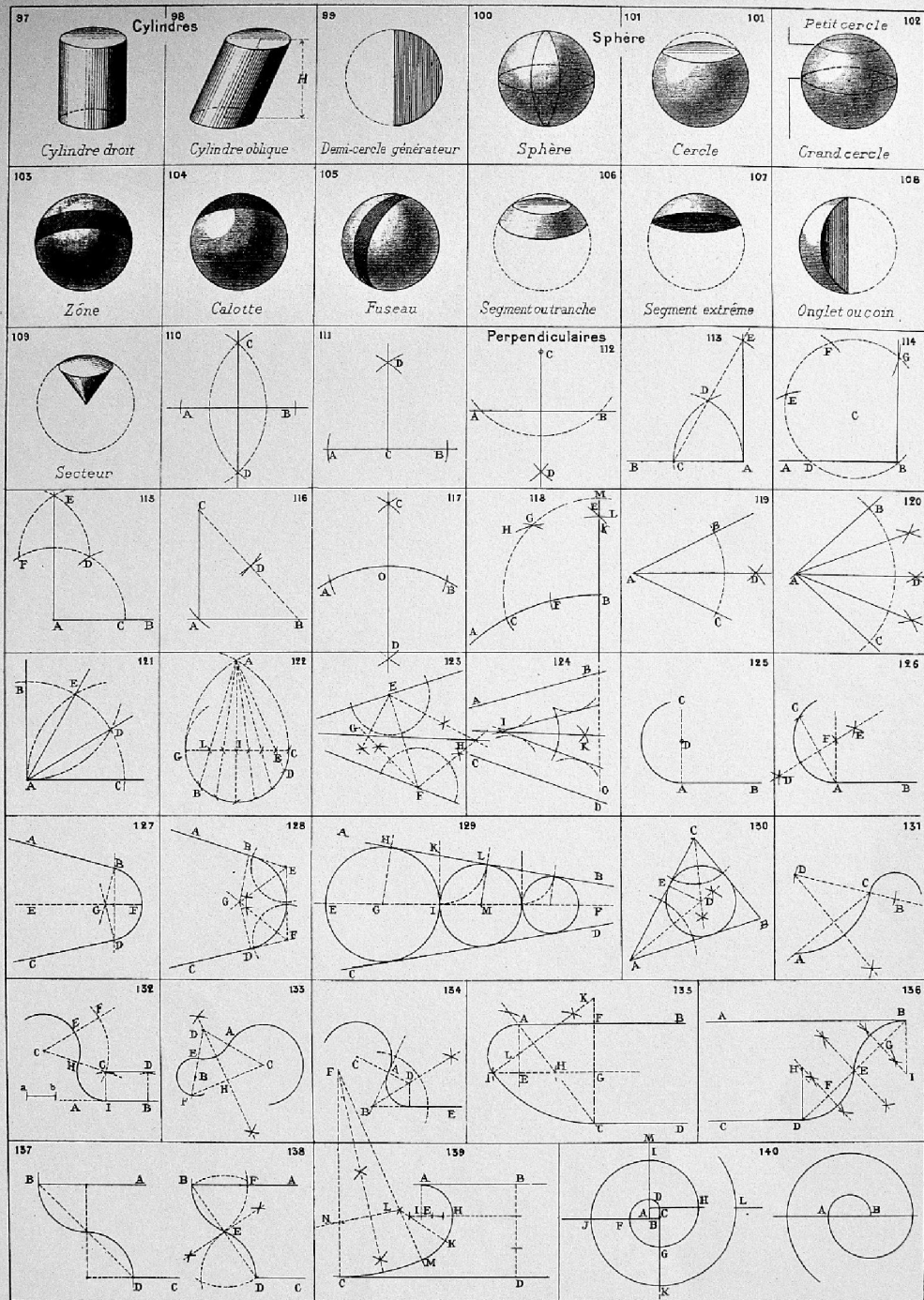
- Du point A, faire un arc de cercle passant par le segment en un point B.
- De ce point et avec le même arc, couper le précédent en un point C.
- Puis, de ce point, en tracer un autre dans le même prolongement.
- Tracer une droite passant par B et C et coupant le dernier arc en D.
- Joindre A et D.



Tracés d'équerre selon Mazerolle

PLANCHE 3.

43



CYLINDRES. SPHÈRES. PERPENDICULAIRES. DIVISIONS ET RACCORDS

Planches extraites du traité théorique de la charpente (Mazerolle)

Concernant le devers

54

THÉORIE DES DEVERS DE PAS ET DES NIVEAUX DE DEVERS

PLANCHES 7-8.

La théorie des devers de pas est démontrée dans cette planche au moyen d'un pavillon ABCD dont le côté BC est biais.

On appelle *devers de pas* l'occupation ou surface occupée en coupe par un bois incliné sur un plan horizontal appelé « dessus des sablières ». Ainsi, dans la ferme EF en plan, représentée en élévation en *efg*, les pieds des chevrons *e* et *f* forment les devers de pas en E et F et sont rectangulaires, c'est-à-dire à l'équerre. Ils n'offrent par conséquent aucune difficulté pour les faire paraître. Les coupes de ces deux pièces de bois sont représentées en perspective cavalière en *e'* et *f'*.

Dans la ferme HG en plan, le devers de pas H est rectangulaire comme les précédents, parce que la demi-ferme HK, en élévation HP, est à l'équerre avec la sablière AD.

Pour obtenir le devers de pas de la demi-ferme biaise GK, on fait l'élévation d'un chevron d'emprunt KL, d'équerre à la sablière BC, en portant la hauteur de la ferme de K en M, et en joignant ML qui sera le rampant du chevron d'emprunt à la tête M; on fait un trait carré au rampant ML prolongé jusqu'à la rencontre de la ligne de travée de niveau, au point Q on tire QG qui sera l'alignement du devers de pas. Cette ligne est marquée DP; d'ailleurs, toutes les lignes de devers de pas figurant dans ce traité de charpente seront marquées ainsi, et le trait carré qui l'aura engendrée sera marqué comme celui en MQ, T.C. (c'est-à-dire trait carré). On renvoie ensuite les faces du devers de pas G parallèles à l'alignement QG, et le parallélogramme G représente la coupe sur la sablière du chevron biais de la demi-ferme GK que l'on voit en perspective en C'.

Il faut bien observer que les devers de pas ainsi obtenus ne sont opérés que sur des bois à l'équerre; pour ceux en fausse équerre l'opération est différente, comme nous l'expliquerons plus loin.

