

**MASTER MÉTIERS DE L'ENSEIGNEMENT,
DE L'ÉDUCATION, ET DE LA FORMATION**

**Mention Pratiques et
Ingénierie de la Formation**

MÉMOIRE DE RECHERCHE

MASTER MEEF : ADIR
**Approfondissement Didactique, Ingénierie,
Recherche**

Titre du mémoire

**L'utilisation des problèmes à variation
permet-elle d'enrichir la mémoire de
problèmes et ainsi favoriser la réussite
des élèves ?**

Présenté par **Mmes Dalès Aline**

Mémoire encadré par

M. LEAL

Yves

Membres du jury de soutenance

Nom et prénom	Statut
Mme Fillion Quibel	PREC, INSPE
M. Léal Yves	PU, INSPE

Soutenu le : 31/5 /2023

inspe
TOULOUSE OCCITANIE-PYRÉNÉES

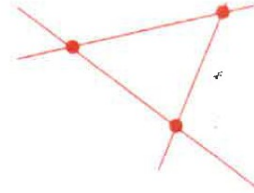
ENSEIGNER
ÉDUIQUER
FORMER

inspe.univ-toulouse.fr

TOULOUSE
[SAINT-AGNE • CROIX DE PIERRE • RANGUEIL]
ALBI • AUCH • CAHORS • FOIX
MONTAUBAN • TARBES • RODEZ



PRATIQUES ET INGÉNIERIE DE LA FORMATION



Attestation de non-plagiat

Je soussigné.e **Aline Dalès**

Auteur.e du mémoire de master 2 MEEF intitulé :

L'utilisation des problèmes à variation permet-elle d'enrichir la mémoire de problèmes et ainsi favoriser la réussite des élèves ?

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur.e.s ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient.e que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi (art. L 335-3 du Code de la propriété intellectuelle).

En signant ce document, je reconnais avoir pris connaissance sur le site de l'Université des éléments d'informations relatifs au plagiat et des responsabilités qui m'incombent.

Pour plus d'informations : suivez le lien "Prévention du plagiat" via l'ENT - Site Web UT2J

Fait à **Blaye**

le **31/05/2023**

Signature de l'étudiant.e



Remerciements

Après deux années de travail, je tiens à remercier tout d'abord mon directeur de mémoire, Monsieur Yves Léal, pour son accompagnement.

J'ai une pensée pleine de gratitude pour les deux enseignantes collaboratrices qui ont participé à cette recherche et sans qui rien n'aurait été possible, pour leur enthousiasme et leur accueil. Je tiens aussi à remercier leurs élèves qui se sont pliés bien volontiers à mes demandes et au jeu des entretiens.

Je tiens également à remercier Delphine pour son soutien et aide précieuse et Cendrine pour son écoute et ses conseils tout au long de ce master.

Merci également à tous les formateurs et responsables du master ADIR qui m'ont aidé à prendre du recul sur ma pratique, à découvrir le monde de la recherche en éducation.

Enfin ce travail n'aurait pas pu être mené sans le soutien indéfectible de mes proches, mes filles et surtout mon mari, mon chéri, mon homme.

Sommaire

Chapitre 1 : Introduction.....	1
Chapitre 2 : Définition des problèmes et cadres théoriques	3
1. Un problème défini selon le point de vue des mathématiciens.....	3
2. Un problème défini selon le point de vue des didacticiens des mathématique.....	3
<u>2.1. La théorie des situations didactiques de Brousseau.....</u>	<u>4</u>
<i>2.1.1. Le concept de situation.....</i>	<i>6</i>
<i>2.1.2. Le concept de milieu.....</i>	<i>8</i>
<i>2.1.3. Evolution des notions de milieu et de situation.....</i>	<i>9</i>
<i>2.1.4. La notion d'obstacles dans les processus d'apprentissages.....</i>	<i>11</i>
<i>2.1.5. La notion de variable.....</i>	<i>13</i>
<i>2.1.6. Conclusion.....</i>	<i>14</i>
<u>2.2. La théorie des champs conceptuels de Vergnaud</u>	<u>14</u>
<i>2.2.1. Le concept de situation.....</i>	<i>14</i>
<i>2.2.2. Le concept de champ conceptuel.....</i>	<i>15</i>
3. Un problème défini selon le point de vue des psychologues.....	17
<u>3.1. La théorie du schéma.....</u>	<u>18</u>
<u>3.2. La théorie des modèles mentaux.....</u>	<u>19</u>
Chapitre 3 : Problématique et questions de recherche.....	20
Chapitre 4 : Méthodologie de l'ingénierie didactique	21
Chapitre 5 : Analyses préalables	22
1. Analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignant	22
<u>1.1. Définition</u>	<u>22</u>
<u>1.2. Approche historique</u>	<u>22</u>
<u>1.3. Approche scientifique : qu'est-ce-que résoudre un problème</u>	<u>25</u>
2. Analyse de l'enseignement usuel et de ses effets.....	28
<u>2.1. Etude des éléments de cadrage : référentiels, socle commun et programmes.....</u>	<u>28</u>
<u>2.2. Etude des pratiques usuelles et repérage des obstacles didactiques</u>	<u>29</u>
3. Analyse de la conception des formés, des difficultés et des obstacles qui marquent leur	

évolution	31
<u>3.1. Conceptions et difficultés des élèves en résolution de problèmes</u>	31
<u>3.2. Repérage des obstacles épistémologiques à la résolution de problèmes</u>	32
<u>3.3. Les aides proposées pour dépasser les obstacles épistémologiques</u>	33
<u>3.4. Cas particulier des problèmes à variation</u>	35
4. Analyse du champ des contraintes dans lequel va se situer la réalisation didactique. .38	
<u>4.1. Contraintes institutionnelles</u>	38
<u>4.2. Au niveau humain</u>	39
<u>4.3. Au niveau didactique</u>	40
Chapitre 6 : La conception et l'analyse a priori.....	41
1. Variables macro-didactiques	41
2. Variables micro-didactiques	44
<u>2.1 Variables d'organisation des contenus</u>	44
<u>2.2. Variables des activités sur les contenus</u>	45
<u>2.3. Dynamique de l'activité scolaire chez le professeur</u>	45
<u>2.4. Type de consigne</u>	46
<u>2.5. Evaluation</u>	46
<u>2.6. Organisation spatiale</u>	46
<u>2..7. Organisation temporelle</u>	47
<u>2.8. Médias et supports</u>	47
Chapitre 7 : Démarche méthodologique.....	48
1. Méthodologie	48
<u>1.1. Contexte</u>	48
<u>1.2. Description de la démarche</u>	48
<u>1.3. Contrat de recherche</u>	49
2. Recueil des données	50
<u>2.1. Question de recherche 1</u>	50
<u>2.2. Question de recherche 2</u>	51
Chapitre 8 : Analyse a posteriori	54
1. Question de recherche 1	55
<u>1.1. Critère 1 : Résultats globaux</u>	55

1.1.1. <i>Présentation et analyse des résultats globaux</i>	55
1.1.2. <i>Interprétation des résultats globaux</i>	59
<u>1.2. Critère 2 : Choix de l'opération</u>	60
1.2.1. <i>Présentation et analyse des résultats liés au choix de l'opération</i>	60
1.2.2. <i>Interprétation des résultats liés au choix de l'opération</i>	66
<u>1.3. Critère 3 : Schématiser / Dessiner la situation</u>	68
1.3.1. <i>Présentation et analyse des résultats liés à la schématisation</i>	68
1.3.2. <i>Interprétation des résultats liés à la schématisation</i>	
<u>1.4. Conclusion : Réponse à notre première question de recherche</u>	73
2. Question de recherche 2	74
<u>2.1. Présentation et analyse des résultats</u>	76
2.1.1. <i>Absence de construction de la représentation</i>	76
2.1.2. <i>Reconstruction de la représentation</i>	78
2.1.3. <i>Activation spontanée des schémas de problèmes</i>	80
<u>2.2. Interprétation des résultats</u>	82
<u>2.3. Conclusion ; Réponse à notre deuxième question de recherche</u>	83
Chapitre 9 : Conclusion et discussion	85
1. Conclusion générale	85
2. Limites	86
3. Perspectives	87
Bibliographie.....	88
Table des figures.....	94
Table des diagrammes	95
Table des tableaux.....	97
Annexes	98

Chapitre 1 : Introduction

Enseignante dans le premier degré depuis 10 ans, j'ai toujours travaillé en milieu rural en Gironde. Mon parcours professionnel m'a amenée à occuper des postes en cycles 2 et 3, toujours en multi-niveaux, dans des écoles de tailles différentes. Cependant, une caractéristique commune est que quelque soit les classes dont j'ai eu la charge, j'ai rencontré des élèves dont le rapport au savoir et à l'école est perturbé par des problématiques familiales et/ou sociales. Ces enfants ne sont pas disponibles pour apprendre car trop accaparés intellectuellement, émotionnellement et psychologiquement par d'autres sujets ou bien ils ne savent pas comment se positionner en tant qu'élève. Aussi mon positionnement en tant qu'enseignante n'a cessé d'évoluer et je cherche encore comment rendre les élèves responsables de leur apprentissage, notamment ceux à besoins particuliers.

Mes lectures m'ont amenée dans un premier temps à me documenter sur la mise en œuvre d'un enseignement plus explicite puis j'ai eu l'opportunité de participer au projet CARDIE « Apprendre à apprendre, éclairer ses pratiques par les sciences cognitives » Prix de chercheurs en actes CSEN 2020, qui m'a permis de poursuivre ma réflexion et de me familiariser avec les sciences cognitives. Cela m'a amené à repenser mes gestes professionnels et à construire des outils pour tenter de soutenir la réflexion de mes élèves.

Ainsi j'ai particulièrement investi le champ de la résolution de problèmes dans le domaine numérique. L'importance de l'enseignement de la résolution de problèmes est affirmée depuis de nombreuses années par les programmes. Dans ceux de 2020, la résolution des problèmes fait partie des attendus de fin de cycle en nombres et calculs et également en grandeurs et mesures (MEN, 2020). Je suis toujours très surprise par le peu d'enthousiasme que suscite ce domaine chez les élèves, même les plus performants. Par ailleurs, quelque soit le milieu didactique que j'ai pu mettre en œuvre, via les modalités d'enseignement proposées, les adaptations prévues (étayage, matériel, support de réflexion, grandeur des nombres...), j'ai pu constater que les élèves à besoins particuliers ne parviennent pas, ou très peu, à surmonter durablement leurs difficultés. Les différentes enquêtes internationales comme PISA, sous l'égide de l'OCDE, montrent que les élèves français sont en difficulté en résolution de problèmes. Le niveau des connaissances et compétences mathématiques nécessaires pour résoudre un problème n'est pas le seul élément qui explique cette situation.

D'autres facteurs interviennent tels que la connaissance mise en jeu, la structure de l'énoncé, le contexte du problème, etc. (Roditi, 2015). Hanin (2016) précise que les élèves mettent en œuvre des « démarches de résolution superficielles », comme par exemple la recherche d'indices sémantiques ou la non prise en compte du monde réel, qui s'avèrent inefficaces.

Par ailleurs, les résultats aux évaluations internationales montrent qu'en Chine les élèves ont un taux de réussite en résolution de problèmes supérieur à celui de la France. Comment peut-on expliquer cet écart important, qui m'interpelle en tant qu'enseignante ? Bartolini Bussi (2012) a comparé l'enseignement de la résolution de problèmes en Chine et en Italie. En Europe, chaque opération est enseignée successivement alors qu'en Chine les problèmes à variation proposent directement les deux opérations antagonistes (addition et soustraction par exemple), montrant ainsi les relations entre les nombres et la catégorie de problèmes mise en jeu (Bartolini Busii, 2012, 2013).

Devant ce constat, nous cherchons à travers cette étude à expliciter l'impact de l'enseignement de la résolution de problèmes sur le développement des connaissances et compétences des élèves en utilisant les problèmes à variation, bien que ce choix ne soit pas culturellement développé en France. Pour appuyer notre réflexion, nous définirons ce qu'est un problème selon les points de vue croisés d'une part des mathématiciens, d'autre part des didacticiens des mathématiques, ce qui nous amènera à présenter la théorie des situations didactiques de Brousseau, la théorie des champs conceptuels de Vergnaud, et enfin des psychologues cognitivistes. Nous détaillerons ensuite la méthodologie de notre recherche, fondée sur une ingénierie didactique, puis nous présenterons nos résultats.

Chapitre 2 : Définition des problèmes et Cadres théoriques

1. Un problème défini selon le point de vue des mathématiciens

Les réponses fournies par les mathématiciens eux-mêmes à Nimier (1989) lors de ses entretiens, montrent qu'un problème consiste à chercher la réponse à une question, celle-ci n'étant pas accessible directement. Plusieurs conceptions du problème apparaissent alors :

- une conception platonicienne dans laquelle la résolution de problèmes mathématiques permet d'accéder à une théorie universelle.
- une conception formaliste qui porte sur des objets et des propriétés « élémentaires » (Hilbert, 1900). La résolution de problème s'appuie ici une démonstration mettant en jeu des règles connues.
- une conception constructiviste pour laquelle la démonstration prouvant l'existence d'un objet mathématique doit expliciter une méthode permettant d'obtenir effectivement cet objet.

La réponse au problème, révélée grâce à une recherche, devient alors un nouveau savoir, un « savoir savant ». Pour pouvoir devenir un « savoir enseigné » par les professeurs dans les classes, Chevallard explique qu'il va subir « un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement » (1985). Ce passage fait l'objet des recherches en didactique des mathématiques.

2. Un problème défini selon le point de vue des didacticiens des mathématiques

Chevallard (1985) définit la notion de transposition didactique. Elle définit les transformations que subissent les théories scientifiques pour devenir des savoirs scolaires dans les programmes, puis dans les manuels et enfin dans les salles de classe. Deux étapes sont décrites dans le processus de transposition :

1. la transposition externe relative au passage du « savoir savant » au « savoir à enseigner » défini par les institutions à travers les programmes.
2. la transposition interne qui transforme le « savoir à enseigner » en « savoir enseigné » en classe et qui relève de la responsabilité des professeurs.

Brousseau a fondé la didactique des mathématiques pour comprendre les mécanismes en jeu lors de l'enseignement des mathématiques. Il définit la didactique des mathématiques comme la « science des conditions de diffusion et d'appropriation des connaissances mathématiques utiles aux hommes et à leurs institutions » (Brousseau, 1997). Pour décrire les mécanismes en jeu, il développe la Théorie des Situations (Brousseau, 1986) qui étudie les pratiques des enseignants dans les tâches mises en œuvre et dans la conduite de leur classe afin de permettre aux élèves de résoudre des problèmes aboutissant à la construction de nouveaux savoirs. Ainsi l'enseignant devra mettre en place une situation qui va générer des questionnements mettant en lumière des obstacles (Brousseau, 1983), ceci afin de construire une nouvelle connaissance. Un problème peut donc être perçu comme une situation qui comporte plusieurs données à prendre en compte et qui demande de réaliser plusieurs opérations mentales.

Vergnaud (1981), psychologue cognitiviste et didacticien, développe la théorie des champs conceptuels qui apporte un point de vue cognitiviste à la didactique des mathématiques. Il définit une situation dans le sens habituellement donné par le psychologue cognitiviste qui considère que « les processus cognitifs et les réponses du sujet sont fonction des situations auxquelles ils sont confrontés » (Vergnaud, 1990). Selon ce point de vue, un problème est donc une activité complexe qui fait appel à des procédés scientifiques et discursifs. Dans sa dimension psychologique, Vergnaud considère qu'une personne s'adapte à des situations en faisant évoluer l'organisation de son activité (Vergnaud, in Merri, 2007).

Afin d'explicitier plus précisément les concepts et notions que nous mobiliserons au cours de ces travaux, nous présentons les deux cadres théoriques de Brousseau et Vergnaud évoqués ci-dessus.

2.1. La théorie des situations didactiques de Brousseau

Jusqu'au développement de la théorie des situations par Brousseau (1986a), l'enseignement d'une discipline était constitué de deux domaines distincts : le savoir enseigné d'une part et la didactique d'autre part. Considérant que chacun apprend d'une manière personnelle les différents champs des mathématiques, Brousseau développe des situations qui permettent un accès au savoir mathématique et étudie leur conception et leur impact. Il questionne donc le contenu

d'enseignement et le rôle des différents acteurs de cet enseignement.

Brousseau (1997b) définit une situation comme « l'ensemble des circonstances dans lesquelles se trouve un individu, les relations qui l'unissent à son milieu, et l'ensemble des données qui caractérisent une action ou une évolution. » La représentation traditionnelle de l'enseignement sous la forme du triangle didactique de Houssaye (Figure 1) ne prend pas en compte, selon Brousseau, la relation du sujet-élève avec son milieu, c'est à dire tout ce qui agit sur l'élève et tout ce sur quoi l'élève agit (Brousseau, 1990) mais se focalise uniquement sur l'action de l'enseignant.

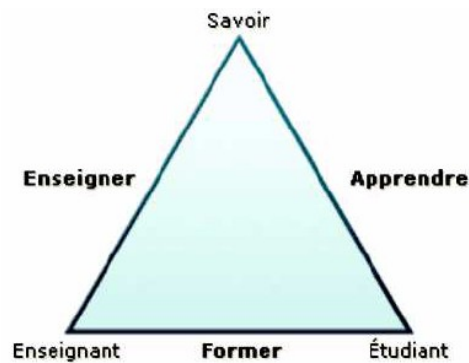


Figure 1 : le triangle didactique selon Houssaye

Pour pallier ce manque, Brousseau définit des situations qui intègrent le milieu : celui-ci est créé par le professeur, et correspond à l'espace dans lequel l'élève va pouvoir agir en autonomie. Une modélisation d'une situation didactique intégrant le milieu est présentée par la figure 2.

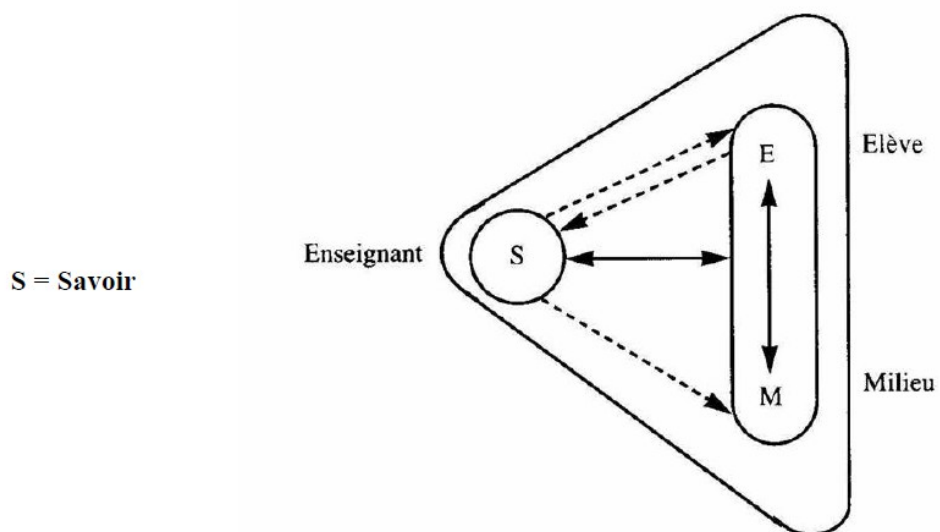


Figure 2 : Situation didactique de base (Brousseau, 1998)

Grâce à cette modélisation, Brousseau analyse les relations entre l'enseignant, l'élève et le milieu, sachant que « le sens et l'enjeu » de la situation sont différents pour l'élève et le maître.

Dans le cadre de notre recherche, afin de pouvoir définir l'impact de l'utilisation des problèmes à variation sur les compétences et connaissances des élèves, nous avons défini des situations mettant en jeu deux milieux différents, l'un fondé sur l'utilisation des problèmes à variation et l'autre non. Afin de préciser notre propos, nous explicitons plus précisément ces deux notions.

2.1.1. Le concept de situation

Une situation décrit l'interaction entre le sujet apprenant, le professeur, le savoir enseigné et le milieu et doit permettre à l'élève de construire une nouvelle connaissance. L'enseignant a la responsabilité de créer des situations qui proposent un problème à l'élève afin que celui-ci puisse se confronter à des obstacles afin de construire une nouvelle connaissance. Trois types de situations sont ainsi définies.

- Situation didactique :

Une situation didactique est définie par l'ensemble de l'environnement de l'élève, y compris l'enseignant. Le professeur porte la responsabilité de l'apprentissage : il met en œuvre un dispositif pour enseigner et faire acquérir une connaissance à ses élèves.

- Situation non didactique :

Une situation est non didactique lorsque l'élève interagit avec son milieu, il n'y a pas d'intention didactique de la part de l'enseignant.

- Situation a- didactique :

Une situation est a-didactique lorsque l'élève interagit avec son milieu en ignorant les intentions didactiques de l'enseignant. L'élève doit pouvoir mobiliser les savoirs appris seul en développant des stratégies personnelles grâce au milieu pensé par le professeur. Il peut ainsi réussir à résoudre le problème qui lui est posé. Ainsi lors d'une situation a-didactique, Sensevy (2011) précise que «les interactions des élèves avec le milieu sont supposées suffisamment prégnantes et adéquates pour qu'ils puissent construire des connaissances, formuler des stratégies d'action, valider des savoirs en utilisant les rétroactions de ces milieux sans que leur activité ne soit orientée par la nécessité de satisfaire aux intentions supposées du professeur ». Par ailleurs, la place et le rôle de l'enseignant dans une situation a-didactique évolue : il n'est plus seul détenteur du savoir, mais fait partie de l'environnement et reste une ressource à laquelle les élèves peuvent faire appel.

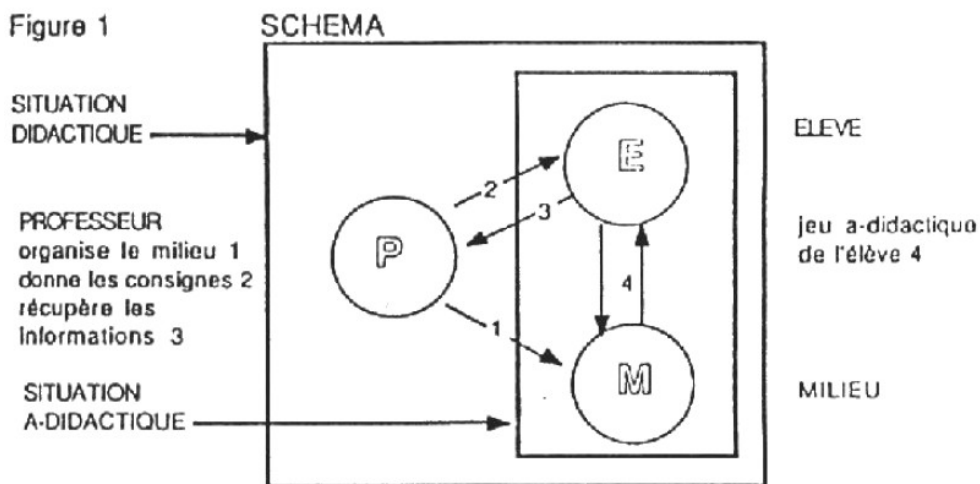


Figure 3 : Situation d'enseignement (Groupe recherche IREM Bordeaux, 1988)

Brousseau catégorise les situations a-didactiques en trois sous-familles :

- Les situations a-didactique d'action relatives à un savoir : l'élève se confronte au problème rencontré et agit sur le milieu qui lui apporte les informations et rétroactions nécessaires à son action. Les connaissances des élèves se construisent comme un moyen d'action. La résolution de problèmes, au cœur de notre recherche constitue un exemple de situation a-didactique d'action.
- Les situations a-didactique de formulation d'une connaissance : l'élève-émetteur explicite l'action à l'aide des outils qui lui sont fournis à l'élève-récepteur afin que celui-ci puisse agir sur le milieu. Les connaissances des élèves se construisent comme un moyen de communication. La formulation est une validation empirique. Les situations de production/réception d'un message en vue de construire une figure géométrique constitue un exemple de situation a-didactique de formulation.
- Les situations a-didactique de validation : l'élève par la confrontation de sa solution à celle ses pairs, du professeur, du milieu confirme la pertinence de ses procédures. Les connaissances des élèves se construisent comme un moyen de prouver et convaincre un interlocuteur. Les phases de travail en binôme ou en groupe en sont un exemple.

Ainsi, une situation décrit l'interaction entre le sujet apprenant, le professeur, le savoir enseigné et le milieu et doit permettre à l'élève de construire une nouvelle connaissance. L'enseignant a la responsabilité de créer des situations qui proposent un problème à l'élève afin que celui-ci puisse se confronter à des obstacles afin de construire une nouvelle connaissance.

2.1.2. Le concept de milieu

Brousseau (1990) définit le concept de milieu comme « tout ce qui agit sur l'élève ou/et tout ce sur quoi l'élève agit », soit l'ensemble des éléments matériels, humains, culturels, sociaux. Ainsi, le milieu d'une situation est défini selon plusieurs aspects :

- l'aspect structurel lié aux objets matériels et symboliques
- l'aspect fonctionnel lié aux enjeux de savoir
- l'aspect dynamique définissant l'organisation temporelle des différentes étapes

Pour Sensevy (2011), le milieu est un système de ressources données par la situation, qui permet et oriente l'action des élèves et du professeur.

L'aménagement du milieu didactique est défini par Chevallard (1992) avec le terme de « mésogénè » dans la théorie anthropologique du didactique. Elle est fondée sur le triplet: chronogénèse - topogénèse – mésogénèse et permet d'interroger la construction du savoir à la fois dans sa dimension temporelle qui organise la situation d'apprentissage, dans le partage des responsabilités qui se joue entre les acteurs (professeur / élèves) et enfin dans le type de situations qui est proposé aux élèves. La mésogénèse renvoie donc aux types de situations proposées aux élèves, qu'elles soient didactiques ou a-didactiques et décrit l'évolution des différents états du milieu didactique.

2.1.3. Evolution des notions de milieu et de situation

Pour prendre en compte « le fonctionnement d'une situation didactique quelconque », Brousseau (1986 b) définit une première structuration du milieu. A partir d'un exemple classique (un énoncé et une question), il identifie cinq milieux, chacun lié à une situation, emboîtés les uns dans les autres, avec lesquels l'élève peut interagir. L'objectif de cette classification « en niveaux de milieu et de situations est de permettre la prévision des relations sociales -aux jeux – qui correspondent aux différents régimes du fonctionnement de la connaissance dans les différents modes d'apprentissage utilisables en situation scolaire ». Margolinas (1993) qualifie cette définition du milieu comme « micro-didactique ». Elle présente ainsi (Margolinas, 1995) les niveaux définis par Brousseau en 1986.

M-3: Milieu matériel	E-3: Acteur objectif		S-3: Situation objective
M-2: Milieu objectif	E-2: Acteur particulier de référence		S-2: Situation de référence
M-1: Milieu de référence	E-1: Sujet épistémique résolveur de problèmes		S-1: Situation d'apprentissage a-didactique
M0: Milieu d'apprentissage	E0: Sujet "épistémologue"	P0: Professeur acteur	S0: Situation d'enseignement
M1: Milieu didactique	E1: Elève générique	P1: Professeur préparant son cours	S1: Situation d'analyse de la didactique
M2: Milieu de la recherche en didactique	Sujet universel		S2

Figure 4 : Niveaux du milieu de Brousseau repris par Margolinas (1995)

Brousseau fait par la suite évoluer la notion de milieu en incluant sa structuration dans le fonctionnement didactique (Brousseau, 1990) et précise la définition du milieu comme « un jeu ou une partie du jeu qui se comporte comme un système non finalisé ». Dans cette approche, le niveau N0 correspond à la situation didactique, les niveaux négatifs à des situations a-didactiques, les niveaux positifs à l'analyse didactique.

Parallèlement, Chevallard (1989) rapproche la notion de milieu du cadre institutionnel. Il donne une fonction au milieu. Ainsi, un « système d'objets institutionnels fonctionne comme un milieu pour les acteurs de l'institution en telle ou telle position ». Margolinas (1993) qualifie de « macro-didactique » ce positionnement.

En complétant l'approche du milieu de Brousseau par celle de Chevallard, Margolinas (1993, 1995) propose une structuration du milieu qui prend en compte la situation de l'enseignant dans la noosphère dans les niveaux positifs ainsi que sa position dans les niveaux négatifs des situations a-didactiques. Elle homogénéise également le vocabulaire concernant les positions de l'élèves et de l'enseignant dans les différents niveaux. La figure 5 présente les niveaux de milieux relatifs aux différentes situations ainsi obtenus.

M-3: M-matériel	E-3: E-objectif		S-3: situation objective	a- di dac ti qu e
M-2: M-objectif	E-2: E-agissant		S-2: situation de référence	
M-1: M-de référence	E-1: E-apprenant	P-1: P-observateur	S-1: situation d'apprentissage	
M0: M-d'apprentissage	E0: Elève	P0: Professeur	S0: situation didactique	
M1: M-didactique	E1: E-réflexif	P1: P-projeteur	S1: situation de projet	sur di dac ti qu e
M2: M-de projet		P2: P-constructeur	S2: situation de construction	
M3: M-de construction		P3: P-noosphérique	S3: situation noosphérique	

Figure 5 : Niveaux du milieu définis par Margolinas (1995)

Ces niveaux définissent des « positions » que l'élève et/ou le professeur peut prendre au cours de la situation didactique dans son ensemble dont certaines phases s'inscrivent dans des situations différentes au cours du temps. Cette structuration du milieu permet à l'auteur de réaliser des analyses a posteriori des situations de classe observées du point de vue des élèves (correspondant à la constitution de la position E0) ou bien du professeur (correspondant à la constitution de la position P0) (Margolinas, 1997).

Au cours de notre recherche, les variables didactiques retenues et présentées au chapitre 4 définissent des situations allant des niveaux N0 à N-2 dans la classification de Margolinas pour lesquelles les problèmes à variation ou les problèmes classiques sont les principaux éléments différenciant les milieux. Les situations ainsi définies doivent permettre aux élèves de construire une nouvelle connaissance en dépassant les obstacles qu'ils rencontrent.

2.1.4. La notion d'obstacles dans les processus d'apprentissage

Bachelard (1938) définit la notion d'obstacle épistémologique comme une connaissance nécessaire. Les erreurs reflètent les obstacles rencontrés lors de l'apprentissage. Elles sont liées à de

l'usage de connaissances antérieures qui se révèlent fausses ou inadaptées pour résoudre le problème posé. L'apprentissage se construit donc via une succession de mises à l'essai de réponses, alternativement adaptées au problème posé puis inadaptées tout ou partie, avant d'être réinvesties lors de la résolution d'un nouveau problème. Brousseau (1983) définit plus précisément les obstacles épistémologiques en mathématiques qui, comme les connaissances, reflètent les interactions entre le sujet-élève et son milieu. Il existe plusieurs catégories d'obstacles épistémologiques :

- les obstacles affectifs
- les obstacles moteurs
- les obstacles culturels
- les obstacles langagiers
- les obstacles cognitifs

La nature de la connaissance à construire met en jeu un ou plusieurs obstacles épistémologiques.

Parallèlement, Brousseau décrit les obstacles liés aux choix d'enseignement qu'il nomme obstacles didactiques. Il relève des choix de l'enseignant en termes des connaissances à construire, d'activités de classe, du milieu défini, du type de situation proposée, des ressources pour l'élève, de la construction et l'articulation des séances... Ces éléments constituent autant de variables didactiques à penser par le professeur.

Enfin, Brousseau définit un dernier type d'obstacle lié au développement neurophysiologique de l'enfant à un âge donné, appelé obstacle ontogénique.

Ainsi, lors des analyses préalables de notre ingénierie, nous présentons les obstacles didactiques et épistémologiques rencontrés par les élèves lorsqu'ils résolvent un problème et qui influent sur leur réussite, notamment dans les tests internationaux. En effet, lorsque l'enseignant a identifié les éléments constituant des obstacles pour les élèves, il peut mettre en place des situations dont le milieu est pensé pour permettre le dépassement de ces obstacles et favoriser la construction d'un nouveau savoir. Pour cela, il peut modifier le milieu en jouant sur des variables, ce que nous nous proposons de mettre en œuvre via l'utilisation des problèmes à variation.

2.1.5. La notion de variable

On qualifie de variable didactique (Brousseau, 1986 a) d'une situation ou d'un problème, une variable pouvant être modifiée par l'enseignant, et dont les modifications (même légères) peuvent infléchir sensiblement le comportement des élèves et provoquer des procédures ou des types de réponses différentes.

Les situations sont des modèles minimaux pour étudier comment une connaissance intervient dans les rapports particuliers qu'une personne établit avec un milieu pour y exercer une action déterminée. La notion de variable apparaît comme intimement liée à cette modélisation. Il s'agit d'un outil méthodologique qui permet de structurer les situations liées à une connaissance ou un savoir. Brousseau (1986 a) distingue les variables dites du problème des variables dites de situation, reliées à l'organisation et à la gestion du milieu, et précise (Brousseau, 1997 b) que les variables cognitives comme le choix de valeurs différentes peuvent provoquer des changements de la connaissance optimale. Les variables didactiques seront parmi les variables cognitives celles qui peuvent être fixées par l'enseignant et dont la preuve de l'effet didactique a été attesté.

C'est en jouant sur des choix adéquats de ces variables que l'on peut provoquer de nouveaux apprentissages, en visant à faire émerger chez les élèves de nouvelles connaissances comme des outils nécessaires pour résoudre un problème. En fait, la notion de variable didactique traduit la nécessité de distinguer, classer et modéliser les situations dans une perspective didactique.

En 1991, Bru définit une méthode d'analyse des effets des pratiques enseignantes pour laquelle il définit les variables micro-didactiques qui définissent l'organisation des séquences. Elles sont divisées en trois sous-catégories :

- les variables de structuration des contenus (organisation et structuration)
- les variables processuelles qui définissent les éléments qui agissent sur le fonctionnement didactique
- les variables relatives au cadre et au dispositif

Ainsi, la notion de variable nous permet de décrire les conditions de mise en place du milieu. Nous avons défini les principales variables de notre étude lors de l'analyse a priori au

chapitre 5. Cela nous a permis de caractériser les milieux mis en jeu.

2.1.6. Conclusion

Les faibles résultats des élèves français aux évaluations internationales indiquent que le système éducatif actuel ne permet pas à une majorité d'entre eux de lever les obstacles rencontrés en résolution de problèmes. Au cours de notre recherche, nous utilisons la théorie des situations pour définir des milieux utilisant les problèmes à variation comme variable. Nous formulons l'hypothèse que les situations proposées permettent aux élèves de lever tout ou partie des obstacles auxquels ils sont confrontés.

2.2. La théorie de champs conceptuels de Vergnaud (1981)

Gérard Vergnaud étant un psychologue, la théorie des champs conceptuels a été développée en didactique des mathématiques dans une perspective cognitiviste. Elle fournit un cadre cohérent et quelques principes de base pour l'étude de la formation et du développement des connaissances (Vergnaud, 1990).

2.2.1. Le concept de situation

Vergnaud ne définit pas le concept de situation avec la même définition que Brousseau. Il se limite au sens habituellement donné par le psychologue : une situation est définie par les processus cognitifs et les réponses du sujet. Elle peut être caractérisée par deux éléments (Vergnaud, 1990) :

- « la variété » : pour un même champ conceptuel, il existe une grande variété de situations et « les variables de situation sont un moyen de générer de manière systématique l'ensemble des classes possibles »
- « l'histoire : les connaissances des élèves sont les situations qu'ils ont rencontrées et maîtrisées progressivement, notamment par les premières situations susceptibles de donner du sens aux concepts et aux procédures qu'on veut leur enseigner. »

2.2.2. *Le concept de champ conceptuel*

Vergnaud (1990) définit de façon pragmatique un concept comme un ensemble d'invariants relatifs à une classe de situations, appelés schèmes, utilisables dans l'action. Il précise que « c'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant. »

Ainsi un concept (C) est un triplet de trois ensembles : $C = (S, I, S)$

-l'ensemble des situations de référence (S) qui donnent du sens au concept.

-l'ensemble des invariants opératoires (I) sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (concept en acte, théorème en acte, actions non verbalisées représentant le signifié).

-l'ensemble des formes langagières et symboliques (S) qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant).

Vergnaud (1990) précise que les principaux invariants opératoires sont de deux types :

1. Un théorème en acte est un invariant jugé vrai par l'élève et utilisé dans une action. Il permet des prises de décision et /ou des moyens d'action, il a son propre champ de validité et produit des résultats faux en dehors de ce champ, il est le plus souvent implicite.
2. Un concept en acte est un invariant qui est susceptible d'être vrai ou faux, mais il est pertinent dans la prise d'informations. Il est construit par l'élève dans l'action.

Les champs conceptuels (Vergnaud, 1981) regroupent des situations qui impliquent la mise en œuvre des mêmes concepts et de plusieurs procédures de résolution en relation étroite. Pour les problèmes arithmétiques qui nous intéressent, Vergnaud (1990) définit deux champs conceptuels : celui des structures additives et celui des structures multiplicatives. Il catégorise les types de problèmes rencontrés dans chaque champ en fonction de l'opération. Ainsi le champ conceptuel des structures additives est défini par « l'ensemble des situations qui impliquent une addition ou une soustraction et l'ensemble des concepts et théorèmes qui permettent d'analyser ces situations comme des tâches mathématiques ». De même, Le champ conceptuel des structures multiplicatives concerne « l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs multiplications ou divisions, et l'ensemble des concepts et théorèmes qui permettent d'analyser ces situation », soit les problèmes pouvant être résolus par une multiplication ou une division, qui sont les problèmes ciblés

dans ce travail de recherche, et les problèmes de proportionnalité.

Pour aider les élèves dans leur processus de conceptualisation, Vergnaud a introduit des schémas représentant les structures des différents problèmes dont un exemple (1997) est donné par la figure 6. L'objectif est de favoriser la compréhension des relations en jeu dans un champs conceptuel donné.

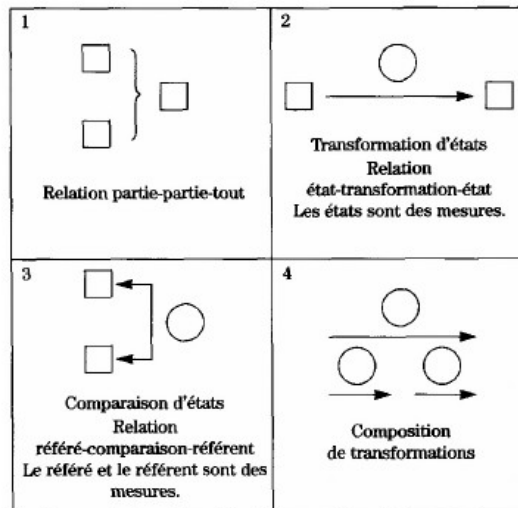


Figure 6 : Exemple de schémas représentant le champ conceptuel des structures additives
(Vergnaud, 1990)

Les schémas relevant des structures additives peuvent être résumés par un schéma à 3 pôles (figure 6) et ceux relevant des structures multiplicatives sont définis par un schéma à 4 pôles (figure 7).