Pour obtenir le devers de pas d'un arêtier formé d'un bois à l'équerre sur toutes ses faces, soit l'arêtier en plan DK faisant lattis par une de ces faces suivant la sablière DC, on fait un trait carré d'équerre à *gf* au point *g'*, tête du chevron de ferme, et on le prolonge jusqu'à la ligne de niveau *ef* au point R, que l'on descend au point R' sur le plan de la ferme EF; puis on joint R'D qui sera le devers de pas de la face arête de l'arêtier à devers demandé. On fait paraître son épaisseur IJ parallèle à DR', le parallélogramme DIJN sera l'emplacement de la coupe horizontale de l'arêtier à devers représenté en perspective (fig. 2).

On peut trouver aussi le devers de pas de cet arêtier en faisant paraître, vue en bout, sa section réelle; pour cela on indique l'élévation de l'arêtier par une simple ligne DS; du point K, comme centre, avec un rayon perpendiculaire à DS, au point T on décrit l'arc TU. On joint le point U au point V qui est le point de rencontre du trait carré KS de l'élévation de l'arêtier avec la face externe de la sablière DC prolongée; du point V, rencontre de ce même trait carré KS avec la face interne de la sablière,

on tire la ligne VX qui représentera la face du dessous de l'arêtier. On fera ensuite paraître la section réelle du bois UXZA, on prolongera UX jusqu'à la rencontre du trait carré prolongé de l'élévation de l'arêtier au point Y, en joignant YD on aura le devers demandé.

Devers de pas des bois en fausses équerres.

Pour obtenir les devers de bois en fausses équerres, on en fait le rabattement comme celui de l'arêtier A, c'est-à-dire on le représente vu en bout suivant sa section droite, on place la face dont on veut faire le lattis suivant la sablière auxiliaire 2-3 du rabattement. Après avoir figuré la section en 2-4-5-6, on prolonge la face 2-4 jusqu'à la rencontre du trait carré d'élévation de l'arêtier au point 8; on joint A8, puis on prolonge la face 6-5 jusqu'au même trait carré. Le point 9 ayant été obtenu en menant une parallèle 6-9 au plan de l'arêtier, on joint 7-9. En prolongeant la face 4-5 jusqu'au trait carré d'élévation de l'arêtier, on obtient le point 10, on tire la ligne 10-11. Le point 11 est le point de rencontre de la droite A-8 avec la parallèle menée du point 4 au plan de l'arêtier. Le quadrilatère A-11-12-9 sera le devers de pas; la figure 3 est une vue en perspective de cet arêtier.

On aurait pu trouver le rabattement de l'arêtier sans se servir de son élévation et déterminer les sablières auxiliaires 2-3 et 2-B en décrivant du point K, comme centre, l'arc *bdk* tangent au chevron HP, puis tirant par le point *d* la sablière auxiliaire 2-6-3 tangente à cet arc et joignant le point 2 au point B.

L'arêtier B, de forme triangulaire, ne faisant lattis ni sur l'une ni sur l'autre des sablières, s'obtient de la même manière que celui qui précède.

L'arêtier de forme hexagonale, formant lattis avec une de ses faces à la sablière BC, est de même construction que les deux précédents et peut servir d'exemple pour obtenir les devers de pas des bois cylindriques en raccordant les angles au moyen d'une pièce, *pistolet*; en plan on obtiendra une courbe elliptique.

Théorie des niveaux de devers

Pour expliquer la théorie des niveaux de devers, nous nous servirons d'un petit modèle comme on en trouve dans les écoles de trait de charpente; ces modèles ne sont pas à l'échelle de proportion de façon à grossir les dimensions des bois et à obtenir des sections plus grandes.

Le modèle représenté est un pavillon carré qui contient les trois cas différents de niveaux employés pour l'établissement des pièces de charpente.

Premier cas. — Quand les pièces à déverser sont placées verticalement, c'est-à-dire d'aplomb, comme les poteaux, les poinçons, il n'est besoin d'aucune opération graphique pour déterminer les niveaux de devers. On place le niveau à plat sur le plan, la face de la chatière du plomb suivant la plume de devers tracée sur la pièce

à déverser, comme le niveau M placé sur le poinçon F en plan, sur lequel on fait paraître les axes des arêtiers FA et FB, qui serviront à ligier ce poinçon et le déverser plus tard pour toriller les mortaises. On fait ensuite des traits carrés à chacune des lignes obtenues suivant les flèches *ab* et *ed*, qui donneront les directions des fils à plomb pour l'assemblage du poinçon avec les arêtiers figurés en élévation par les droites IJ et AK; le poinçon sera déversé avec ces niveaux et piqué avec chacun des arêtiers.

Deuxième cas. — Quand les pièces de charpente sont placées horizontalement, c'est-à-dire de niveau comme les faîtages, les pannes, les différentes pièces formant enrayure, telles qu'entrails, coyers et goussets, la détermination des niveaux de devers se fait sans opération graphique. Dans ce pavillon carré on n'a que les pannes à déverser pour les établir en plan.

Le niveau N servira à déverser les pannes des côtés de longs pans; les rampes de ces deux faces étant semblables, comme dans le cas précédent, il n'y a aucune opération graphique à faire. Le niveau R, placé sur le rampant de la croupe, servira à déverser la panne de cette croupe. Sur chacun de ces niveaux, une flèche verticale indiquera la direction du fil à plomb.

Les pannes, indiquées en plan à leur place respective, seront déversées avec les niveaux ainsi obtenus. Sur ces pannes ont fait paraître les faces et les axes des arêtiers. Les faces donnent les coupes directes des arêtiers faces à plomb, et les axes serviront à obtenir les barbes de ces pannes sous les arêtiers, s'il y a lieu, comme nous l'expliquerons par des exemples spéciaux.

Troisième cas. — Quand les pièces à déverser sont placées obliquement, comme les arêtiers, les liens de pente, il faut leur faire subir une opération graphique qui les redresse verticalement comme des poinçons ou poteaux.

Soit l'arêtier en plan AF, en élévation AK; pour obtenir les niveaux de devers qui serviront à le déverser en herse, en croupe et en long pan pour l'établissement des pannes, on fait un trait carré, à volonté comme emplacement, au plan de cet arêtier. Supposons que ce soit au point S; de ce point, comme centre, on décrit l'arc XY tangent à la ligne d'élévation de l'arêtier au point X, on prolonge le trait carré jusqu'à la rencontre de la sablière

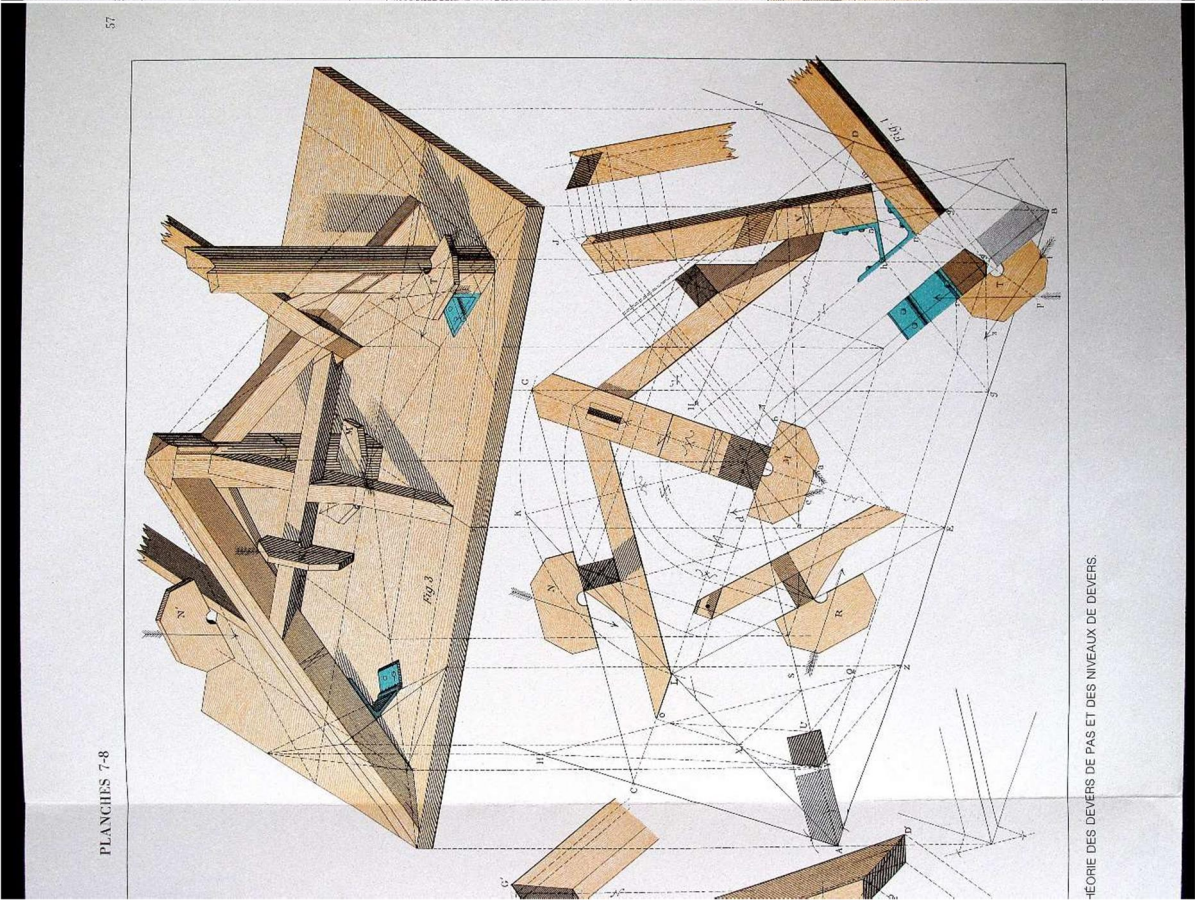
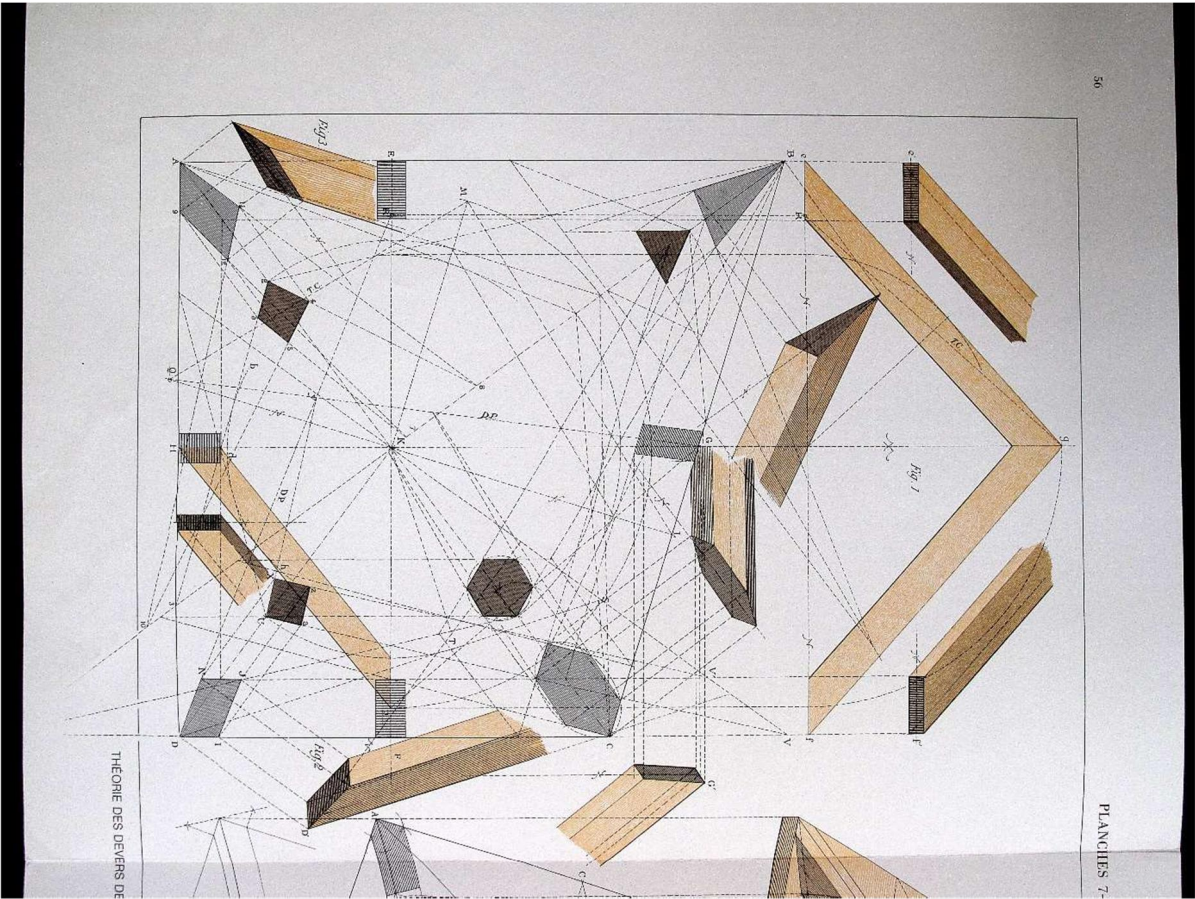
AE au point Z et on joint ZY, qui sera la sablière auxiliaire de la croupe. Cela fait, on prolonge la sablière AC jusqu'à la rencontre dudit trait carré au point H, la ligne HY sera la sablière auxiliaire du long pan. En tirant des parallèles à cette sablière des points O et Q, occupations des pannes, on obtiendra le point U qui permettra de former le bois vu de bout de l'arêtier, c'est-à-dire sa section suivant la ligne SX, perpendiculaire à sa trace en élévation.