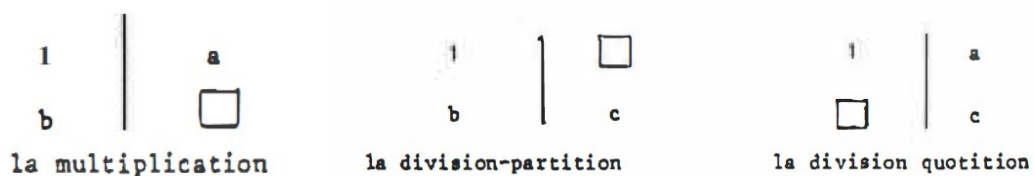


Figure 7 : Exemple de schémas représentant le champ conceptuel des structures multiplicatives
(Vergnaud, 1990)

Le champ conceptuel des structures multiplicatives, que nous mobilisons au cours de cette recherche, est structuré en 6 classes, certaines étant elles-mêmes subdivisées (Vergnaud, 1997, 2001) :

1. Classe 1 : proportion simple avec présence de l'unité, divisée en 3 sous-classes respectivement les problèmes de multiplication, les problèmes de division-partition et les problèmes de division-quotition (figure 7).
2. Classe 2 : proportion simple sans présence de l'unité (proportionnalité)
3. Classe 3 : Problèmes du type fois plus fois moins
4. Classe 4 : Produit de mesures, divisée en 2 sous-classes respectivement les problèmes de multiplication et les problèmes de mesure.
5. Classe 5 : Proportion double
6. Classe 6 : Proportion simple composée.

Notre recherche prend comme objet d'étude les problèmes de classe 1. Ainsi, nous pouvons définir les problèmes cibles de notre étude de la manière suivante :

- Les problèmes de multiplication relèvent de l'addition itérée, on cherche le nombre total d'éléments.
- Les problèmes de division-partition cherchent à déterminer la valeur d'un paquet que l'on peut faire dans une collection en connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire.
- Les problèmes de division-quotition cherchent à déterminer le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'une part.

Ainsi, la théorie des champs conceptuels nous permet de définir et caractériser les problèmes que nous utilisons dans notre recherche.

3. Un problème défini selon le point de vue des psychologues

Vergnaud (in Bouvier, 1981) définit du point de vue psychologique un problème comme « tout ce qui, d'une façon ou d'une autre, implique de la part du sujet la construction d'une réponse ou d'une action qui produit un certain effet », c'est à dire « par problème, il faut entendre, dans le sens large que lui donne le psychologue, toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification, pour produire une solution. »

Ainsi pour comprendre les processus d'apprentissage en situation de résolution de problèmes, il faut s'interroger sur les processus cognitifs engagés par les élèves. Afin de les comprendre, nous avons choisi de présenter dans notre recherche la théorie du schéma et la théorie des modèles mentaux.

3.1. La théorie du schéma

Les travaux de Caillot (1984) et Escarabajal (1984) définissent un schéma comme les connaissances lexicales et notionnelles, stockées ou non dans la mémoire à long terme, nécessaires à un sujet pour se représenter la situation définie par l'énoncé. Kintsch (1985) précise cette définition en élargissant un schéma à « un ensemble de connaissances abstraites pouvant être définies comme les traces laissées en mémoire par les situations rencontrées précédemment et organisées en objet structuré ayant un certain nombre de propriétés caractéristiques ». Les invariants caractérisant chaque catégorie de problèmes seraient identifiés par le sujet puis stockés dans la mémoire à long terme. Plus le sujet rencontrerait de structures de problèmes différentes, plus les schémas s'enrichiraient, en détectant les similitudes entre les problèmes.

Pour résoudre un problème, l'élève activerait le schéma correspondant à la situation. Il construirait une représentation adéquate de la situation et solliciterait les connaissances nécessaires à sa résolution (Julo, 1995, 2002). Fayol (1992) définit ainsi le rôle des schémas de problèmes : ils « seraient conçus comme des guides à l'encodage des données et au déclenchement des procédures de traitement permettant d'expliquer le déroulement plus ou moins efficace d'un ensemble de procédures dirigées vers un but ».

Par ailleurs les schémas comporteraient un certain nombre de « places » vides. Lorsqu'un sujet est amené à résoudre un problème, il solliciterait les schémas correspondants qu'il rappellerait en mémoire de travail et les informations fournies par l'énoncé compléteraient les « places » vides.

Julo (1995, 2002) insiste sur l'importance de la construction de la représentation pour qu'un sujet réussisse à résoudre un problème. En effet, lorsqu'il est confronté à un problème, le sujet a plusieurs possibilités qui varient entre deux positions extrêmes :

- Le problème est familier au sujet, il le rapproche d'autres déjà rencontrés ou résolus et ainsi peut le traiter en activant une représentation adaptée.

- Le problème est étranger au sujet, il doit alors construire une nouvelle stratégie, appuyée sur ses expériences antérieures.

Dans cette dernière situation où le sujet ne dispose pas d'un schéma adéquat en mémoire à long terme, il doit alors reconstruire pas à pas une représentation cohérente de la situation. Ce processus a été développé par Johnson-Laird (1983) dans la théorie des modèles mentaux.

3.2. La théorie des modèles mentaux.

Si le sujet ne possède pas de schémas de problème, il construirait une représentation de la situation en analysant les données qu'elle lui fournit. Cette représentation serait stockée dans la mémoire de travail et servirait de socle au raisonnement. Cette construction peut s'appuyer sur la perception et également sur l'imagination et permettrait au sujet de donner du sens aux objets et aux relations qui les lient. Cavazza (1993) précise que la construction d'un modèle mental est fondée sur des objets du monde physique et est ainsi conforme à la réalité. Par ailleurs, son caractère évolutif lors du traitement implique que cette construction soit « dynamique ». Selon l'auteur, le modèle mental serait également « constructif puisque cette représentation solliciterait des éléments stockés dans la mémoire à long terme ».

Dans le cadre spécifique de la résolution de problèmes, Novotna (2002) précise que la seule construction d'un modèle mental ne permet pas à un élève d'accéder directement à la solution. Il peut dans certains cas utiliser des représentations écrites textuelles ou iconique.

Ainsi lorsqu'un élève est placé en situation de résolution de problèmes, il peut mobiliser différents processus cognitifs pour accéder à la solution. L'activation de l'un ou l'autre de ces mécanismes dépend de la complétude des schémas stockés dans la mémoire à long terme, et donc de l'expertise du sujet dans la tâche demandée.

Chapitre 3 : Problématique et Questions de recherche

Les résultats décevants des élèves français aux évaluations internationales en résolution de problèmes, malgré leur présence dans les programmes depuis de nombreuses années, interrogent sur l'efficacité de cet enseignement à l'école. Dans notre recherche nous faisons l'hypothèse que la mise en place d'un milieu didactique (Brousseau, 1990) différent de celui généralement déployé par les enseignants, milieu constitué par les problèmes à variation (Bartoloni Bussi, 2011), peut influencer favorablement sur les résultats des élèves de CM1 lors de la résolution de problème multiplicatif (Vergnaud, 1991) en favorisant le processus d'activation spontanée de schémas (Julo, 1995, 2002). Pour cela notre analyse se fondera sur la théorie des situations (Brousseau, 1986 a) qui permet de définir une situation analysable en fonction du milieu mis en place par l'enseignant et des variables qu'il a choisi. Nous cherchons ainsi à analyser dans un premier temps si un milieu utilisant les problèmes à variation, problèmes caractéristiques de l'enseignement en Chine qui a des résultats meilleurs que la France aux évaluations internationales, comparativement à un milieu traditionnel favorise la réussite des élèves. Afin de proposer des problèmes cohérents et de pouvoir comparer les résultats obtenus, nous étudions des problèmes relevant du champ multiplicatif selon la définition développée par Vergnaud dans la théorie des champs conceptuels (1991). Il précise l'importance de la catégorisation et de la représentation dans les processus cognitifs. Nous nous appuyerons sur ces problèmes pour définir si la présentation des problèmes à variation favorise la création de schémas de problèmes (Julo, 1995, 2002) et permet ainsi de lever les obstacles épistémologiques (Brousseau, 1983).

Ainsi afin de pouvoir définir s'il existe une corrélation entre le milieu généré par l'utilisation des problèmes à variation et la réussite des élèves lors de la résolution de problèmes multiplicatifs, nous chercherons à répondre aux questions de recherche suivantes :

1. Le milieu défini par les problèmes à variation développe-t-il les compétences « modéliser » et « représenter » nécessaires à la résolution de problèmes multiplicatif ?
2. Le milieu défini par les problèmes à variation favorise-t-il les processus cognitifs d'activation spontanée de schémas ?

Chapitre 4 : Méthodologie de l'Ingénierie didactique

Notre objectif est de déterminer les effets d'une méthode d'enseignement spécifique de la résolution de problèmes sur la réussite des élèves par rapport à un enseignement traditionnel. Nous cherchons à définir quelles sont les conséquences de la mise en place d'un milieu non-traditionnel dans une situation sur les résultats des élèves.

Notre démarche s'appuie sur une ingénierie didactique, étude caractérisée selon Artigue (1988). Il s'agit d'une méthodologie de recherche qui s'appuie sur des dispositifs d'enseignement dont les conditions d'utilisation sont définies, mises en œuvre, observées et enfin analysées (Brousseau, in Rouchier, 2008). Par ailleurs, l'ingénierie didactique relève du champ « des études de cas » et non pas de celui de l'étude comparative. Brousseau (in Rouchier, 2008) précise l'importance de l'ingénierie didactique dans le cadre de sa théorie des situations car elle offre un cadre expérimental pour étudier les situations de façon systématique. Par ailleurs, la validation d'une ingénierie didactique se fait par validation interne via confrontation entre l'analyse a priori et l'analyse a posteriori. Ce principe exclut la comparaison entre un groupe d'élèves témoin et un second expérimental.

Ainsi, nous nous centrons sur la façon dont les élèves s'approprient un savoir dans une situation particulière et s'ils sont en réussite lors de la résolution de problèmes isolés. Avec l'ingénierie didactique, nous cherchons à objectiver d'une part les réussites et les échecs des élèves et d'autre part les processus mentaux mis en œuvre en résolution de problèmes. La méthodologie qui nous intéresse ici ne prétend pas généraliser des résultats mais définit des études de cas uniques et singulières.

Nous organisons nos travaux selon les quatre phases de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988) :

1. les quatre analyses préalables
2. la conception et l'analyse a priori
3. l'expérimentation
4. l'analyse a posteriori et la validation

Chapitre 5 : Analyses préalables

1. Analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignant

1.1. Définition

Résoudre un problème mathématique est une activité complexe qui ne peut pas être restreinte à faire une opération et trouver un résultat. Cette activité sollicite des compétences spécifiques dont l'importance est affirmée dans les programmes (MENJS, 2020a). Deux grandes étapes régissent la résolution de problèmes : la représentation du problème et sa résolution, qui inclut l'opération.

1.2. Approche historique

Les savoirs à enseigner sont définis par les programmes d'enseignement et les documents d'accompagnement mis à la disposition des enseignants. La place et le rôle accordés à la résolution de problèmes n'ont cessé d'évoluer.

L'obligation d'un enseignement des mathématiques pour tous apparaît dans la loi Guizot de 1833 au même titre que l'enseignement de la lecture. Les énoncés de problème en dernière année d'école primaire doivent s'inscrire dans la réalité dès 1850 avec la loi Falloux. Les programmes de 1882 ((Ministère de l'Instruction publique et des beaux-arts) précise que cette approche doit permettre aux élèves de développer des habiletés cognitives les menant à l'abstraction. Il y a peu d'évolution jusque dans les années 1940. Les programmes de 1945 (MEN) précisent que les problèmes doivent être ancrés dans la vie quotidienne et se situer en fin d'apprentissage pour évaluer les connaissances acquises.

Au sortir de la seconde guerre mondiale, la culture scolaire évolue : l'école ne doit plus uniquement répondre aux besoins sociaux et professionnels des milieux populaires mais préparer à des études supérieures. Les travaux de Polya (1945) posent la question de l'enseignement de la résolution de problèmes non plus comme outil d'évaluation mais comme l'acquisition de compétences à raisonner. Il définit des outils méthodologiques (Polya, 1965) pour aider les élèves à comprendre le problème, concevoir un plan, mettre le plan à exécution et examiner la solution obtenue.

Dans les années 1970, en France, la didactique des mathématiques naît sous l'influence de Brousseau à Bordeaux et Glaeser à Strasbourg. Leurs travaux vont modifier profondément l'enseignement des mathématiques. Les programmes de 1970 (Ministère de l'Education, 1970) soulignent pour la première fois que cet enseignement ne doit plus utiliser la résolution de problèmes « catalogués et suggérés par la vie courante », mais « assurer [aux élèves] une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques ». A partir de cette date, la résolution de problèmes, numériques ou non, devient « une activité privilégiée ». Les situations proposées permettent aux élèves de s'entraîner sur des notions préalablement étudiées ou bien de découvrir des notions. Une première définition de l'activité de résolution de problèmes y est donnée : « Résoudre un problème, c'est analyser la situation et les informations données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, les schématiser afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements cherchés ». La schématisation fait ainsi partie des compétences à acquérir par les élèves.

Puis dans les années 1980, le terme de situations-problèmes apparaît dans les programmes (Ministère de l'Education, 1978 et 1980), et correspond à une situation de recherche au cours de laquelle les élèves devront franchir un obstacle pour acquérir et s'approprier de nouveaux savoirs. Trois types de situations-problèmes sont définis : ceux qui permettent d'introduire des notions nouvelles et qui vont se situer en début d'apprentissage, ceux qui vont permettre d'évaluer les connaissances acquises et ceux qui visent à développer des attitudes de recherche, tout en suscitant la créativité de l'élève (Ministère de l'Education, 1980). Ces trois catégories sont précisées par les programmes de 1985 (Ministère de l'Education, 1985) grâce à l'ajout d'exemples et à l'introduction de la notion de problèmes de recherche. L'importance de ces derniers est réaffirmée dans les programmes de 1995 (Ministère de l'Education, 1995), qui introduisent explicitement la nécessité de « développer des compétences d'ordre méthodologique ».

A partir des années 70, l'évolution du contenu des programmes est corrélée à celle des recherches en didactique des mathématiques et en psychologie de l'apprentissage. Ainsi Charnay (1988) caractérise le problème comme un triplet situation / élève / environnement et précise que le problème n'existe que si l'élève perçoit une difficulté et doit surmonter un obstacle. Il doit construire du sens. Le choix de la stratégie d'apprentissage par l'enseignant doit permettre à l'élève

d'acquérir ces compétences. Il se place ainsi dans la continuité de la définition de la situation-problème donnée par Bachelard (1938).

Les programmes de 2002 (Ministère de l'Éducation, 2002) précisent que « la résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées ». En s'appuyant entre autres sur les résultats des études PISA montrant les lacunes des élèves français en résolution de problèmes, ils redéfinissent la place et les enjeux de l'enseignement de la résolution de problèmes :

- Les connaissances des élèves doivent être mobilisées pour résoudre de nouveaux problèmes.
- Ils peuvent mettre en œuvre « des procédures personnelles », qui peuvent dans certains cas « déboucher sur de nouvelles connaissances. »

Ces programmes ont suscité des débats au sein de la communauté des chercheurs, notamment entre Charnay (2006) et Brissiau (2006) sur les notions de « procédures expertes » et les processus de conceptualisation mis en jeu dans la résolution de problèmes.

La mise en place du socle commun de connaissances et de compétences à maîtriser par la loi d'orientation et d'avenir de l'école de 2005 mentionne le rôle important tenu par la résolution de problèmes, qui est « au centre des activités mathématiques » dans l'acquisition d'une culture mathématique et scientifique : « La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité. Les compétences acquises en mathématiques conditionnent l'acquisition d'une culture scientifique » (MEN, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, 2006). Les compétences visées par la résolution de problèmes sont, pour la fin du cycle 2 comme pour la fin du cycle 3 :

- « Rechercher, extraire et organiser l'information utile (écrite, orale, observable).
- Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique.
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus à l'aide de langages ou d'outils scientifiques et technologiques. » (MEN, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, 2006).

En 2008 (MEN et du Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, 2008), la mobilisation de la résolution de problèmes est indiquée dans tous les domaines de l'enseignement des mathématiques (nombres et calculs, géométrie, grandeurs et mesures, organisation et gestion de données). Elle participe aux objectifs définis par les programmes :

- Réfléchir sur des textes et des documents
- Interpréter
- Construire une argumentation
- Mobiliser les connaissances et compétences [des élèves] dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes.

1.3. Approche scientifique : qu'est-ce-que résoudre un problème ?

En 1992, Alain Descaves décrit les mécanismes de résolution de problèmes (Figure 8) en précisant que la construction de la représentation constitue l'étape la plus importante.

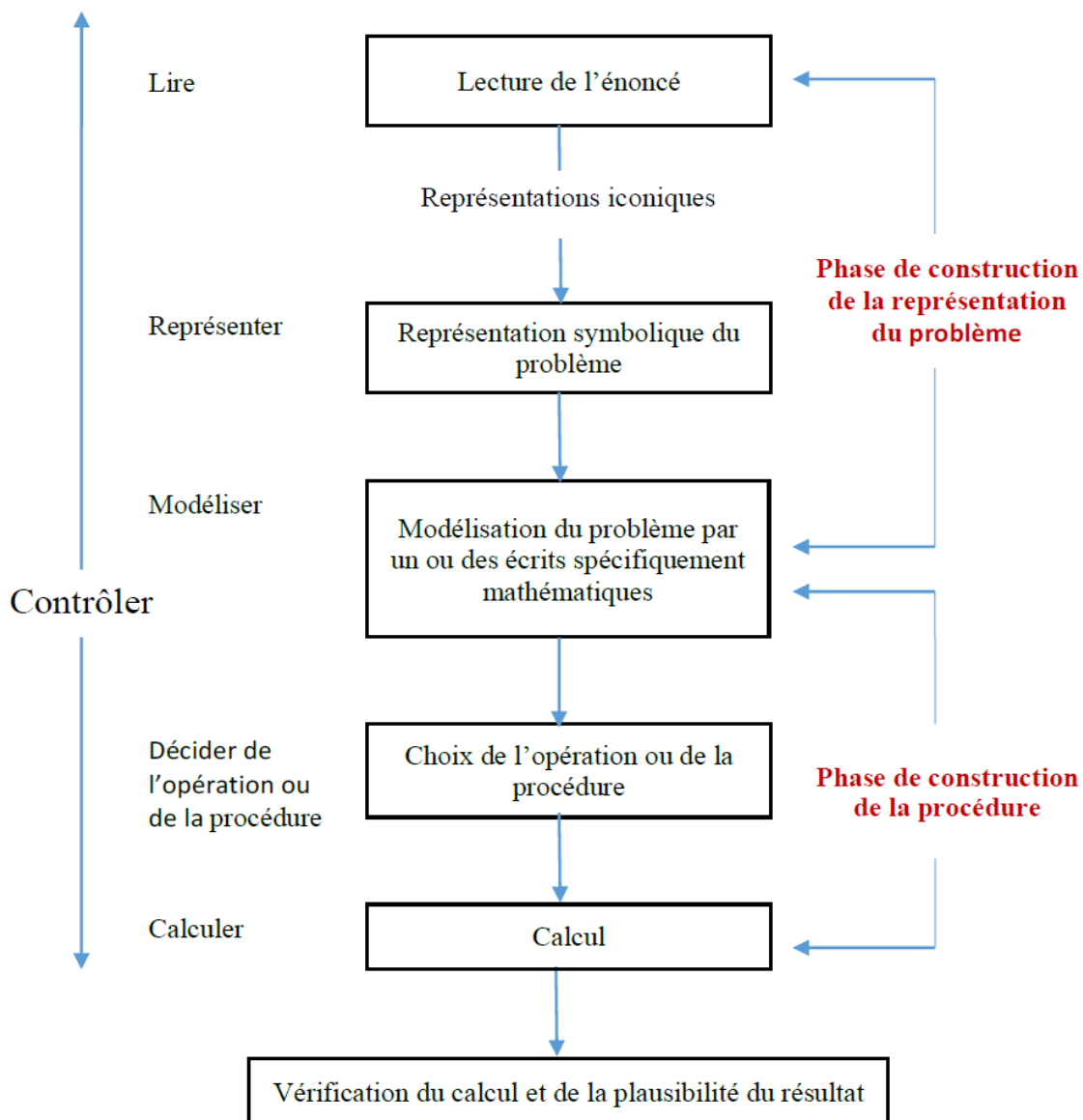


Figure 8 : Schéma illustrant les étapes de la résolution de problèmes d'Alain Descaves (Stecker Stella)

Les travaux de Jean Julo (1995, 2002), psychologue cognitiviste, montrent l'existence de processus spécifiques liés à l'activité de résolution de problèmes dont l'enjeu est de découvrir par soi-même une solution initialement in-envisagée, constituant au sens de Brousseau une situation a-didactique (1986 a). Deux processus interagissent :

1. les processus représentationnels qui désignent la mise en œuvre de représentations ponctuelles et occasionnelles, appelées par Julo « représentations particularisées ». On peut ainsi définir le processus d'interprétation et de sélection et le processus de structuration qui permet à la représentation de former un tout cohérent qui se structure.
2. Les processus opératoires appelés stratégies qui permettent de passer à une action réellement effectuée.