La même opération a été faite sur l'arêtier en plan BF au moyen d'une élévation échassée au sortir du plan pour éviter la confusion des lignes.

Afin de mieux faire comprendre le mouvement que l'on fait subir à l'arêtier pour obtenir sa vue en bout, on a placé une charnière à équerre sur le plan de la section *hm* de cet arêtier. En faisant tourner l'arêtier autour du point *h*, le point *m* vient en *n'* et le point *m* en *g'*, que l'on reporte en *g* pour avoir la section droite. On place le niveau T sur le côté croupe de cet arêtier, comme il est indiqué sur le dessin, car l'arêtier est représenté en plan, la face de la croupe au-dessus et la plumée de devers faite au point V, du côté de la croupe. On fait paraître ensuite sur ce niveau les sablières auxiliaires *eg* et *gf*, qui serviront à déverser l'arêtier pour le ligier et battre les débardements au cordeau, si les bois employés pour faire ces pièces ne sont pas droits ou sont flacheux. Des traits carrés sont faits à ces sablières auxiliaires suivant les flèches Pr pour déverser l'arêtier et établir la panne de croupe, et r3 pour le long pan. Le niveau de devers se trouvera sous l'arêtier lorsqu'on le déversera en long pan, la plumée ayant été faite du côté de la croupe.

Telle est la théorie des niveaux pour les bois inclinés, qui nous servira dans le courant de ce Traité pour déterminer les niveaux nécessaires à établir les bois au moyen de la piqure. La figure 1 représente l'arêtier redressé; la figure 2 l'engueulement échassé de l'arêtier vu par dessous et par suite sur champ.

La figure 3 est une perspective du pavillon que l'on a supposé taillé et posé sur une planche. Les niveaux de devers sont placés sur la plumée du poinçon et directement sur les pannes de croupe et de long pan, comme si elles étaient en chantier sur l'épure; à gauche, l'arêtier en place avec sa charnière; à droite, le même arêtier redressé et par conséquent sorti des assemblages; le niveau de devers est placé sur sa plumée, côté de la croupe.