La résolution d'un problème ne se réduit donc pas à la compréhension de l'énoncé. Les représentations sont définies par les relations complexes entre le but et les conditions de réalisation de ce but. D'après Julo (1995), les schémas de problèmes sont les processus qui interviennent dans la résolution de problèmes : pour chaque nouveau problème rencontré et résolu, nous enrichissons notre mémoire des problèmes. Houdement (2011) valide l'existence d'une mémoire des problèmes résolus chez les élèves qui leur permettent d'inférer l'opération. Pour résoudre un problème, un élève peut adopter deux postures opposées (Houdement, 2017) :

1. l'activation dès la lecture d'un schéma adéquat qu'il associe, voire adapte au problème à résoudre
2. la construction « de toutes pièces » une représentation « ad hoc » du problème.

Le contexte du problème favorise l'une des postures. La responsabilité du choix de ce contexte relève de la responsabilité de l'enseignant constituant une variable didactique.

Enrichir la mémoire de problèmes des élèves permettrait de posséder des schémas auxquels se référer et comparer la nouvelle situation avec des situations de références connues (Houdement, 2017). Houdement précise que pour enrichir la mémoire de problèmes, les élèves devraient résoudre les problèmes qu'elle qualifie de « basique ». Cette catégorie regroupe les problèmes de structure additive et multiplicative décrit par Vergnaud (1986, 1997) dans la théorie des champs conceptuels. Cette terminologie est utilisée par le MEN dans le guide pour enseigner la résolution de problèmes à destination des enseignants (MEN, 2022).

2. Analyse de l'enseignement usuel et de ses effets

2.1. Etude des éléments de cadrage : référentiels, socle commun et programmes

Dans le socle commun de compétences, de connaissance et de culture de 2015, les mathématiques interviennent d'abord dans la validation de la composante 3 du domaine 1 : les langages pour penser et communiquer. Concernant les compétences visées par notre travail, elles s'inscrivent dans l'utilisation par les élèves « des principes du système de numération décimal et les langages formels (lettres, symboles...) propres aux mathématiques et aux disciplines scientifiques, notamment pour effectuer des calculs et modéliser des situations » (MEN, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, 2016).

Les programmes de 2016 puis de 2020 réaffirment l'importance donnée à la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques. En cycle 3, c'est elle qui permet de donner du sens aux notions et ainsi de justifier leur acquisition (MENJS, 2020a). Aux cycles 2 et 3, la résolution de problèmes est mise au cœur des apprentissages mathématiques. Tous les domaines mathématiques étudiés à l'école doivent l'être à travers le prisme de la résolution de problèmes (nombres et calculs, grandeurs et mesures). Tous les types de problèmes doivent être présentés aux élèves, des problèmes arithmétiques visés par notre séquence jusqu'aux problèmes pour apprendre à chercher.

Au cycle 2, les problèmes proposés ont pour objectif de découvrir, acquérir et questionner les notions. Ils sont en lien avec le domaine « Questionner le monde » (MENJS, 2020b). Au cycle 3, les notions mathématiques abordées doivent pouvoir être réinvesties lors de la résolution de problèmes. Cela montre leur maîtrise (MENJS, 2020a)

Les compétences travaillées en mathématiques peuvent l'être via la résolution de problèmes.

Compétences travaillées C2	Domaines du socle	Compétences travaillées C3
Chercher <ul style="list-style-type: none"> S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome. Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur. 	2, 4	Chercher <ul style="list-style-type: none"> Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc. S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
Modéliser <ul style="list-style-type: none"> Utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures. Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements. 	1, 2, 4	Modéliser <ul style="list-style-type: none"> Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne. Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
Représenter <ul style="list-style-type: none"> Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.). Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs. 	1, 5	Représenter <ul style="list-style-type: none"> Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages ...
Raisonner <ul style="list-style-type: none"> Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure. Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement. Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme. 	2, 3, 4	Raisonner <ul style="list-style-type: none"> Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.
Calculer <ul style="list-style-type: none"> Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu. Contrôler la vraisemblance de ses résultats. 	4	Calculer <ul style="list-style-type: none"> Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations). Contrôler la vraisemblance de ses résultats. Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.
Communiquer <ul style="list-style-type: none"> Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. 	1, 3	Communiquer <ul style="list-style-type: none"> Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation. Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Figure 9 : Comparatif des compétences travaillées en mathématiques aux cycles 2 et 3

Le recours aux schémas, en tant qu'outil à la fois pour « chercher » une solution, « modéliser » et « représenter » les problèmes, est clairement explicité. Il s'agit d'apprendre progressivement aux élèves à représenter une situation en la dessinant puis en la schématisant, et enfin en la modélisant.

2.2. Etude des pratiques usuelles et repérage des obstacles didactiques

- Enseignement usuel*

En France, comme dans les pays occidentaux, la résolution de problèmes à données numériques est enseignée par catégorie au cours de la scolarité des élèves : les problèmes se résolvant avec une addition, puis une soustraction, ensuite une multiplication et enfin une division. Au cycle 3, après avoir révisé les problèmes mettant en jeu une multiplication, les problèmes de division partition et division quotient sont introduits avec ou sans distinction selon les manuels.

Enfin une séquence mélangeant les trois types de problèmes est proposée. Cette catégorisation des problèmes s'appuie sur la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1997) et correspondent aux problèmes basiques définis par Houdement (2017). L'énoncé se présente sous la forme d'un texte d'une à deux lignes suivies de la question à laquelle les élèves doivent répondre. Aucune schématisation n'est proposée avec les énoncés. Elle doit être construite par l'élève si elle a fait l'objet d'un enseignement et est demandée par l'enseignant, constituant ainsi une variable micro-didactique de structuration des contenus.

Traditionnellement une séquence en résolution de problèmes est enseignée selon les étapes suivantes relevant des variables macro-didactiques. Elles sont adaptables selon le niveau des élèves (Grandclément, 2019) :

- Installation du problème de référence
- Déclinaison du problème de référence
- Rebrassage de tous les types de problèmes vus précédemment
- Nouveau problème de référence
- Déclinaison du problème de référence
- Rebrassage et production de problèmes

Les caractéristiques de l'enseignement français des problèmes devraient normalement permettre aux élèves d'enrichir leur mémoire de problèmes et donc d'être en réussite, mais cela n'est pas validé par les résultats des études internationales. Cette contradiction peut s'expliquer par les obstacles didactiques spécifiques à la résolution de problèmes.

- *Obstacles didactiques*

L'évolution des programmes a conduit les enseignants à considérer la résolution de problèmes comme un objet d'enseignement (Coppé et Houdement, 2002). Balmes et Coppé (1999) avaient déjà indiqué que les compétences transversales mise en œuvre en résolution de problèmes étaient découpées en « micro-compétences », comme par exemple chercher les données utiles, trouver la question à un énoncé, etc., qui faisaient l'objet de séances spécifiques au lieu de résoudre les problèmes. Chez les enseignants, il y a une confusion entre les connaissances mathématiques à acquérir et les compétences méthodologiques mises en œuvre dans la résolution de problèmes. Pour

résoudre un problème il ne s'agit pas de repérer des mots-clés, des mots inducteurs, des indices (comme « plus », « ajouter », « gagner » induisant une addition ou « moins », « retirer », « perdre » induisant une soustraction), de surligner les données importantes (données utiles, données inutiles), etc. Henaff (2014) souligne en effet que chercher des informations utiles dans un énoncé de problèmes est « inutile si l'élève comprend le problème et vaine s'il ne le comprend pas ». Par ailleurs, l'habillage de l'énoncé avec des données inutiles induit une charge cognitive supplémentaire chez les élèves qui peuvent gêner la compréhension et la modélisation du problème (Bulten, 2007).

Par ailleurs, pour enrichir la mémoire de problèmes, il faut permettre aux élèves de rencontrer des problèmes et de mener leur résolution jusqu'à son terme. Houdement (2011) précise qu'un écueil de l'enseignement des problèmes est que, malgré la fréquentation des problèmes, leur résolution n'est pas menée jusqu'à son terme. En effet, le temps de recherche pour les élèves à besoins particuliers notamment est stoppé dès lors que les meilleurs ont terminé. Julo (2001) précise que les élèves à besoins particuliers n'ont alors pas l'opportunité de résoudre des problèmes mais se contentent d'assister à la correction. Ils sont alors victime de « carence » en matière de résolution de problèmes. Donner un temps suffisant à chacun relève du choix didactique de l'enseignant et doit être envisagé comme une variable du cadre et du dispositif, permettant ainsi à chacun d'enrichir sa mémoire de problèmes.

3. Analyse de la conception des formés, des difficultés et des obstacles qui marquent leur évolution

3.1. Conceptions et difficultés des élèves en résolution de problèmes

L'observation des classes successives que nous avons pu avoir, quel qu'en soit le niveau, lors de l'annonce d'une séance de résolution de problèmes provoque toujours chez les élèves des « oh non », « pfouu » et autre manifestation physique que le moment qui va arriver est redouté, subi. Le monde s'écroule car pour la plupart l'engagement demandé est ressenti comme important par rapport à la réussite de la tâche.

Jean Julo (1995) a défini les défauts chez les élèves en difficulté qui apparaissent lors de la phase de structuration :

- l'instabilité des points de vue : l'élève change d'un coup de point de vue sans logique. Cela peut faire suite à un calcul, une phrase entendue.
- l'incohérence des éléments pris en compte : l'élève retient des informations superficielles et passe à côté d'éléments pertinents.
- l'insensibilité aux contradictions : l'élève ne contrôle pas sa démarche, il peut l'abandonner rapidement.

Par ailleurs, Houdement (2017) précise que les élèves rencontrant des difficultés à résoudre des problèmes, mettent peu ou pas en place les opérations mentales souvent implicites voire inconscientes qu'elle nomme « les inférences » (mobilisation d'une connaissance) et « les contrôles » sur le résultat obtenu avant que celui-ci ne soit considéré comme la réponse. L'auteure a défini 3 types d'inférences et contrôles :

- ceux de nature sémantique : « l'interprétation de la situation du problème » liée à « la représentation que l'élève se fait du problème »
- ceux de nature pragmatique : « la connaissance de la réalité évoquée par le texte du problème permet d'inférer et/ou régule le résultat ».
- ceux de nature syntaxique : « les transformations d'écritures et reformulations langagières d'une part, et les conversions entre oral et écrit d'autre part »

Enfin, Houdement indique que certains élèves ne maîtrisent pas « l'utilisation d'écritures pré-algébriques (et la transformation de ces écritures) », entraînant des difficultés à écrire les opérations relatives au problème.

Les constats effectués à la fois par les enseignants et les chercheurs trouvent leur origine dans la notion d'obstacle épistémologique selon la définition de Brousseau donnée précédemment.

3.2 Repérage des obstacles épistémologiques à la résolution de problèmes

Résoudre un problème numérique consiste à établir une relation entre les données de l'énoncé et l'opération sous-jacente. Cette définition met les élèves face à différents types

d'obstacles :

- des obstacles langagiers liés notamment la syntaxe et au vocabulaire utilisé. Feyfant (2015) indique qu'une des causes probables de non résolution de la part des élèves est « une compréhension imparfaite de la situation décrite dans l'énoncé. »
- des obstacles cognitifs
 - Liés d'une part à la construction d'une représentation mentale incorrecte de la situation-problème. Fayol (2000) a montré que les résultats en résolution de problèmes sont corrélés aux performances en lecture. Plus la situation présentée dans l'énoncé est familière à l'élève, plus la compréhension sera facilitée. De plus, il est plus complexe pour un élève de construire une image mentale si l'énoncé ne correspond pas à la conception intuitive que l'élève a des opérations (Lakoff, 2001). Ainsi un problème mettant en jeu une perte peut être résolu grâce à une addition et non pas une soustraction.
 - Liés d'autre part au processus de mise en relation entre la situation et l'opération. Dans ses travaux, Feyfant (2015) précise qu'un élève peut ne pas résoudre correctement le problème même s'il a compris l'énoncé et maîtrise la technique opératoire. En effet, il peut arriver que le choix de la stratégie de résolution soit influencée par certains termes présents dans l'énoncé (Daroczy, 2020) comme les mots « moins », « plus ». Par ailleurs, l'énoncé peut contenir des éléments facilitants ou non la définition de l'opération en jeu. L'opération évoquée par le contexte peut ne pas être celle qui mène à la solution (Bassok, 1998).
 - Enfin liés aux connaissances mathématiques réellement maîtrisées par les élèves relatives aux champs numériques mis en jeu (grands nombres ou petits nombres) et à la représentation des nombres utilisés (écriture en chiffres, en lettres, fractionnaire, décimale...)

3.3. Les aides proposées pour dépasser les obstacles épistémologiques

Pour lever ces obstacles, plusieurs types d'aides peuvent être proposées. En regroupant les problèmes par catégorie, Vergnaud (1981, 1997), à travers la théorie des champs conceptuels, encourage un enseignement explicite qui favorise l'utilisation de représentations permettant de clarifier les ressemblances et les différences entre problèmes et également de faciliter

l'identification des relations et des raisonnements en jeu dans chaque catégorie. Par ailleurs, Nguala (2005, 2006) a étudié l'aide apportée par la multiprésentation proposée par Julo (1995), en présentant trois problèmes qui se ressemblent c'est à dire ayant la même organisation (structure mathématique, nombres, syntaxe sont identiques, les informations arrivent dans le même ordre avec la même organisation énonciative). L'intérêt de la multiprésentation (Julo, 1995) est d'être peu directive au niveau du processus de résolution lui-même et de ne concerner que l'activité de représentation. Les résultats de l'étude sur les problèmes de proportionnalité montrent que « un problème est mieux résolu s'il est dans une liste de problèmes ressemblants, que l'on impose à l'élève d'en résoudre un seul choisi ou tous. » (Nguala, 2005). Ces résultats sont confirmés avec les problèmes de type multiplicatif (Nguala, 2006). Ainsi, il a été montré que chaque élève crée ses représentations et enrichit sa mémoire de problèmes, ce qui lui permet de reconnaître que tel problème relève de tel schéma déjà rencontré, et de s'engager dans une procédure de résolution. Les choix opérés par les enseignants (type d'énoncé familier ou non, type de présentation avec schéma ou non, domaine numérique, catégorisation des problèmes ou non, multiprésentation, explicitation) pour permettre à leur élève de lever ses obstacles épistémologiques constituent des variables microdidactiques.

Par ailleurs, le recours à la schématisation comme variable de structuration des contenus est régulier chez les enseignants. L'objectif déclaré étant de vouloir faciliter la compréhension de l'énoncé en fournissant aux élèves en difficulté une représentation des données de l'énoncé. Laparra (2009) a montré le rôle déterminant de la pratique enseignante dans l'utilisation des schémas. Introduit par l'enseignant uniquement pour exposer les données du problème, le schéma peut être une source de difficulté supplémentaire pour l'élève du fait de la charge cognitive supplémentaire entraînée par son traitement, notamment si le schéma est contraire à la représentation construite par l'élève. Cependant, l'auteur préconise, en accord avec Julo (2001) que la schématisation soit véritablement enseignée comme représentation d'une catégorie de problèmes selon la typologie définie par la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1997) . Cela permettrait aux élèves d'acquérir « un code stable de représentation des problèmes ».

3.4. Cas particulier des problèmes à variation

Bartolini Bussi (2012) a étudié les programmes et les manuels scolaires définissant l'enseignement des mathématiques en Chine afin de comprendre les bons résultats des élèves chinois en mathématiques comparativement à ceux des élèves italiens. Elle s'est attachée à comparer les systèmes éducatifs italiens et chinois. Elle a étudié les gestes professionnels que des enseignants italiens expérimentés déploient pour mettre en œuvre les problèmes à variation dans leur classe, l'un avec des problèmes additifs, l'autre avec des problèmes multiplicatifs. Dans le système éducatif italien, les professeurs enseignent successivement l'addition puis la soustraction (comme traditionnellement en France) alors que dans le système éducatif chinois, les deux opérations sont proposées simultanément. Ainsi les problèmes à variation que les élèves doivent résoudre illustrent les relations entre les nombres et la structure mathématique mise en jeu (Bartolini Bussi, 2012, 2013). Ils sont amenés à caractériser les invariants de la relation entre le concept mathématique et la solution au problème. En effet, dans le système éducatif chinois, pour une même situation, un élève est capable de voir différentes façons de poser et de résoudre les problèmes. Il est important de noter que l'utilisation des problèmes à variation permet aux enseignants chinois de faire le lien entre les problèmes présentés dans les manuels et les problèmes proposés lors des examens. Il s'agit donc d'une étape dans la séquence d'enseignement (Bartolini Bussi, 2011). La figure 10 présente un exemple de problèmes à variation en CE1.

First solve the nine problems below. Then explain why they have been arranged in rows and columns in this way, finding relationships

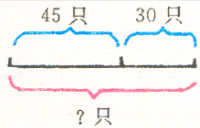
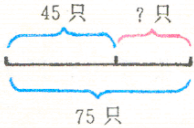
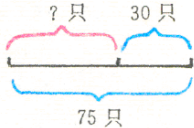
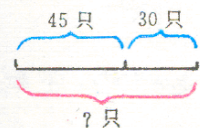
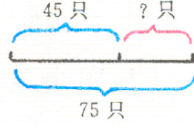
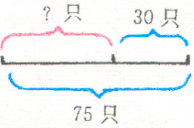
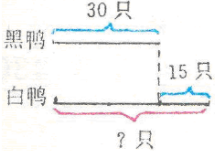
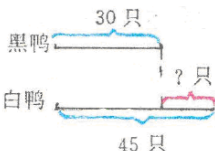
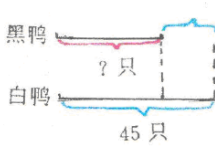
<p>(1) In the river there are 45 white ducks and 30 black ducks. All together how many ducks are there?</p> 	<p>(2) In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 45 are white ducks. How many black ducks are there?</p> 	<p>(3) In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 30 are black ducks. How many white ducks are there?</p> 
<p>(1) In the river there is a group of ducks. 30 ducks swim away. 45 ducks are still there. How many ducks are in the group (at the beginning)?</p> 	<p>(2) In the river there are 75 ducks. Some ducks swim away. There are still 45 ducks. How many ducks have swum away?</p> 	<p>(3) In the river there are 75 ducks. 30 ducks swim away. How many ducks are still there?</p> 
<p>(1) In the river there are 30 black ducks. White ducks are 15 more than black ducks (black ducks are 15 less than white ducks). How many white ducks are there?</p> 	<p>(2) In the river there are 30 black ducks and 45 white ducks. How many white ducks more than black ducks (How many black ducks less than white ducks)?</p> 	<p>(3) In the river there are 45 white ducks. Black ducks are 15 less than white ducks (white ducks are 15 more than black ducks). How many black ducks are there?</p> 

Figure 10 : Exemple de problèmes à variation

(Beijing education science research institute and Beijing instruction research center for basic education (1996))

Les problèmes à variation ont la particularité de présenter des problèmes équivalents utilisant des opérations inverses. Cela permet de relier les opérations l'une à l'autre, les problèmes étant considérés comme un tout. On ne propose donc pas un problème mais une série de problèmes liés les uns aux autres. On peut remarquer que la catégorisation de ces problèmes correspond à celle définie par Vergnaud (1997) dans la théorie des champs conceptuels. C'est la différence culturelle

d'enseignement qui est mise en avant ici : les problèmes ne sont pas enseignés comme une suite de catégories (culture occidentale) mais comme un tout indissociable (culture chinoise) (Bartoloni Bussi, 2011). La présentation simultanée de l'énoncé, de la question et de sa représentation pour différentes catégories de problèmes permet de suivre la recommandation de Laparra (2009) : chaque catégorie de problèmes est codée. Par ailleurs, le milieu ainsi défini doit permettre aux élèves d'accéder plus facilement à la compréhension de la situation et à sa représentation en s'appuyant sur les points communs et les différences entre les problèmes. Ces deux éléments devraient contribuer à lever les obstacles épistémologiques liés à la construction de la représentation mentale rencontrés par les élèves.

Par ailleurs, contrairement à la multiprésentation, la présentation avec des problèmes à variation est assez directive au niveau du processus de résolution. En effet, la schématisation donne accès à la nature du nombre cherché (un nombre plus grand ou plus petit que les données de l'énoncé) et guide le choix de l'opération (addition ou soustraction dans l'exemple présenté). On s'affranchit ainsi des obstacles épistémologiques liés à la mise en relation entre l'énoncé et l'opération.

La seconde étape dans la résolution de problèmes à variation consiste à chercher les points communs entre les problèmes présentés en colonne puis en ligne. Les élèves sont alors amenés à verbaliser les critères de catégorisation des problèmes, favorisant la représentation au sens de Julo (1995).

Ainsi le milieu présenté ci-dessus implique une modification des processus cognitifs mis en jeu dans la résolution de problèmes par rapport au milieu habituellement déployé en France.

Même si les études menées par Bartoloni Bussi n'ont pas cherché à déterminer l'impact des problèmes à variation sur l'enrichissement de la mémoire de problèmes, les résultats des élèves ayant étudiés ceux de type additif montrent un impact positif. Ainsi à partir de l'exemple proposé ci-dessus (figure 10), Bartoloni Bussi (2011) a montré que tous les élèves résolvent la tâche correctement bien qu'à des moments différents. Dans un nombre limité de cas l'enseignant aide pour les problèmes de la troisième rangée. Les stratégies utilisées par les élèves sont principalement basées sur la longueur et la couleur des parenthèses qui les orientent vers un raisonnement

algébrique (plutôt que sur raisonnement arithmétique). La plupart des élèves prennent conscience que si $a+b=c$ alors $c-a=b$ et $c-b=a$, indépendamment de la valeur spécifique des nombres a, b, c . Par ailleurs, alors que les élèves ciblés n'ont plus jamais été confronté à ce type de problèmes, ils semblent avoir acquis une certaine attitude (par exemple pour lier addition et soustraction), qui les rend meilleurs solveurs de problèmes additifs que les élèves de niveau identique dans d'autres classes. Ils obtiennent également de meilleurs résultats lors des évaluations nationales italiennes.

4. Analyse du champ des contraintes dans lequel va se situer la réalisation didactique effective

4.1. Contraintes institutionnelles

La résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire depuis de nombreuses années et la volonté de recentrer les apprentissages sur les savoirs fondamentaux (MEN, 2020 a). Afin de permettre aux enseignants de construire des séquences en résolution de problèmes à données numériques permettant à chaque élève de progresser, le Ministère de l'Education Nationale a publié un guide à destination des enseignants de cycle 3 (MEN, 2022). Plusieurs pistes de travail sont définies et explicitées :

- Fixer au sein des équipes éducatives, du cycle 2 à la 6ième, afin de définir des objectifs précis et construire une progression commune
- Rendre visible pour les élèves les objectifs de la séquence via un enseignement le plus explicite possible.
- Laisser les élèves résoudre des problèmes tout en les accompagnant, ce qui s'inscrit pleinement dans les conclusions des travaux de Julio afin de favoriser la résolution réelle de problèmes.
- Développer des stratégies efficaces
- Différencier les propositions afin de permettre à tous les élèves de progresser
- Rendre visible les procédures de résolution de problèmes, les généraliser et constituer une mémoire collective à travers une trace écrite lors de la phase d'institutionnalisation.
- Utiliser les schémas pour faire apparaître les points communs et les différences entre les situations problèmes rencontrées. En ce sens, cette préconisation s'appuie sur la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1997) définie précédemment et suit les recommandations de Lappara (2009) et Julio (2001). Elle donne à la schématisation une place importante en

tant que variable didactique. Les schémas à variation ont ainsi pleinement leur place dans cette stratégie.

- Utiliser l'évaluation afin de permettre aux enseignants de connaître précisément les connaissances et compétences acquises par leurs élèves.
- Utiliser les outils numériques pour favoriser les échanges ou bien le nombre de problèmes traités par exemple.

4.2. Au niveau humain

Les deux classes qui ont participé à notre étude ont des caractéristiques communes :

- Ce sont des écoles rurales de sept classes.
- Les établissements ne sont pas classés en zone d'éducation prioritaire REP ou REP+.
- Les élèves ciblés par notre étude font partie d'une classe double niveau CM1/CM2.
- Les élèves de CM1 visés par l'expérimentation constituent un groupe hétérogène dont les effectifs sont comparables (13 élèves pour la classe 1 et 14 élèves pour la classe 2).
- Dans chaque classe, certains élèves de CM1 rencontrent des difficultés importantes et bénéficient d'un travail adapté voir de niveau différent ou bien sont accompagnés par une AESH, les autres ont un niveau fragile à bon.

Ces caractéristiques permettent de définir un cadre commun réduisant les disparités liées au contexte socio-culturel des élèves. La grande hétérogénéité des élèves constitue la principale contrainte dans chaque classe.

Les classes ont également chacune leur spécificité :

- Classe 1 :
 - Un élève présente des difficultés de comportement.
 - Un élève est accompagné par une AESH.
- Classe 2 :
 - Un élève est accompagné par une AESH.

Les enseignantes sont toutes les deux expérimentées avec respectivement 13 ans et 22 ans d'ancienneté. Elles ont également toutes les deux une importante expérience en cycle 3. Elles sont en poste dans leur école depuis respectivement 5 et 3 ans. Elles ont toutes deux acceptées de participer à notre étude librement. Ainsi, ces conditions permettent de limiter les disparités liées à l'expérience des enseignants.

4.3. Au niveau didactique

Afin de pouvoir s'affranchir de l'effet maître (Bressoux, 2001), nous avons proposé à chaque enseignante une séquence d'enseignement qui ont des caractéristiques communes (détaillées dans la conception et l'analyse a priori) : même nombre de séances, mêmes problèmes, même mise en œuvre. Seule la présentation des problèmes lors des séances 2 et 3 diffèrent : l'enseignante 1 présente à ses élèves des problèmes classiques contenant l'énoncé et la question alors que l'enseignante 2 présente les problèmes à variation avec l'énoncé, la question et la représentation schématique (uniquement lors de la séance 2), définissant des milieux différents. Les problèmes (Annexe 1) sont issus de la méthode « Résoudre des problèmes CM1 » de Henaff (2022). Ils ont été modifiés afin que les résultats des divisions ne présentent pas de reste. Cette méthode est utilisée par l'enseignante 1 habituellement.

Ainsi, pour pouvoir déterminer si l'utilisation des problèmes à variation constitue un milieu favorisant la mise en mémoire des schémas de problèmes et permettant la levée des obstacles didactiques et épistémologiques définis précédemment, nous avons cherché à créer des milieux où seul le type de problème mis en œuvre constitue une variable didactique.

Chapitre 6 : La conception et l'analyse a priori

L'analyse a priori a pour objectif d'élaborer des hypothèses relatives aux effets prévisibles des intentions des enseignants sur les mises en œuvre et les contenus enseignés avec les analyses préalables et les options théoriques retenues. Le cadre de variabilité de Marc Bru (1991) définit les variables macro et micro didactiques servant de levier au chercheur pour agir afin de provoquer des dynamiques. Les variables macro-didactiques définissent l'organisation générale de l'ingénierie. Les variables micro-didactiques précisent l'organisation d'une séance d'apprentissage.

1. Variables macro-didactiques

Les variables de commande macro-didactiques concernent l'organisation générale de l'ingénierie et définissent l'organisation et la structure de la séquence.

Quels contenus enseigner ?

Les compétences à enseigner sont définies et affirmées par les programmes de l'Education Nationale depuis les années 1970 et l'émergence de la didactique des mathématiques grâce à Brousseau. La séquence s'inscrit dans une progression au cours de laquelle les problèmes de type additif (addition, soustraction) ont déjà été revus dans les deux classes de notre étude. Les problèmes utilisant la multiplication ont été vus en CE2. Ce sont des pré-requis à la séquence présentée ici.

La séquence d'enseignement a pour objectif de faire acquérir aux élèves les quatre compétences ci-dessous :

- Compétence 1 : Connaître les caractéristiques des problèmes multiplicatifs (multiplication, division quotient et division partition)
- Compétence 2 : Schématiser la situation
- Compétence 3 : Choisir l'opération correspondante (multiplication/division)
- Compétence 4 : Ecrire la phrase réponse correspondante

Comment organiser la séquence ?

Dans les deux classes de notre étude, la séquence est organisée de façon à permettre aux élèves de résoudre des problèmes définis comme basiques par Houdement (2011) et d'enrichir leur mémoire de problèmes (Julo 1995) grâce à la présentation quotidienne de problèmes. Cependant, pour la seconde classe, l'utilisation des problèmes à variation (Bartoluni Bussi 2012) comme variable micro-didactique devrait permettre aux élèves de lever d'une part l'obstacle didactique que représente l'introduction de schémas par l'enseignant et d'autre part l'obstacle cognitif lié à la représentation de la situation. Nous supposons que la mise en place de ce milieu favorisera la mémorisation des structures des problèmes.

La séquence est organisée en 5 séances définies de la manière suivante (Annexe 2) :

Séance	Classe 1	Classe 2
1	Evaluation diagnostique avec des problèmes classiques afin de déterminer les représentations et les compétences des élèves.	Evaluation diagnostique avec des problèmes classiques afin de déterminer les représentations et les compétences des élèves.
2	Caractériser les problèmes de division (quotition et partition) afin de les différencier	Caractériser les problèmes de type multiplicatif (multiplication /division) en s'appuyant sur les problèmes à variation, la schématisation étant donnée.
3	Caractériser les problèmes de division (quotition et partition) afin de les différencier	Résoudre des problèmes de type multiplicatif (multiplication /division) et construire la représentation schématique en s'appuyant sur les énoncés à variation
4	Résoudre des problèmes multiplicatifs (multiplication/division)-choisir l'opération	Résoudre des problèmes multiplicatifs (multiplication/division)-choisir l'opération
5	Résoudre des problèmes multiplicatifs -évaluation sommative de notre recherche qui nous permettra de mesurer l'évolution des compétences des élèves.	Résoudre des problèmes multiplicatifs -évaluation sommative de notre recherche qui nous permettra de mesurer l'évolution des compétences des élèves.

Tableau 1 : Organisation de la séquence d'enseignement pour les deux classes

Lors des séances, pour la classe 1, aucun schéma n'est fourni à l'élève avec les énoncés. Henaff (2022) précise que « au CM1, le dessin et la manipulation n'ont pas leur place dans la résolution de problèmes, à l'exception de quelques problèmes de recherche ou pour des élèves en difficulté importante et persistante lors de séances spécifiques de remédiation. L'enseignant peut alors y avoir recours à condition que l'objectif soit l'acquisition des procédures et leur transfert dans une résolution par le calcul ».

Comment structurer les séances ?

Pour les 2 classes, les différents temps d'une séance (hors séance d'évaluation 1 et 5) sont définis selon la chronogénèse suivante :

- Temps 1 : L'introduction de la séance consiste pour l'enseignante à présenter les savoirs en jeu, les positionner au regard des connaissances déjà acquises des élèves, définir les différents temps de la séance et les critères de réalisation. Cette démarche explicite pratiquée par l'enseignante a pour objectif de lever les implicites, favoriser la clarté cognitive des élèves.
- Temps 2 : La recherche individuelle permet aux élèves d'entrer dans une recherche cognitive. Ce temps a pour but de leur permettre de lever les obstacles langagiers et cognitifs que représentent la compréhension de l'énoncé et la construction de la représentation.
- Temps 3 : La confrontation en groupe permet de confronter les résultats, se mettre d'accord sur la représentation/l'opération/la phrase réponse. L'élève est placé dans une situation de conflit socio-cognitif qui précède l'institutionnalisation.
- Temps 4 : L'institutionnalisation permet à l'enseignante de valider ou invalider les propositions des élèves, formaliser les connaissances soulevées par la résolution de problèmes
- Temps 5 : Le bilan de séance a pour objectif de rappeler ce qui a été appris et pourra être réinvesti lors des séances ultérieures.

Les différentes phases de la séance prévoient l'alternance de situations didactiques au sens de Brousseau (temps 1, 4 et 5) avec des situations a-didactiques (temps 2 et 3). Le milieu défini dans chaque classe va induire d'une part le déploiement de gestes professionnels adaptés de la part

des enseignantes et d'autre part une adaptation des élèves de la classe 2 non habitués à fréquenter les problèmes à variation.

2. Variables micro-didactiques

Les variables de commande micro-didactiques concernent l'organisation des séances, ce qui définit pour notre recherche l'organisation du milieu (Brousseau, 1986).

Variables de structuration et d'organisation des contenus visés

2.1. Variables d'organisation des contenus :

- Les compétences acquises par les élèves seront réinvesties lors de la séance 5 au cours de laquelle ils devront résoudre des problèmes 'classiques' conformément aux éléments de cadrage définis par les programmes de cycle 3 (MEN, 2020a).
- **Transformation des contenus :** Outils didactiques prévus pour l'activité des élèves et l'appropriation de la démarche.

Les deux classes travailleront à partir de problèmes multiplicatifs tirés du manuel de Henaff (2022) modifiés pour que le résultat de la division ne présente pas de reste. Ils seront transformés en problèmes à variations avec ou sans représentations schématiques pour la classe 2, définissant ainsi des milieux différents.
- **Organisation des contenus** L'hétérogénéité est prise en compte à travers différentes modalités :
 - La manipulation de matériel, la manipulation précédant la représentation dans le processus de construction du sens. La modélisation fait partie des compétences et connaissances à travailler dans les programmes (MEN, 2020a).
 - L'étayage de l'enseignante pour soutenir l'activité cognitive, la décomposer en sous-tâches.
 - L'utilisation de la calculatrice pour obtenir le résultat afin que les compétences en calcul mental ou calcul posé ne soit pas un frein à l'obtention d'un résultat numérique.

2.2. Variables des activités sur les contenus :

Les activités cognitives que les élèves devront mettre en œuvre pour résoudre les problèmes proposés sont :

- Lire l'énoncé
- Construire la représentation ad-hoc du problème via l'activation des schémas ou la reconstruction pas à pas
- Construire le schéma correspondant (sauf lors de la séance 2 pour la classe 2)
- Choisir l'opération correspondante et l'écrire
- Calculer le résultat
- Vérifier la vraisemblance du résultat
- Ecrire la phrase réponse

Variables processuelles

2.3. Dynamique de l'activité scolaire chez le professeur

L'enseignant peut se positionner selon plusieurs modalités en fonction des différents temps de la séance. Chaque modalité participe à lever les obstacles langagiers et cognitifs identifiés, que ce soit en relation individuelle ou bien avec un groupe.

- Questionnement-au début du temps 2 de recherche individuelle : cela permet à l'enseignant d'engager cognitivement l'élève/le groupe notamment en lui faisant verbaliser la représentation en cours de construction, les problèmes liés au lexique...
- Relance de la dynamique lors du temps 3 de confrontation en binôme : les élèves sont de nouveau mobilisés
- Feedback lors des temps 2 de recherche individuelle et 3 de confrontation : l'enseignant peut permettre à un élève de modifier sa représentation initiale de la situation problème en s'appuyant sur ses productions. L'attitude V-I-P (Valoriser-Interpréter-Poser un écart) définie

par Brigaudiot (2014) permet à l'enseignant à la fois de valoriser la réflexion menée par l'élève, de reformuler la démarche cognitive mise en œuvre par l'élève, et de rendre explicite l'écart par rapport à ce qui est attendu.

2.4. Type de consigne :

- **Guidage :** Dans les deux classes, les enseignantes déploient un enseignement explicite avec la présentation des objectifs de la séance, l'institutionnalisation des savoirs en jeu et les liens entre les différentes séances.
- **Procédure :** Les caractéristiques des problèmes et la démarche de résolution est explicitée lors de la mise en commun de la séance 2 puis rappelée en début des séances 3 et 4.

2.5. Evaluation : Evaluation diagnostique en séance 1 et évaluation sommative en séance 5.

Les deux classes disposent des mêmes problèmes avec une présentation classique (énoncé suivi d'une question).

Variables relatives au cadre et au dispositif

2.6. Organisation spatiale

Au cours d'une séance, l'enseignante et les élèves occupent différents espaces en fonction des différentes activités mise en œuvre.

- Un temps de dévolution de consigne où chaque élève est à son bureau et l'enseignante devant les élèves afin de présenter de façon explicite les enjeux et attendus de la tâche à venir.
- Un temps de recherche individuel lié à un espace élève/enseignante au même niveau.
- Un temps d'échange en binôme où l'enseignante se situe au niveau du binôme-élèves

Dans les deux classes, les enseignantes ont organisé l'espace de façon à ce que les élèves soient les uns à côtés des autres en ligne.

2.7. Organisation temporelle

- Lors des séances 1 et 5 d'évaluation, les étapes sont réparties selon la chronologie suivante :
 - dévolution de la consigne : 5 à 7 minutes
 - recherche individuelle : 20 minutes

- Lors des séances 2, 3 et 4, les étapes sont réparties selon la chronologie suivante :

-Consigne : 5 à 7 minutes

-Temps 1 de recherche individuelle : 20 minutes

-Temps 2 d'échange : 15 minutes

-Temps 3 de mise en commun et synthèse : 20 minutes

2.8. Médias et supports

Dans chaque classe, chaque élève recevra une feuille avec les énoncés des problèmes à chaque séance. Les recherches et les résultats seront écrits dans le cadre correspondant à chaque problème. Cela permet de conserver la trace des essais de résolution des problèmes de la part des élèves.