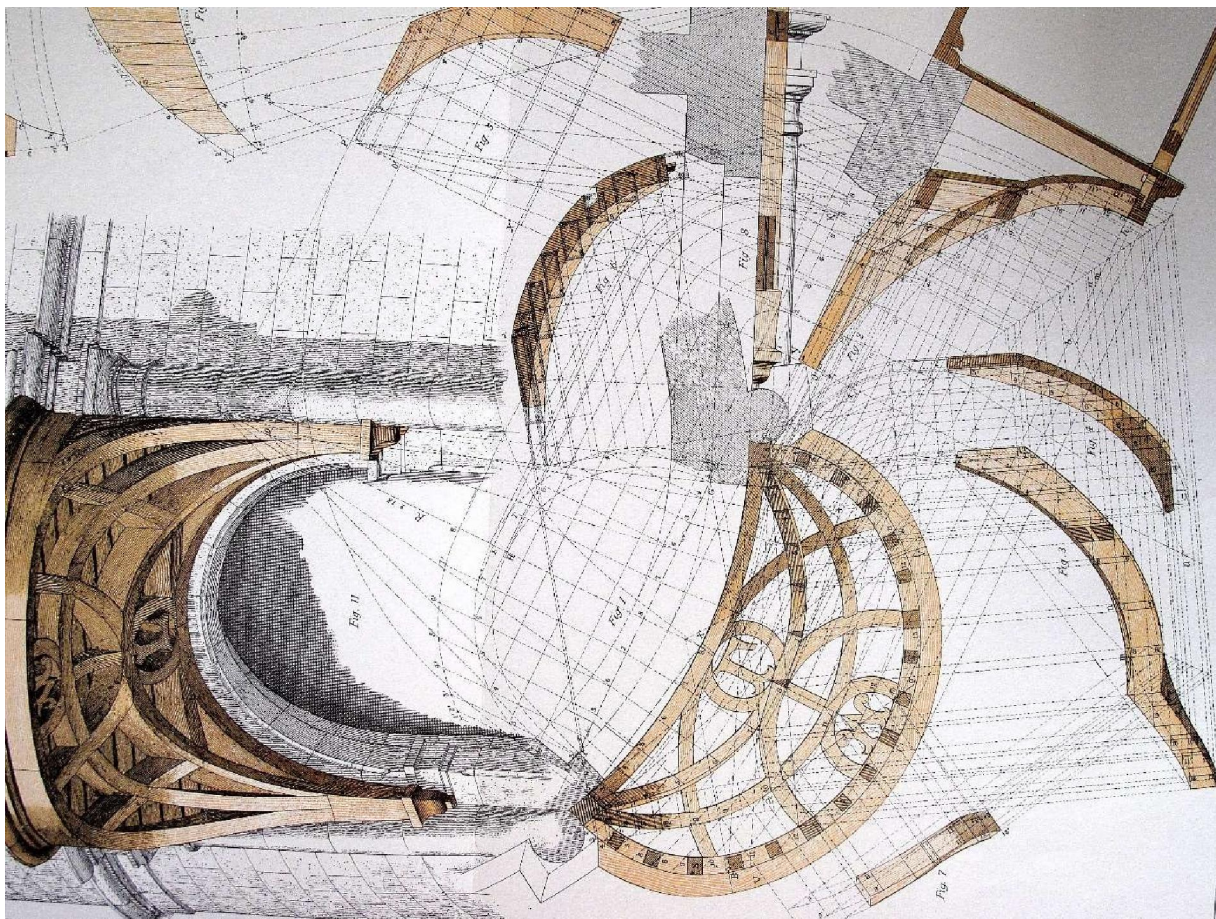
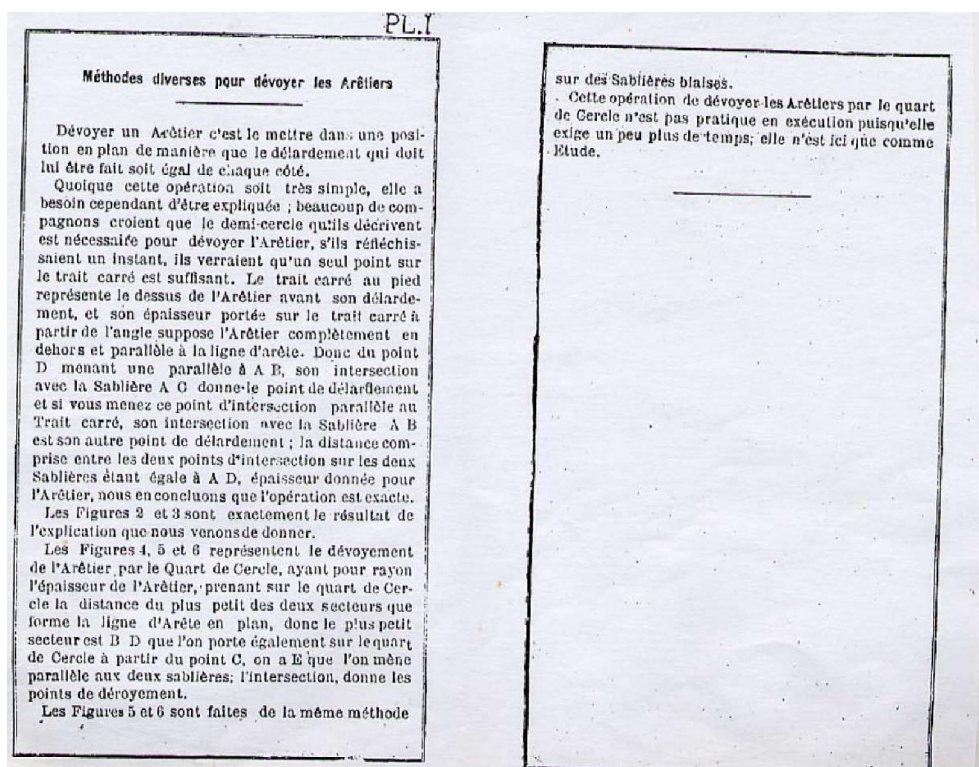
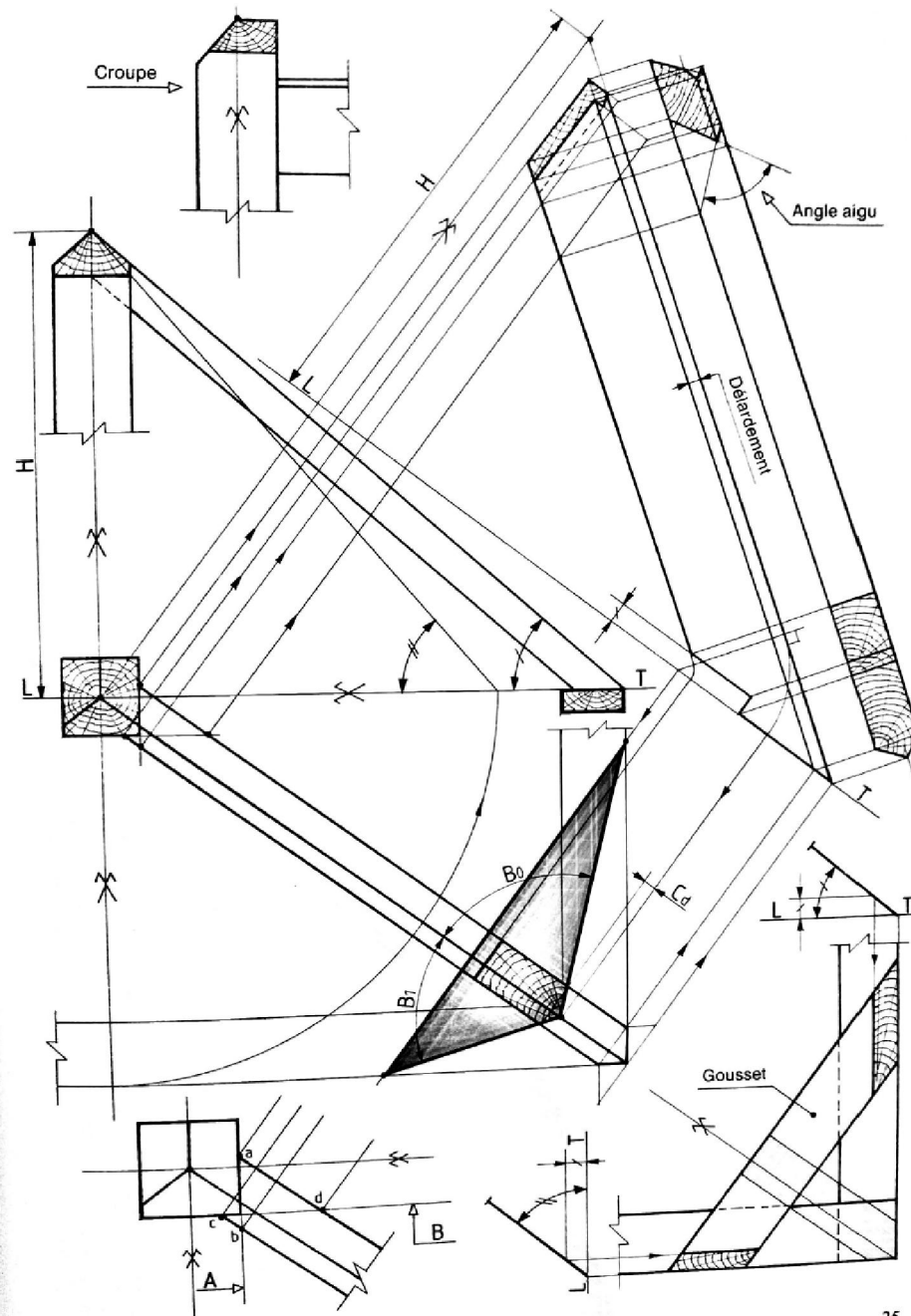


Planche de croche (ci-dessus)

**Planche du traité de
charpente(Boucher)**



Arêtier dévoyé selon Emery



Document utilisé pour les entretiens

Question 1 – Réaliser ce schéma (figure 1) à taille réelle, à l'aide des outils disponibles pour un élève de C.A.P.. Les côtes sont données en cm, les axes en pointillés sont perpendiculaires.

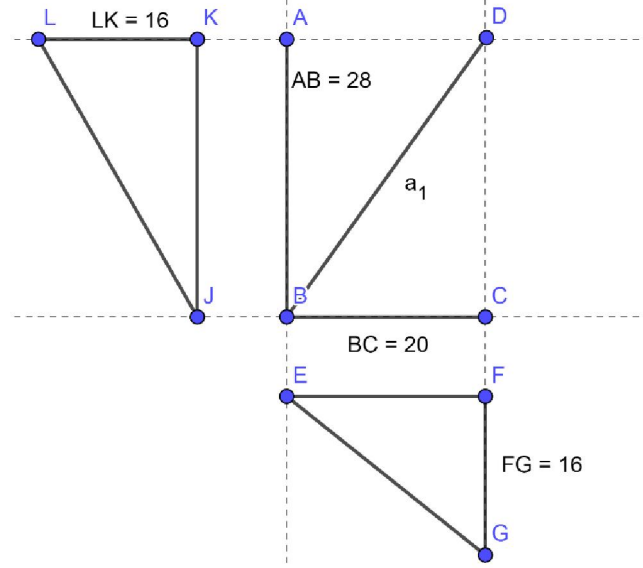


Figure 1

Question 2 – Le segment a_1 représente l'axe d'un arêtier. Afin qu'il soit dévoyé, il faut le décaler de l'axe pour que ses coupes d'angle tombent à la même hauteur. Comment pourrait-on faire pour trouver la position de son nouvel axe (noté x sur le schéma) ?