Chapitre 7 : Démarche méthodologique

1. Méthodologie

1.1. Contexte

Notre expérimentation portant sur les problèmes de type multiplicatif en cycle 3, nous avons travaillé avec deux classes de CM1/CM2, dans des écoles différentes, ayant chacune 7 classes et se situant en milieu rural dans la même circonscription en Gironde. L'enseignante 1 enseigne depuis 13 ans et accueille cette année 23 élèves, 13 CM1 et 10 CM2. L'enseignante 2 enseigne depuis 22 ans et accueille cette année 25 élèves, 14 CM1 et 11 CM2.

1.2. Description de la démarche

L'objectif de notre travail est de chercher à savoir si l'enseignement de la résolution de problèmes utilisant la présentation sous forme de problèmes à variation permet aux élèves d'une part d'enrichir leur mémoire de problèmes, facilitant ainsi leur résolution, et d'autre part d'améliorer le taux de réussite. Notre recherche d'ingénierie didactique s'est décomposée en plusieurs étapes. Les données ont été relevées entre novembre 2022 et janvier 2023.

- Etape 1 : Le relevé des conceptions initiales des formés, les élèves des deux classes.

La situation de référence donnée aux élèves en amont de la séquence a pour but de faire émerger les représentations des élèves sur les problèmes multiplicatifs, la mobilisation du schéma comme outil de la construction cognitive et/ou de valider des acquis. Il s'agit d'une évaluation diagnostique au moyen d'une production écrite constituée de trois problèmes à résoudre relevant chacun d'un type spécifique (multiplication, division-partition, division-quotition). Chaque problème est présenté classiquement : l'énoncé précède la question. Il n'y a aucun rapport de sens entre les trois énoncés. Les données récoltées constituent des données provoquées (Van Der Maren, 1996) et ont une valeur quantitative (choix de l'opération, présence ou absence de schéma,) Des entretiens d'autoconfrontation (Vermesch, 1994) avec les élèves sont menés pour relever des données suscitées (Van Der Maren, 1996) permettant d'analyser les processus cognitifs mis en jeu.

Les entretiens sont audiofilmés puis transcrits intégralement en verbatim. Les données récoltées seront traitées de manière qualitative.

- Etape 2 : Le déroulement de la séquence.
- Etape 3 : Le retour sur la situation de référence.

Le retour sur la situation de référence via une seconde production écrite permet de mettre en tension des données provoquées (Van Der Maren,1996) issues de l'évaluation diagnostique avec les nouvelles données provoquées issues de l'évaluation sommative. Il en est de même avec les données suscitées (Van Der Maren,1996) relevées lors d'un second entretien d'autoconfrontation. Selon la méthodologie de l'ingénierie didactique, il s'agit de l'analyse a posteriori et de la validation interne des hypothèses. Dans le retour sur la situation de référence, la mise en tension des données provoquées et suscitées ante/post épreuve permet d'éclairer et de mesurer l'effet du dispositif sur les apprentissages.

1.3. Contrat de recherche

Le contrat de recherche est établi entre l'enseignant et le chercheur et a pour objectif de définir le rôle des deux parties avant l'engagement de l'enseignant dans le processus, ceci afin de travailler dans un climat d'échange et de confiance réciproque (Annexe 3). Nous avons contacté les enseignantes quelques semaines avant l'expérimentation afin de définir les conditions du protocole de recherche et de sa mise en œuvre. Nous avons détaillé la chronologie des séances et des temps d'enregistrement, l'anonymisation des données recueillies et de tous les documents. Le consentement concernant les enregistrements audios et vidéos est également reçu. Nous avons demandé la signature de la demande d'accueil par les directrices des écoles ainsi que par l'Inspecteur de circonscription. Nous avons également demandé les autorisations parentales nécessaires au recueil des données.

Nous avons pu effectuer l'entretien avec l'enseignante 1 le 9 novembre et celui avec l'enseignante 2 le 17 novembre. Puis nous avons relevé les données (réalisation des problèmes suivi des entretiens avec les élèves du panel) lors des séances 1 et 5 et nous avons prévu d'observer les

élèves lors de la séance 3 d'apprentissage soit :

- les 17 novembre, 29 novembre et 15 décembre 2022 dans la classe 1
- les 29 novembre, 15 décembre 2022 et 13 janvier 2023 dans la classe 2.

2. Recueil de données

2.1. Question de recherche 1 : *Le milieu défini par les problèmes à variation développe-t-il les compétences « modéliser » et « représenter » nécessaires à la résolution de problèmes multiplicatif ?*

- Données recherchées

Au cycle 3, la résolution de problèmes permet aux élèves de montrer leur maîtrise des notions mathématiques (MENJS, 2020a). Les compétences spécifiques à acquérir « chercher » une solution, la « modéliser » et la « représenter », « raisonner » à partir des données de l'énoncé, « calculer » un résultat et « communiquer » à la fois le résultat avec des notations mathématiques et également la démarche mise en œuvre. Pour répondre à notre première question de recherche, nos données s'inscrivent dans les compétences modéliser via la reconnaissance de la catégorie du problème et le choix de l'opération, « représenter » via la réalisation d'un dessin ou d'un schéma. Pour ces données quantitatives, le critère de réussite correspond à la mise en œuvre d'une procédure correcte de résolution du problème, même si dans l'exécution subsistent des erreurs de calculs. Nous n'étudierons pas la compétence « calculer un résultat exact » dans notre recherche.

- Modalités de recueil et transcription des données

Afin de pouvoir définir le taux de réussites des élèves dans les compétences « modéliser » et « représenter », nous avons proposé aux élèves les mêmes évaluations diagnostiques et finales. Nous nous appuyons sur les travaux des élèves afin de réaliser d'une part des statistiques globales pour les élèves d'une même classe et d'autre part des statistiques comparatives entre les deux classes.

- Description de la méthode d'analyse

Pour analyser les données quantitatives relevées, nous avons réalisé des tableaux présentant les résultats statistiques relatifs aux différentes compétences. Pour cela, nous avons défini 3 critères :

1. La présence d'une réponse exacte, quelque soit la forme prise par celle-ci.
2. Le choix de l'opération :
 - Indicateur 1 : choix de l'opération experte correcte (multiplication / division) indiquant une maîtrise de la catégorisation correcte
 - Indicateur 2 : choix de l'opération non experte correcte (addition itérée / multiplication à trou...) mais indiquant une maîtrise de la catégorisation correcte
 - Indicateur 3 : choix de l'opération incorrecte (addition ou soustraction) indiquant une non maîtrise de la catégorisation
3. La présence d'un schéma/dessin illustrant la situation problème :

Puis nous les avons traduits sous la forme de diagrammes et histogrammes. Nous avons utilisé un logiciel de traitement de données de type EXCEL.

2.2. Question de recherche 2 : *Le milieu défini par les problèmes à variation favorise-t-il les processus cognitifs d'activation spontanée de schémas ?*

- Données recherchées

Pour répondre à notre seconde question de recherche, nos données s'inscrivent dans les compétences « chercher » via l'identification des éléments nécessaires à la résolution du problème, « raisonner » via l'identification des inférences et des contrôles selon la définition de Houdement (2011), et enfin « communiquer » via leur capacité à expliquer leur démarche.

- Modalités de recueil et transcription des données

Pour recueillir ces données qualitatives, nous avons constitué dans les deux classes un panel de 6 élèves dont les résultats en résolution de problèmes sont de niveaux différents (2 élèves de

niveau faible, 2 de niveau intermédiaire, 2 de niveau supérieur). Afin de pouvoir analyser les processus cognitifs qu'ils sollicitent pour résoudre les problèmes proposés, nous avons effectué un entretien individuel avec chaque élève du panel après les évaluations diagnostique et sommative (séances 1 et 5). Afin d'inviter les élèves à expliquer la démarche qu'ils ont mis en œuvre, on peut par exemple leur demander : Comment sais-tu que c'est un fois ou bien comment sais-tu qu'il faut faire une division ? Afin de savoir s'ils ont qualifié correctement les grandeurs en jeu, on peut formuler une question du type : Le 45 ça représente quoi ? De même afin de savoir s'ils ont effectué un contrôle lié à la cohérence du résultat, il est possible de leur dire : le nombre qu'on cherche, il est plus grand ou plus petit que...ou est-ce-que tu penses qu'on peut acheter 240 CD avec 60 euros ? Afin de pouvoir analyser les processus cognitifs qu'ils sollicitent pour résoudre les problèmes proposés, nous avons effectué un entretien individuel de type explicitation (Vermersch, 1994) avec chaque élève du panel. Il s'agit d'une technique de questionnement qui permet de mettre à jour des connaissances implicites mobilisées dans l'action, par un guidage très précis des verbalisations (Faingold, 1993). Le recueil de données suscitées (Van Der Maren, 1996) repose sur l'enregistrement audio de ces entretiens puis leur retranscription sous forme de verbatims.

- Description de la méthode d'analyse

Les verbatims issus du traitement des enregistrements audio sont analysés d'un point de vue sémantique. Pour cela, les verbatims sont étudiés tout d'abord par une lecture flottante (Bardin, 1998) afin de dégager les grandes catégories thématiques. Les lectures suivantes permettent de définir les blocs signifiants relatifs aux processus cognitifs mis en jeu par les élèves. Ainsi pour résoudre un problème :

- Les élèves infèrent directement l'opération car ils ont mémorisé la catégorie. Ils mobilisent les schémas de problèmes (Julo, 1995, 2002).
- Les élèves infèrent le champ conceptuel correspondant (Vergnaud, 1990) mais hésite sur la bonne opération. Ils mettent alors en place « des contrôles » avant de formuler une réponse. Houdement (2014, 2017) décrit la nature des inférences et « des contrôles » mis en œuvre pour choisir la bonne opération :
 - des inférences et « des contrôles » de nature sémantique : les associations vocabulaire/opération (par exemple : fois/multiplication ; partager/division) sont liées à l'interprétation par l'élève de la situation (Vergnaud, 1997). L'interprétation est elle-

même conditionnée à la représentation que l'élève se fait du problème (Julo, 1995).

- des inférences et « des contrôles » de nature pragmatique : le résultat est mis en perspective avec la connaissance de la réalité évoquée par l'énoncé du problème.
- des inférences et « des contrôles » de nature syntaxique qui traduisent deux types d'éléments :
 - « les transformations d'écriture et les reformulations langagières »
 - « les conversion entre oral et écrit ».

Ce processus permettant d'analyser une majorité des actions mentales des élèves est nommé « le complexe « inférence d'un modèle et je du contrôle » » par Houdement (2014).

Les données brutes sont ainsi codées en fonction du sens qu'elles portent. Elles sont ensuite regroupées par élève pour chaque type de problème en fonction des catégories définies ci-dessus afin de faire l'objet d'une analyse.

Chapitre 8. Analyse a posteriori

Les données ont été relevées selon le calendrier prévu. Dans la classe 1, l'observation intermédiaire de la séance 3 d'apprentissage prévue le 29 novembre n'a pas pu être faite. En effet, les équipes éducatives liées à la vie de l'école ont entraîné un décalage de la séance. Par ailleurs, la chercheuse étant contrainte par les jours d'observation, qui correspondent aux jours de décharge de direction du fait des problèmes de remplacement rencontrés par la circonscription, n'a pas pu changer la date. Les décloisonnements mis en place par l'équipe enseignante et prévus dans l'emploi du temps de l'après-midi n'ont pas permis de reporter l'observation sur un autre créneau dans la journée.

Par ailleurs, lors de l'observation de la séance d'apprentissage dans la classe 2, la durée de la séance n'a pas permis de réaliser les entretiens post-séances avec les élèves. En effet, du fait des décloisonnements mis en place au sein de l'école, l'observation a eu lieu après la récréation du matin. La mise en œuvre de la séance a mené jusqu'à midi. Les élèves partant à la cantine ou rentrant chez eux, ils n'ont pas été interrogés à posteriori. Cependant la chercheuse a fait verbaliser les procédures à certains élèves pendant la séance, lors des étapes de recherche individuelle ou collective.

Ainsi pour les classes 1 et 2, les relevées des conceptions initiales des élèves ainsi que l'analyse a posteriori et le retour sur la situation de référence ont été réalisées aussi bien quantitativement et qualitativement.

Nous allons présenter ci-dessous les résultats obtenus après le traitement des données relevées et transcrites lors de l'expérimentation. Cela a pour objectif d'apporter des éléments de réflexion liée à notre problématique de recherche et de répondre aux questions de recherches dans l'analyse a posteriori. La présentation des données quantitatives précédera celle des données qualitatives. L'ensemble des résultats traités sont disponibles en annexes. Nous avons choisi de présenter les résultats dans les graphiques et certains tableaux sous la forme de pourcentage afin qu'ils soient comparables d'une séance à l'autre au sein d'une même classe et également entre les deux classes. En effet, le nombre d'élèves réellement présents les jours des évaluations

diagnostiques et sommatives varie du fait des absences pour maladie ou tout autre motif.

1. Question de recherche 1 : *Le milieu défini par les problèmes à variation développe-t-il les compétences « modéliser » et « représenter » nécessaires à la résolution de problèmes multiplicatif ?*

1.1.Critère 1 :Résultats globaux

1.1.1. Présentation et analyse des résultats globaux

Dans les résultats présentés ci-après, une réponse exacte s'entend comme la production d'un schéma et /ou d'un calcul et/ou de toute autre procédure menant au résultat. De même les erreurs liées à la mise en œuvre du calcul opératoire ne sont pas prises en compte. En effet, la maîtrise de la technique opératoire relève de compétences qui ne font pas l'objet de notre recherche. Ainsi, un élève peut produire une réponse exacte en réalisant uniquement un schéma ou en proposant la bonne opération même si le résultat chiffré est erroné.

- **Résultats globaux pour la classe 1 (sans présentation de problèmes à variation au cours de la séquence) :**

➤ Problèmes multiplicatifs

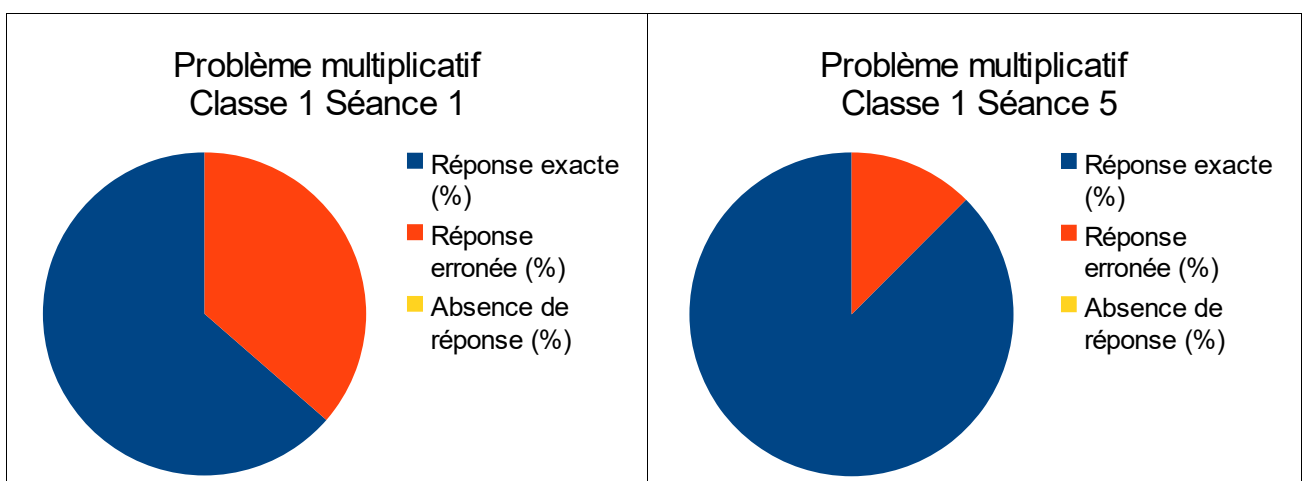


Diagramme 1 : Diagrammes présentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème multiplicatif

Le pourcentage de réponses exactes passe de 63,6% à 87,5% entre les deux évaluations, soit de 4 élèves sur 11 à 1 élève sur 8.

➤ Problèmes de division-partition et de division-quotition

Pour les deux types de problème de division, nous obtenons les mêmes diagrammes comparatifs présentés ci-dessous.

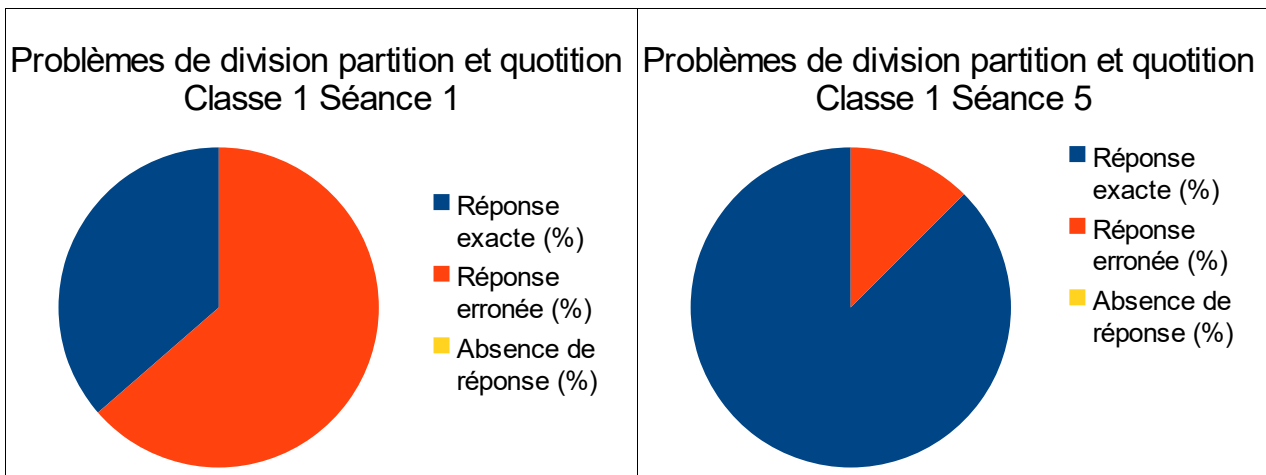


Diagramme 2 : Diagrammes présentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour les problèmes de division

Lors des deux séances, tous les élèves ont proposé une réponse. On peut observer une inversion des résultats : les réponses exactes devenant majoritaires à 87,5% lors de l'évaluation sommative alors qu'elles ne représentaient que 36,4% lors de l'évaluation diagnostique.

- Bilan

Les résultats globaux sur la réussite des élèves de la classe 1 à donner une réponse exacte par le schéma, le calcul ou toute autre procédure, indique que la mise en place d'un enseignement structuré de la résolution de problème améliore les résultats des élèves dans les trois catégories de problèmes étudiés. Les bons résultats lors de l'évaluation diagnostique pour le problème de multiplication peut éventuellement s'expliquer par la fréquentation dès le cycle 2 de problèmes multiplicatifs.

- **Résultats globaux pour la classe 2 (avec présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)**

- Problèmes multiplicatifs

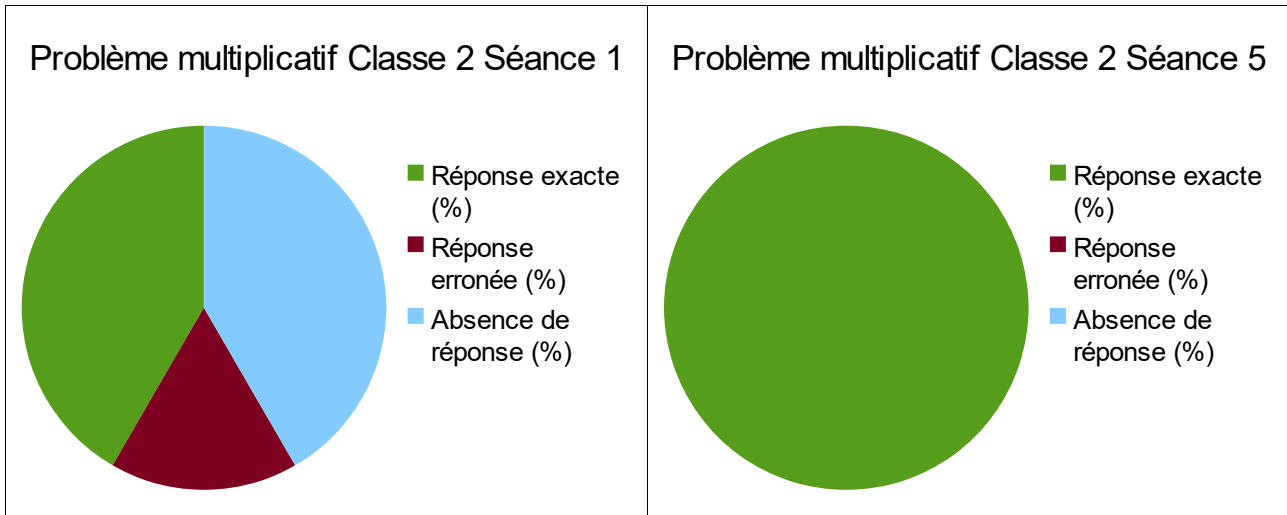


Diagramme 3 : Diagrammes présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème multiplicatif

Lors de l'évaluation diagnostique, 41,7% des élèves ont proposé une réponse exacte. Le même pourcentage correspond aux élèves qui n'ont pas répondu du tout. A la fin de la séquence d'enseignement, 100% des élèves ont répondu de façon exacte.

- Problèmes de division-partition

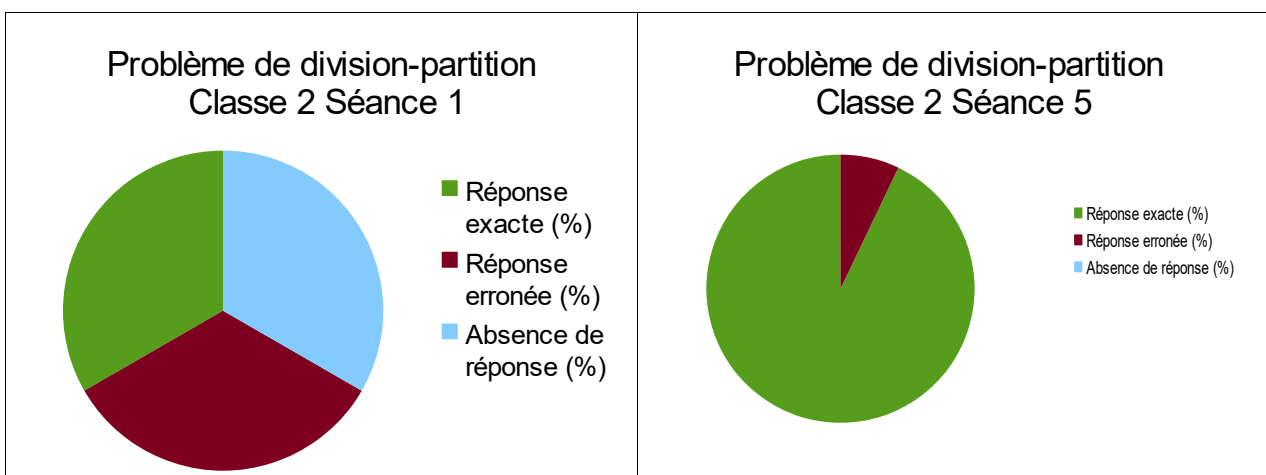


Diagramme 4: Diagrammes présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour les problèmes de division-partition

Alors que les propositions des élèves sont réparties de façon équivalente (33,3%) lors de l'évaluation diagnostique pour chaque catégorie de réponse, on peut observer que les élèves ont tous proposé une réponse lors de l'évaluation sommative et que celle-ci est majoritairement exacte (85,7%).

➤ Problèmes de division-quotition

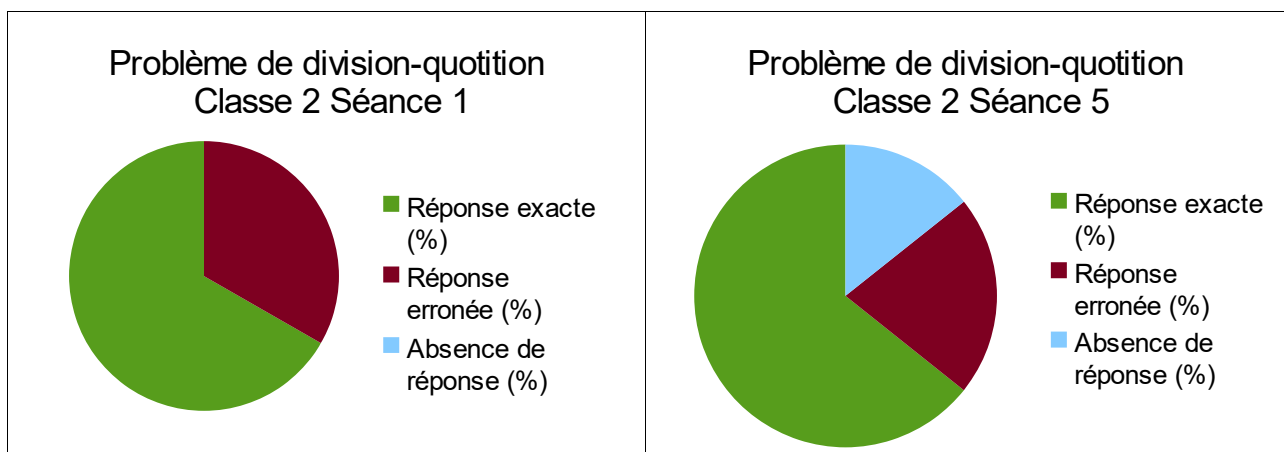


Diagramme 5 : Diagrammes présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour les problèmes de division-quotition

Pour les problèmes de division-quotition les pourcentages de réponses exactes entre les deux évaluations sont du même ordre de grandeur. En effet, on passe de 66,7% à 64,3% de réponses exactes. Il faut également noter que 14,3% des élèves n'ont pas répondu lors de la séance 5 alors qu'ils avaient tous fourni une réponse lors de l'évaluation diagnostique.

➤ Bilan

Les résultats globaux sur la réussite des élèves de la classe 2 à donner une réponse exacte par le schéma, le calcul ou toute autre procédure, indique que la mise en place d'un enseignement structuré de la résolution de problème et qui introduit l'utilisation des schéma à variation améliore les résultats pour les problèmes de multiplication et de division-partition. Ils restent similaires pour les problèmes de division-quotition. Une explication de ce résultat pourrait être liée au nombre plus important d'élèves présents lors de l'évaluation sommative.

1.1.2. Interprétation des résultats globaux

Nous avons pu observer que les situations (Brousseau, 1986) proposées dans les deux classes ont permis aux élèves de progresser en résolution de problèmes appartenant au champ conceptuel des structures multiplicatives (Vergnaud, 1990). En effet, les pourcentages de réponses exactes augmentent lors de l'évaluation sommative pour les deux classes et ce quel que soit le type de problème. Ces résultats tendent à montrer que les variables macro-didactiques (Bru, 1991) définies lors de notre recherche relatives à l'organisation des séances et à la fréquentation quotidienne de problèmes basiques (Houdement, 2017) ont permis aux élèves de majoritairement acquérir les structures définissant les structures multiplicatives.

Par ailleurs, les résultats de la classe 2, dont la variable micro-didactique de structuration des contenus (Bru, 1991) est caractérisée par l'utilisation des problèmes à variation obtient des résultats supérieurs à ceux de la classe 1 pour le problème multiplicatif (100% contre 87,5%), alors qu'ils sont similaires pour le problème de division-partition (85,7% contre 87,5%) et inférieurs pour les problèmes de division-quotition (64,3% contre 87,5%). Ces premiers résultats semblent indiquer que la présentation des problèmes à variation constitue un milieu (Brousseau, 1986) qui, contrairement à notre hypothèse, ne favoriserait pas la structuration de la catégorisation des problèmes de façon supérieure.

Ainsi, même si les caractéristiques des problèmes appartenant au champ conceptuel de type multiplicatif semblent majoritairement mieux connues et maîtrisées par les élèves, nous cherchons à définir plus précisément les mécanismes mis en œuvre par les élèves pour résoudre ces problèmes et à analyser plus précisément les résultats relatifs à nos deux questions de recherche.

1.2. Critère 2 : Choix de l'opération

1.2.1. Présentation et analyse des résultats liés au choix de l'opération

- **Résultats relatifs au choix de l'opération pour la classe 1 (sans présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)**

➤ Problèmes multiplicatifs

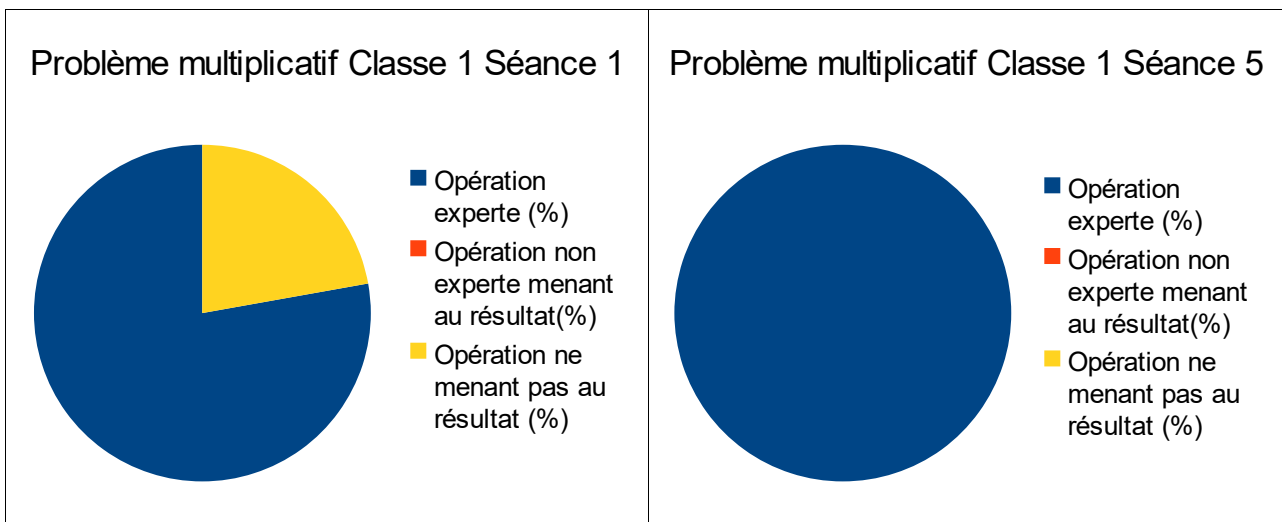


Diagramme 6 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème multiplicatif

Parmi les opérations proposées 77,8% correspondent à la multiplication experte attendue en séance 1, les opérations ne menant pas au résultat étant également réparties entre l'addition et la division (22,8%). Le pourcentage d'opération experte passe à 100% des opérations proposées en séance 5.

➤ Problèmes de division-partition

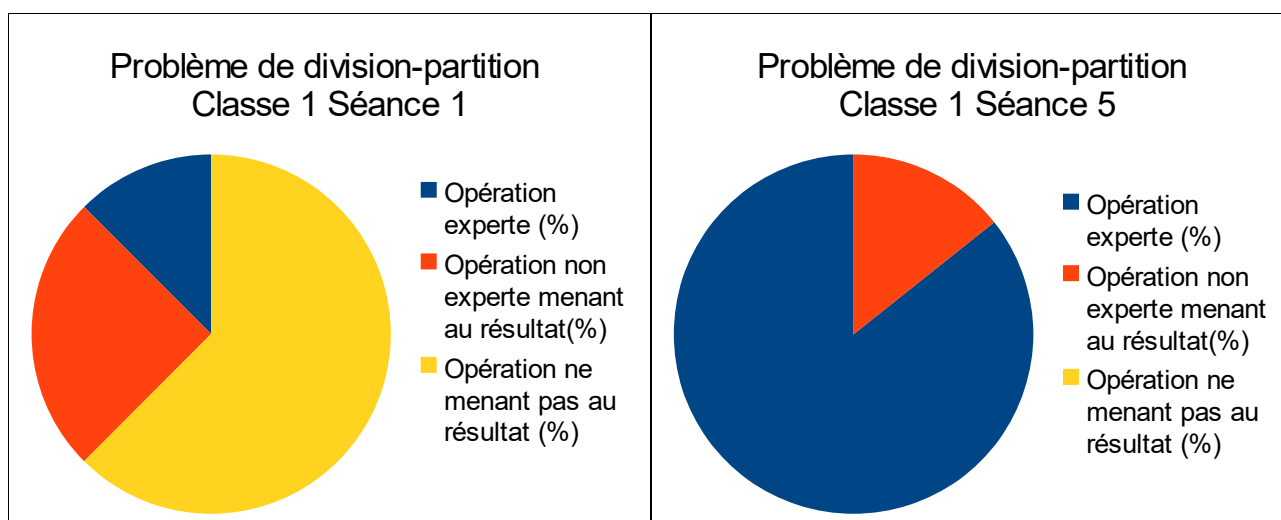


Diagramme 7 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème de division-partition

Les élèves ont majoritairement proposés une opération pour le problème de division-partition lors des deux évaluations. Parmi les opérations proposées, le pourcentage d'opération experte passe de 12,5% lors de l'évaluation diagnostique à 85,7% lors de l'évaluation sommative. En séance 1, la proposition par les élèves d'additions, de multiplications ou bien de deux opérations consécutives explique les 62,5% d'opérations ne menant pas au résultat. Cependant, même si ce dernier type d'opérations est majoritaire en séance 1, les élèves ont proposé 25% d'opération non experte menant malgré tout au résultat, à savoir une multiplication à trou. En séance 5, ce même pourcentage chute à 14,3% et est définie par la mise en œuvre d'une addition itérée.

➤ Problèmes de division-quotition

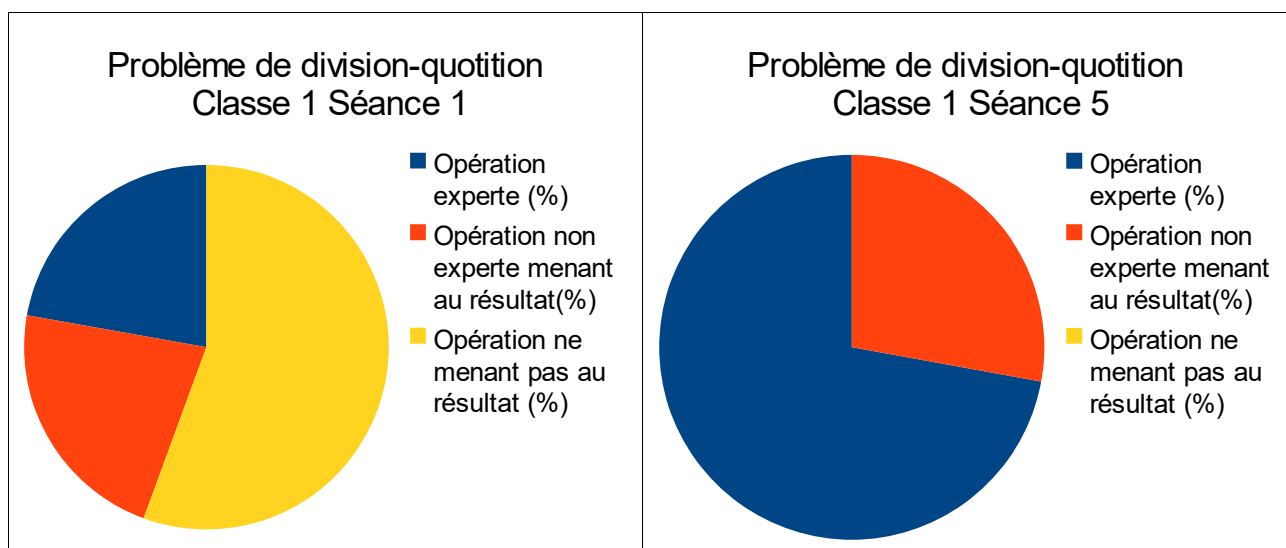


Diagramme 8 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème de division-quotition

Parmi les opérations proposées, le choix de la division experte s'établit à 22,2% en séance 1 pour évoluer jusqu'à 71,4% en séance 5. La proposition d'une soustraction itérée correspond au 22,2% d'opération non experte menant au résultat au début de la séquence, alors que les élèves ont mis en œuvre une addition itérée et une multiplication à trou en fin de séquence, ce qui correspond à 28,6% des opérations. Alors que les opérations ne menant pas au résultat sont majoritaires en séance 1 avec 55,6% du total des opérations, elles disparaissent en séance 5.

➤ Conclusion

Quelque soit le type de problème proposé, l'enseignement explicite de la résolution de problème a permis aux élèves d'utiliser majoritairement l'opération experte en fin de séquence. De même les élèves ne proposent plus d'opération ne menant pas au résultat mais mettent en œuvre des stratégies non expertes permettant d'aboutir au résultat attendu.

- **Résultats relatifs au choix de l'opération pour la classe 2 (avec présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)**

➤ Problèmes multiplicatifs

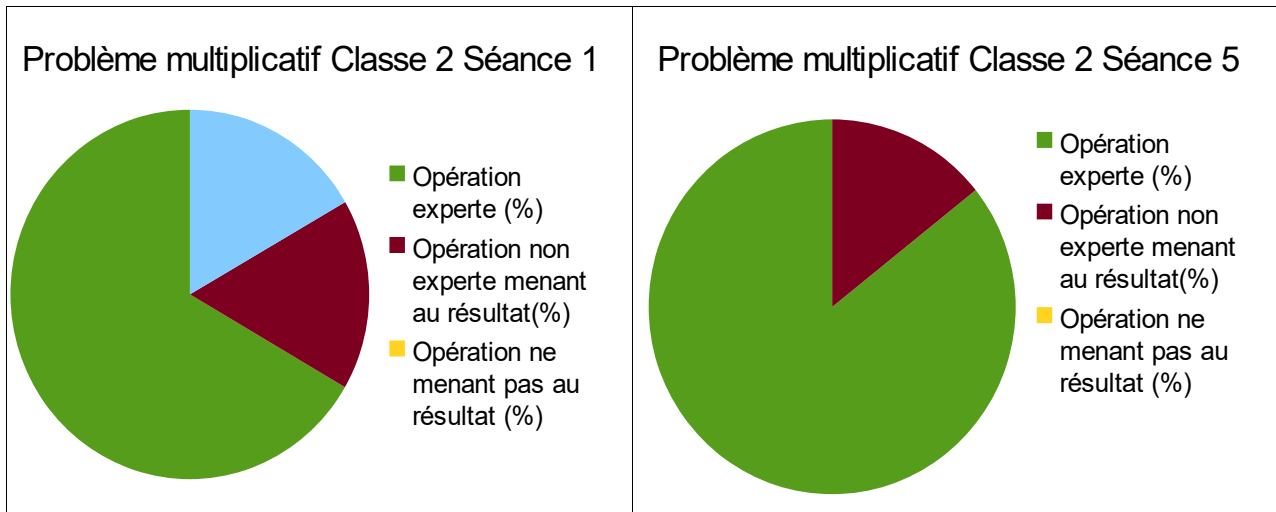


Diagramme 9 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème multiplicatif

Parmi les réponses proposées par les élèves, 66,7% correspondent à la multiplication experte attendue. 16,7% des opérations correspondent d'une part à l'utilisation de l'addition itérée non experte et d'autre part à une addition ne menant pas au résultat. A la fin de la séquence d'enseignement, 100% des élèves ont proposé une opération permettant d'obtenir le résultat attendu. Pour 85,7% d'entre eux elle correspond à la multiplication experte et pour les 14,3% restants à l'addition itérée non experte.