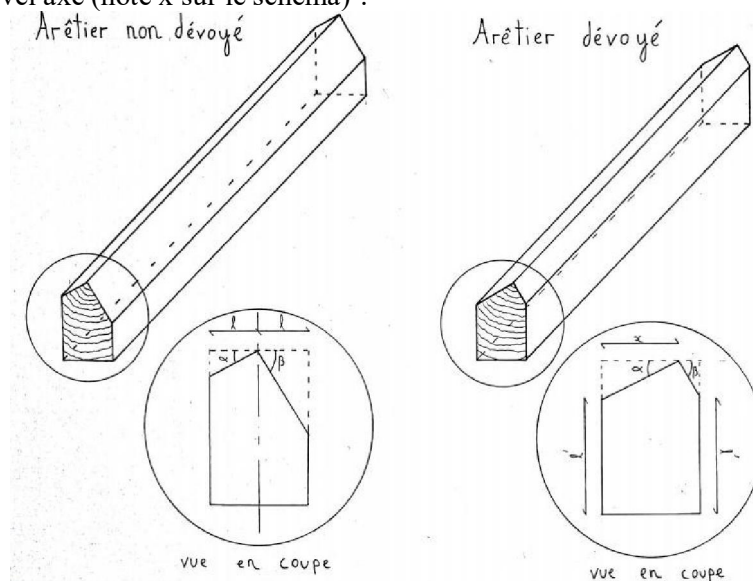


Figure 2 : Arêtier

.....

.....

.....

.....

Entretien 1 : 2 professeurs de charpente (Extraits)

Identification du dessin :

Louis (L) : « (En montrant le dessin) J'imagine que vous voyez ce que c'est »

Charpentier 1 (C1) : « Oui, c'est la vue de dessus de l'arêtier avec son chevron d'emprunt »

Techniques :

L : « Vous avez utilisé la règle équerre et avez précisé que pour l'épure, vous le traceriez au compas ? »

C1 : « Oui. On a acheté des équerres alsaciennes (grandes équerres cf photo), mais c'est vrai que, quand on en est à cette phase-là, en train de faire les axes, je préfère que les élèves utilisent le compas. »

L : « Parce que c'est plus précis ? »

C1 : « Oui voilà. Tenez regardez (Sort un compas à verge). D'un côté on peut mettre le point, de l'autre côté on peut mettre le crayon, et au milieu on met un morceau de bois un liteau, et on serre. Ça permet d'avoir un grand compas »

L : « Et comment vous faites pour avoir une grande perpendiculaire avec un compas ? »

C1 : « Admettons qu'on veuille tracer une perpendiculaire passant par ce point. Je pique ce point par où je veux qu'elle passe. Je trace un triangle équilatéral. Je double cette longueur. Je relie ces trois points. J'ai ma perpendiculaire. C'est en gros l'équerre d'écolier. Le 60, le 30 le 90. »

Interruption par Charpentier 2 (C2), qui nous invite à voir un cours de trigo.

C1 : « Après, quand on a de la place, on peut faire comme ça : le compas, on prend deux écartements comme ça, on fait deux cercles comme ça. [...] Pour cette technique, le problème c'est qu'il faut de la place en bas du panneau, tandis que la première nous permet de tracer une perpendiculaire contre le bord. Après sinon quand on est en chantier, avec le décimètre on fait le 3-4-5. C'est Pythagore. »

L : « Et pour les parallèles ? »

C1 : « Avec une équerre alignée. Sinon, quand on a beaucoup de parallèles à tracer, ils prennent une bande de papier, souvent on se sert du papier plaquo, ils mettent un point zéro, ils relèvent les points et ils les remettent plus haut. C'est la technique de la pige. Parce que sinon avec l'équerre, à chaque fois, ils n'arrivent pas droit. »

Interruption cours trigonométrie.

L : « Comment peut-on trouver l'angle de corroyage (autre nom pour débardement) par traçage ? »

C1 : « Je trace le rectiligne du dièdre. On place une règle sur le trait pour avoir la vraie grandeur. »

C2 : « Vous voulez le corroyage ? En fait, les propriétés que l'on veut utiliser, c'est que la rectiligne du dièdre est perpendiculaire à tous les plans. A partir de là, tu as donc un triangle rectangle et boum boum »

C2 : « Au fait, c'est quoi la problématique de ton mémoire ? »

L : « C'est comment s'articulent les maths et la charpente »

C2 : « Ben là c'est simple ça s'articule pas. Le souci principal, c'est que quand les profs de maths voient des épures comme ça, ça leur fait un peu peur »

Charpentier 1 fait la vue par bout

C1 : « Le dévoiement, c'est du Thales »

C2 : « J'avoue qu'il faut que je creuse, je ne le fait par cœur ».

C2 : « Pour le rectiligne du dièdre, j'ai une petite idée par contre. Si je connais la pente de mon versant, je connais la pente de mon arêtier. A Voir sur schéma. La seule pièce à devers dans le référentiel, c'est la panne a devers. Le balancement d'un escalier suit une progression sinusoidale.

C1 : « Le dévoiement, c'est une proportion par rapport aux deux angles. Plus l'un des deux est fermé, et plus on est dévoyé. »

L : « Et pour la méthode numérique ? Comment pourrait-on trouver les angles sans traçage ? »

C2 : « Tu le fais pas ça, c'est interdit. C'est tellement plus facile par le traçage... Tu pourrais mais en plus c'est source d'erreur, parce que le dévoiement par le traçage est quand même beaucoup plus précis. Tu vas trouver par le calcul du dévoiement des valeurs approchées, alors que par le traçage. »

Technologies :

C1 : « Là, quand on trace, tu as deux petits triangles rectangle »

C2 : « Ah non, ils sont pas forcément rectangle, ça va dépendre de ta sablière »

[...] Les deux charpentiers listent toutes les données trouvables sur les deux triangles (angles et longueurs) afin de trouver comment cette longueur se retrouve en plan.

C2 : « Ta ligne qui est tracé en bout d'arêtier, elle n'est pas faite n'importe où, elle est fait en pied d'arêtier, tu peux pas la faire ailleurs. Au pied de l'arêtier, tu es au sol de l'arêtier. Imagine que tu ne coupes pas ton arêtier, alors, il va se poser sur cette ligne. Les deux points (de naissance) sont donc à la même altimétrie. Le fait de les reporter sur la sablière opposée, les reporte à la même altitude. C'est ça le truc. »

L : « Avec les élèves, comment est fait le dévoiement ? »

C2 : « Par traçage. Le seul calcul qu'ils font, c'est pour trouver la hauteur du couronnement. Le problème de la trigo avec les élèves, c'est que ça bloque. C'est pas enseigné au bon moment, et quand on y arrive, ils savent plus le faire »

[...]

Articulation Mathématiques/Charpente

C1 : « Un truc tout bête, qu'on voit avec les C.A.P. . Vous avez votre pièce de bois, et il faut faire une mortaise au milieu. J'ai la largeur de la pièce, et l'épaisseur de la mortaise. Combien je met de chaque côté ? Le résultat c'est la largeur moins l'épaisseur divisé par deux. Alors si je leur dit ça ils me disent ah oui et ils peuvent calculer. Mais ils ne savent pas trouver la solution, ou écrire l'équation. On en fait plus des problèmes à l'école comme la vieille baignoire ? Alors je leur donne la pièce de bois, puis toutes les dimensions. Ils prennent souvent le milieu, puis ils en mettent un peu de chaque côté. Puis ça va pas. Ils bricolent. Je leur demande parfois comment ils trouvent le résultat, ils me répondent qu'ils tentent un peu au hasard. Le problème du robinet qui coule dans la baignoire qui fuit, il faudrait en refaire. Que ce soit un robinet qui fuit ou une mortaise, c'est la même chose. Le calcul de tête maintenant on s'en fiche un peu, on a la calculatrice. C'est bien de savoir le faire, mais c'est plus l'essentiel. Un autre problème, ce sont les unités, alors là c'est n'importe quoi. Par exemple, pour faire un bureau, ils me trouvent qu'il faut

40 m³ de bois, ça leur pose pas de problème. Ils n'ont aucune idée des dimensions. 40 m³ de bois, c'est un semi-remorque entier, ça fait un beau bureau. Et encore, on a simplifié un peu. Avant au Bac Pro, on avait même des cm⁴ ! »

L : « Vous parliez tout à l'heure de fonction et de dérivée ? »

C1 : « ça c'est de la RDM. On a une poutre sur deux appuis. On extrait du torseur de cohésion la valeur du moment fléchissant. On primitive une fois, et on a la pente de cette poutre. On re primitive et on obtient la déformée. C'est comme tout. Si vous primitivez le périmètre du cercle vous tombez sur sa surface. Si vous reprimitivez sa surface, vous tomberez sur le volume de la boule. C'est lié tout ça. On regarde les conditions limites. On sait que la flèche est maximale là où la pente est nulle et on peut dimensionner la poutre. En Bac Pro, on leur donne la déformée, on ne primitive pas »

C2 : « Je trouve ça dommage. On leur donne un truc, qu'ils ne savent pas d'où ça vient et roule. Après tout, ils savent dériver, et connaissent la fonction carré, donc pourquoi pas leur apprendre à intégrer ? S'ils savaient intégrer, on pourrait faire plein d'exercices avec eux. Le problème c'est qu'ils voient la dérivée mais ils savent pas à quoi ça sert. J'avais un prof de maths, on lui disait à quoi ça sert la dérivée ? et il répondait pour vous je sais pas trop mais pour moi, ça me sert à bouffer(sic). »

[...]

C1 : « Si tu t'intéresses aux problèmes de charpente, il faut que tu cherches le livret du boucher. C'est un recueil de plein de techniques de charpente, avec les explications. On l'appelait l'ami du trait. On peut le trouver en numérisé. Vous aurez plein de réponses à vos questions. »

C1 : « Un dernier problème, c'est la méthode des coupures pour calculer les efforts dans une pièce de bois ».

Autres : Le niveau est catastrophique. Il y a 6 de moyenne en charpente dans toute l'académie.

Entretien 2 : 1 Professeur de mathématiques (Extraits)

L : Avez-vous une idée de ce qui est tracé ?

Professeur de mathématiques (PM) : Je n'ai pas fait attention, mais je dirais que ça peut être des faces de côtés, peut être des montants, alors là ça ne sera pas une charpente pour ça (en désignant les triangles), mais là ça pourrait être lié à une toiture (en désignant la vue en plan), soit à des faces soit à des sections.
[Explication de la nature du produit]

PM : Pour des élèves, j'aurai rajouté les quatre versants sinon ils ne peuvent pas comprendre ce que c'est.

L : Voyez vous ce qu'est un arêtier ?

PM : Un arêtier, ce serait ça alors ? (en désignant la ligne de l'axe de l'arêtier) et ça sert à quoi ?

L : C'est en fait la pièce qui sert de raccord à deux versants.

PM : Mais là elle n'est pas symétrique dans votre cas.

L : Oui car les deux versants n'ont pas forcément la même pente[...] on peut imaginer un toit dont un versant serait très prononcé et un autre versant aurait une pente beaucoup plus faible.

[Présentation du problème du dévoiement + Question 2]

L : Comment pourrais-t-on trouver cette position ?

PM : De manière mathématique ou à l'atelier ? Si c'est des élèves de CAP je leur ferais faire un gabarit, et en jouant, on pourrait tenter de le positionner de manière à ce que les deux versants tombent pareillement. Après je ne sais pas trop, à l'atelier, ils procèdent comment ?

L : Je vous montrerai après

PM : Moi je ferais comme ça. Ils font le gabarit et essaient plein de positions (méthode itérative) .

L : Voyez vous une autre manière de le réaliser ?

PM : On est sûr du niveau de CAP on est bien d'accord ?

L : On peut l'étendre au Bac Pro

PM : Là pour l'instant je vois pas trop, il faudrait que je le réfléchisse.

L : Pour la question de l'angle, comment peut-on le mesurer ?

PM : Avec un rapporteur. Après, ils peuvent utiliser l'angle, mais comme il n'est pas isocèle, ce sera plus simple avec le rapporteur. Après on peut utiliser la trigo. En charpente je préférerais la trigo. On fait en première année le rapporteur, et en deuxième année avec la trigo. Il faut faire très attention avec les rapporteurs. Beaucoup d'élèves ne vont pas savoir le positionner. Ils ne comprennent pas toujours qu'on peut le lire dans les deux sens.

[Sort une pochette de rapporteurs]

Il faut pour une bonne mesure d'angle un rapporteur qui ne soit pas opaque, c'est difficile de bien les choisir.

L : Et comment s'articulent les maths et la charpente, pourquoi pas dans une idée de co-intervention ?

PM : On le fait déjà ! On a eu il y a très longtemps des stages de co-intervention mais ça a été supprimé. C'était pas avec la charpente mais avec l'électricité. C'était très intéressant car il fallait, alors qu'on parle des mêmes choses, avoir les mêmes notations. En charpente, je vais souvent les voir, mes élèves en

charpente et j'introduis souvent, quand on fait Thales et Pythagore, les théorèmes à l'aide de plans de charpente.

[Sors un exercice dispo]

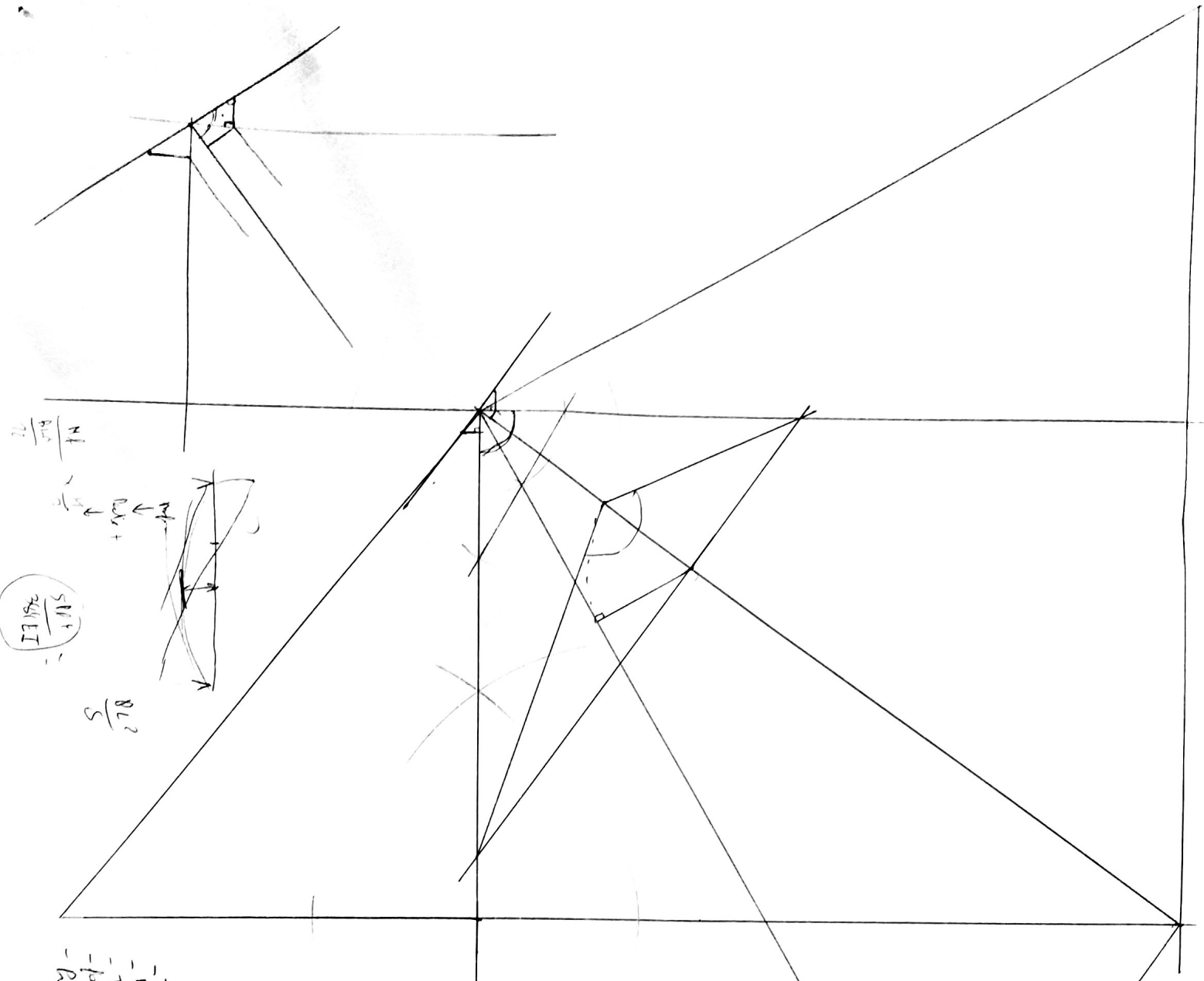
Celles-ci sont assez sommaire, mais on essaie toujours de faire du concret. Notre métier, c'est vraiment de leur faire passer des notions à l'aide de concret. Par exemple, Pythagore pour eux, ce n'est pas Pythagore. C'est 3-4-5 parce que sur le monde du chantier, ils vont leur dire 3-4-5. J'ai toujours pris l'habitude d'aller voir mes collègues et de leur demander les choses comme ça. Après ce qui est compliqué avec le C.A.P. dont le niveau chute terriblement, c'est qu'ils n'arrivent pas à réintroduire ce qui a été vu ici en cours, là-bas à l'atelier. Par exemple, les calculs de surface et les conversions, parfois les collègues à l'atelier ont l'impression qu'on ne l'a pas traité en math alors que malheureusement, on le fait mais une heure après ils ont tout oublié. Sauf pour les bons éléments qui partiront en Bac Pro. Eux, c'est bon ils comprennent. Après le co-enseignement, je trouve ça super, mais on le faisait déjà il y a 15 ans. On a fait le PPCP etc. et il y a 10 ans, on faisait l'enseignement des maths et du français à l'atelier. Lorsqu'on fait les maths à l'atelier, les élèves n'ont pas le même regard. Il y a une époque où on leur demandait même de faire des mini charpentes. De toute façon, en bois, elec, menuiserie, plomberie la co intervention est très facile !

L : [Retour sur la technique traditionnelle]

PM : Dis donc pour des C.A.P., c'est quand même compliqué !...

Et ça marche bien à l'atelier ça quand ils le font ? Ils vous en ont parlé les collègues ?

Tracés du professeur de charpente, puis du
professeur de mathématiques :



$$\frac{N}{\frac{bL^2}{72}}$$

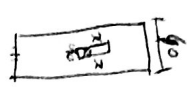
$$\frac{5N}{24EI}$$

$$\frac{8L^2}{5}$$



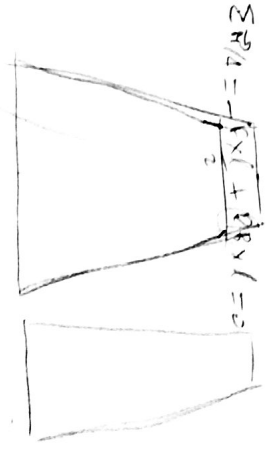
- Tiges
- membrures
- tringles
- poutrelles
- Redans

$$2 \times \frac{(b + D)}{60}$$



Le Bouchard
L'ami du trait
L'art

K N/m
N/mm



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = R_A + 0.6F - F = 0$$

$$\sum M/A = -\frac{\sqrt{2}F}{2} + 0.6F \cdot l = 0$$