➤ Problème de division-partition

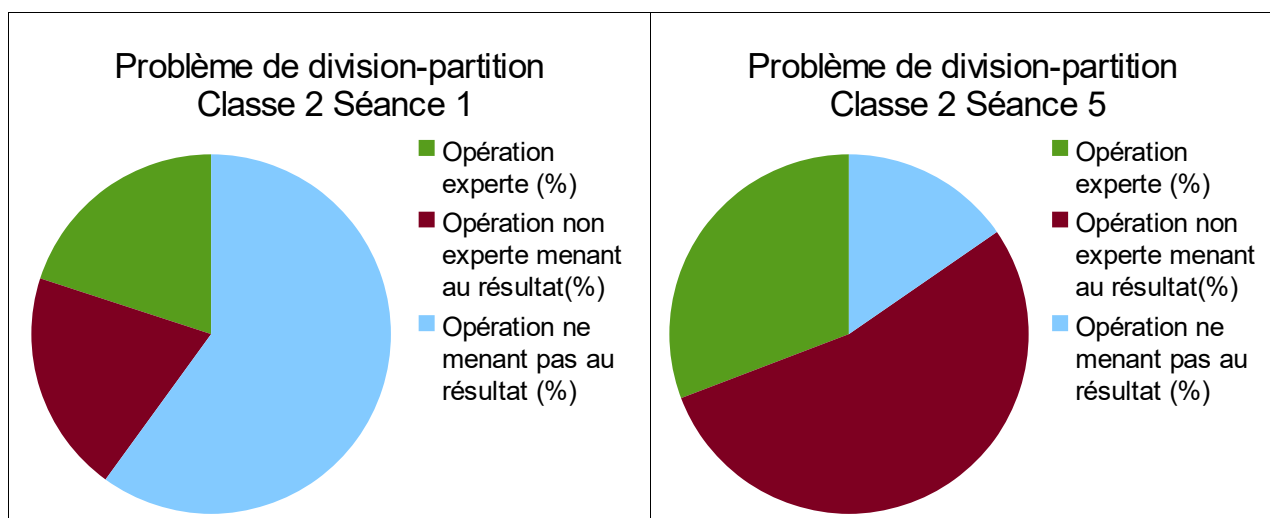


Diagramme 10 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème de division-partition

Parmi les opérations mises en œuvre par les élèves lors de l'évaluation diagnostique, 60% sont représentées par des additions, des multiplications ou des divisions qui ne mènent pas au résultat. La division experte et l'addition itérée non experte correspondent chacune à 20% des propositions. A l'inverse, lors de l'évaluation sommative, les opérations ne menant pas au résultat ne représentent que 15,4% avec l'utilisation d'une soustraction, d'une multiplication ou d'une combinaison de deux opérations. La division experte est utilisée par 30,8% des élèves proposant une opération. La majorité des élèves (53,8%) ont mis en œuvre la multiplication à trou, opération non experte menant au résultat.

➤ Problèmes de division-quotition

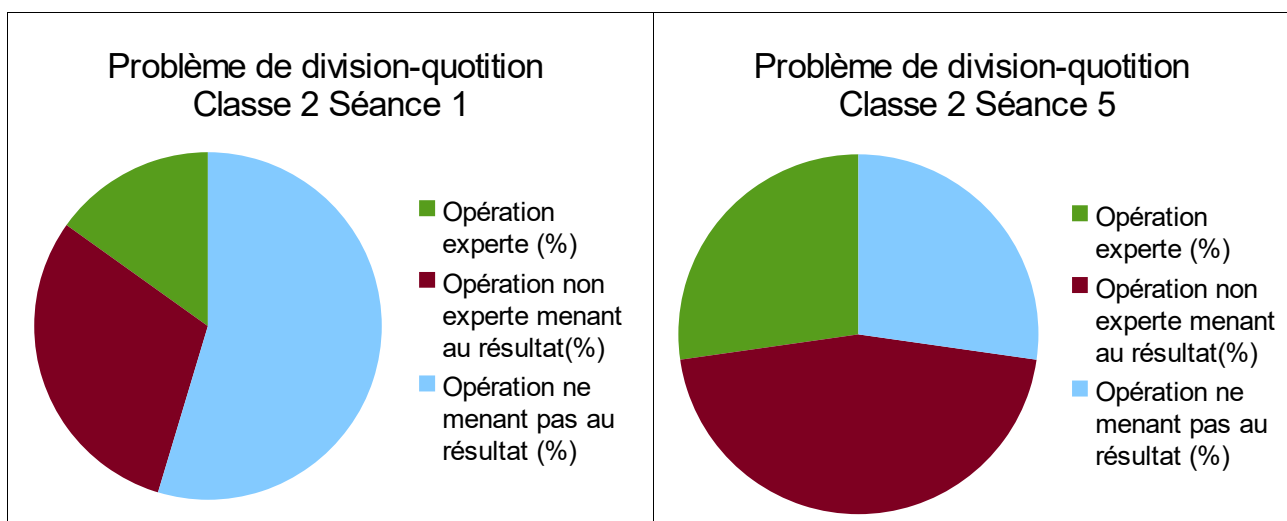


Diagramme 11 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème de division-quotition

Parmi les propositions faites par les élèves en séance 1, 14,3% correspondent à la division experte tandis que 28,6% correspondent à la multiplication à trou non experte menant au résultat. Les 57,1% des opérations proposées ne permettent pas d'obtenir le résultat attendu. Parmi celles-ci, les élèves ont proposé des multiplications ou des additions. En séance 5, 27,3% des opérations proposées correspondent à la division experte et 45,5% à la multiplication à trou non experte menant au résultat. Le pourcentage d'opération n'aboutissant pas au résultat attendu chute à 27,3% et correspond à des multiplications.

➤ Bilan

La mise en œuvre d'un enseignement explicite de la résolution de problème avec les problèmes à variation a permis aux élèves de proposer de façon plus systématique l'utilisation d'une opération. Si en fin de séquence, l'opération experte est très majoritairement utilisée pour le problème multiplicatif, la multiplication à trou non experte reste principalement mise en œuvre pour les deux problèmes de division. Cela peut en partie s'expliquer par la non maîtrise de la technique opératoire. En effet, lors de l'entretien d'auto-confrontation faisant suite à la séance d'évaluation

sommative, plusieurs élèves ont précisé préférer utiliser la multiplication car ils ne maîtrisaient pas suffisamment la technique opératoire de la division (Verbatims Annexe 16), notion récemment apprise en classe.

1.2.2. Interprétation des résultats liés au choix de l'opération

Le tableau 1 présente les résultats relatifs au type d'opération utilisé parmi celles mises en œuvre par les élèves pour les deux classes lors de la séance d'évaluation sommative.

	Classe 1			Classe 2		
	Multiplication	Division-partition	Division-quotition	Multiplication	Division-partition	Division-quotition
Opération experte	100,0%	85,7%	71,4%	85,7%	30,8%	27,3%
Opération non experte	0,0%	14,3%	28,6%	14,3%	53,8%	45,5%
Opération erronée	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	15,4%	27,2%

Tableau 2 : Pourcentages relatifs au type d'opération utilisée pour les deux classes lors de la séance

5

Même si il existe des disparités dans le choix de l'opération, nous constatons que les pourcentages liés à l'utilisation des opérations expertes et non expertes augmentent dans les deux classes entre le recueil des données ante et post-enseignement. De même le pourcentage d'opération erronée diminue.

Parmi les opérations mises en œuvre par les élèves, on constate que le pourcentage d'utilisation de l'opération experte (multiplication ou division selon le type de problème) augmente dans les deux classes entre les deux séances de recueil de résultats. Cela confirme les résultats précédents quant aux choix de nos variables macro-didactiques (Bru, 1991). Ce premier indicateur montre que les milieux définis ont permis aux élèves de développer leurs compétences à reconnaître

immédiatement la catégorie à laquelle le problème à résoudre appartient.

Cet accroissement de compétence ainsi que la mobilisation du champ conceptuel adéquat (Vergnaud, 1991) sont confirmés par l'augmentation de l'utilisation d'une opération non experte (addition ou soustraction itérée, multiplication à trou) par les élèves pour obtenir le résultat correct. Ce second indicateur montre que la catégorie du problème étudié est identifiée mais que la mise en œuvre du calcul expert reste insuffisamment maîtrisée. Les élèves de la classe 2 ont majoritairement utilisé des calculs non experts pour les deux problèmes de division et ont clairement expliqué leur choix en ce sens lors des entretiens post-séance 5.

Cependant le troisième indicateur défini par notre recherche, à savoir le choix de l'opération incorrecte (addition, soustraction, multiplication...) indiquant une non maîtrise de la catégorisation est identifié pour les élèves de la classe 2 en évaluation post-enseignement pour les deux problèmes de division (même s'il reste inférieur à celui de la séance 1) alors qu'aucun élève n'a mis en œuvre une opération erronée dans la classe 1. Ces données indiquent que les élèves ont eu une mauvaise compréhension et/ou interprétation de la situation. Notre variable micro-didactique (Bru, 1991) que constitue l'utilisation des problèmes à variation semble ne pas avoir permis à certains élèves de lever l'obstacle cognitif lié à la mise en relation entre la situation et l'opération.

Ainsi, l'enseignement explicite de la résolution de problème par catégorie comme préconisé par Vergnaud (1981, 1997) à travers la théorie des champs conceptuels, qui constitue notre variable macro-didactique (Bru, 1991), a favorisé l'identification des relations et des raisonnements en jeu dans chaque catégorie et donc favoriser la compétence « modéliser ». De même, comme pour les résultats globaux, nous constatons que le milieu défini par le choix de notre variable micro-didactique pour la classe 2, les problèmes à variation, n'a pas l'influence que nous avons supposé en ce qui concerne le choix de l'opération pour les problèmes.

1.3. Critère 3 : Schématiser / Dessiner la situation

1.3.1. Présentation et analyse des résultats liés à la schématisation

Lors de deux évaluations, l'absence de schéma est très majoritaire parmi l'ensemble des réponses proposées par les élèves des deux classes et ce quel que soit le type de problème.

- **Résultats relatifs au recours à la schématisation/ au dessin pour la classe 1 (sans présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)**

Le tableau 2 présente les pourcentages relatifs à la présence de schématisation pour la classe 1 par rapport à l'ensemble des propositions faites par les élèves.

	Séance 1	Séance 5
Problème multiplicatif	9,1%	0,0%
Problème de division-partition	9,1%	25,0%
Problème de division-quotition	18,2%	25,0%

Tableau 3 : Pourcentages de présence de schéma lors des séances d'évaluation en fonction du type de problème pour la classe 1

➤ Problèmes multiplicatifs

Lors de l'évaluation diagnostique, un seul élève, soit 9,1%, a réalisé une représentation schématique. Celle-ci ne correspond pas à la situation décrite par l'énoncé. En fin de séquence d'enseignement, aucun élève n'a utilisé la représentation schématique pour le problème multiplicatif.

➤ Problèmes de division-partition et de division-quotition

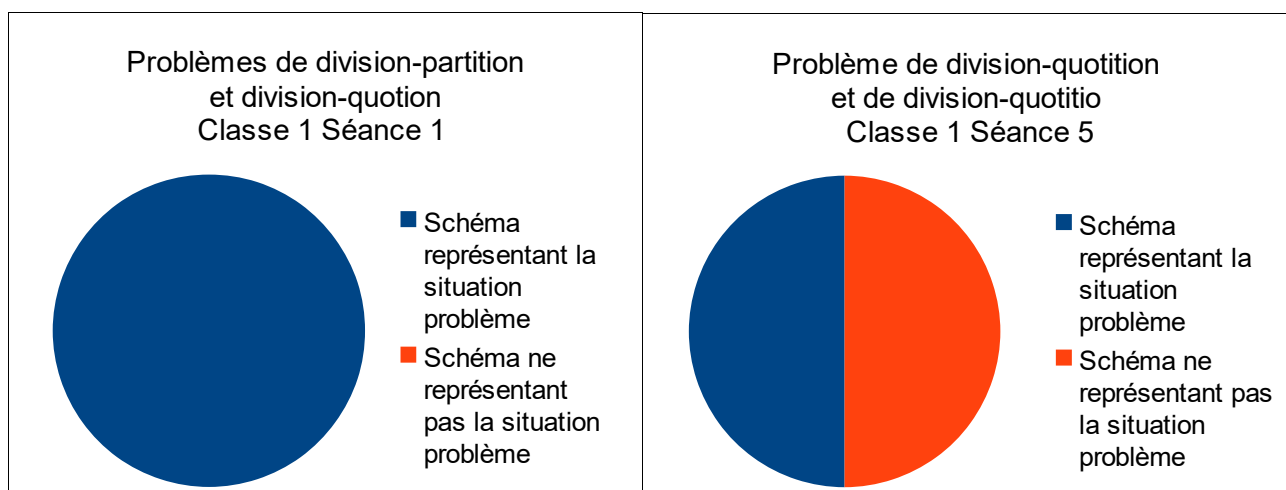


Diagramme 12 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour les problèmes de division-partition et division-quotition

Pour les problèmes de division-partition, lors de l'évaluation diagnostique, un seul élève, ce qui représente 9,1%, a réalisé une représentation schématique et qui est correcte. A la fin de la séquence, ce sont deux élèves, soit 25%, qui ont proposé un schéma. Seul un d'entre eux est correct.

Pour les problèmes de division-quotition, deux élèves pour chaque séance, soit respectivement 18,2%, et 25% des élèves, ont réalisé une représentation schématique. Celles-ci sont correctes en séance 1 mais seulement une sur deux en séance 5.

- **Résultats relatifs au recours à la schématisation/ au dessin pour la classe 2 (avec présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)**

Le tableau 3 présente les pourcentages relatifs à la présence de schématisation pour la classe 2 par rapport à l'ensemble des propositions faites par les élèves.

	Séance 1	Séance 5
Problème multiplicatif	42,9%	7,1%
Problème de division-partition	50,0%	42,9%
Problème de division-quotition	50,0%	8,3%

Tableau 4 : Pourcentage de présence de schéma lors des séances d'évaluation en fonction du type de problème pour la classe 2

La représentation schématique est principalement utilisée lors de la séance d'évaluation diagnostique quelque soit le type de problème. En fin de séquence, près de la moitié des élèves la mobilisent uniquement pour le problème de division-partition.

On constate que le pourcentage de schéma/dessin représentant correctement la situation de l'énoncé passe à 100% des schémas proposés lors de la séance 5 pour le problème multiplicatif et devient majoritaire avec 66,67% pour le problème de division-partition. Seul le problème de division-quotition fait exception puisque lors des deux séances, 100% des schémas proposés par les élèves sont corrects. Les diagrammes 13 à 15 montrent les proportions relatives à chaque problème.

➤ Problèmes multiplicatif

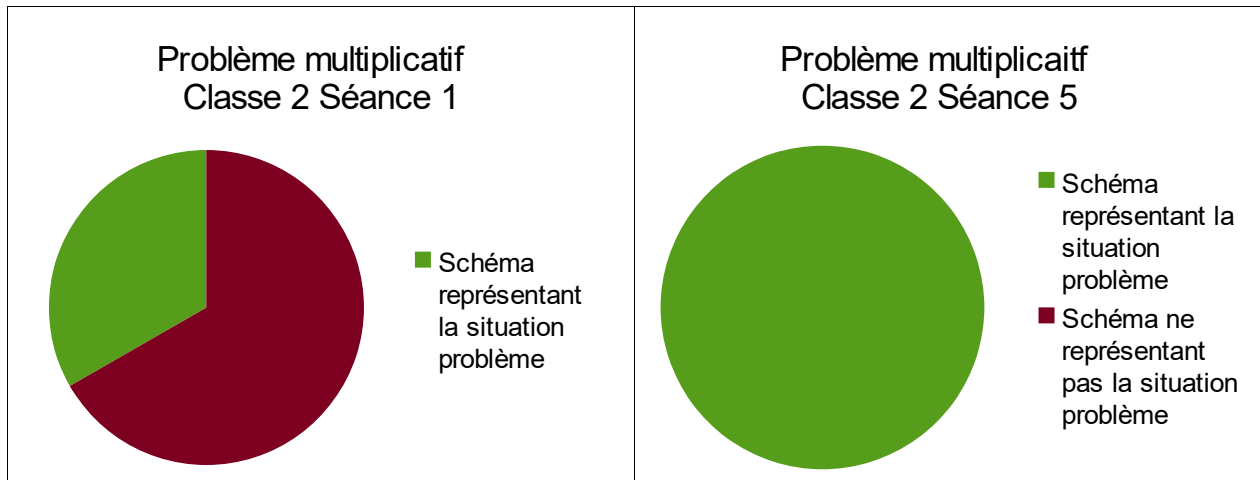


Diagramme 13 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème multiplicatif

➤ Problèmes de division-partition

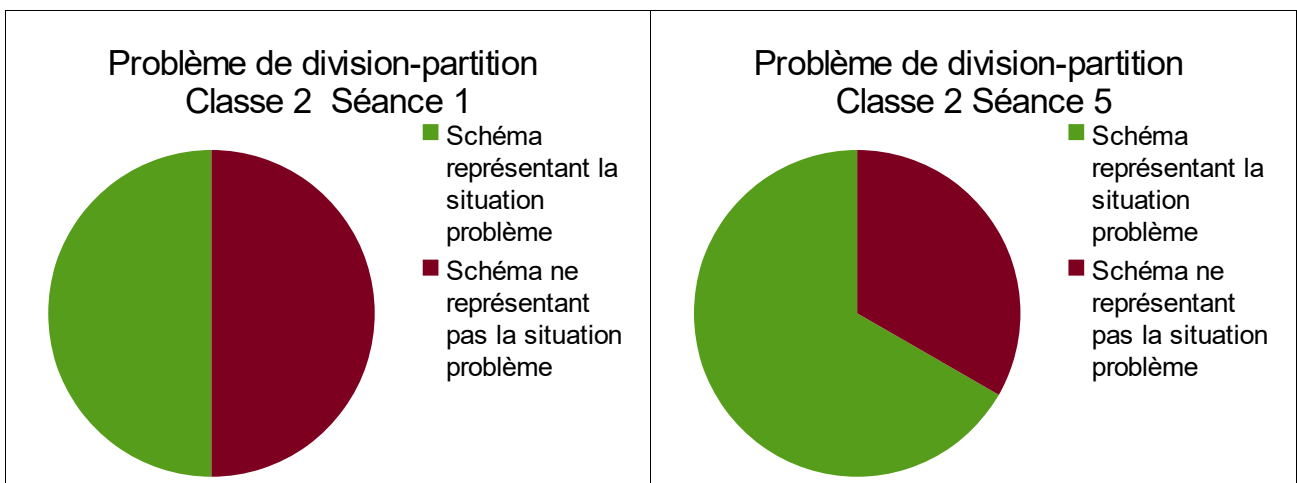


Diagramme 14 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème de division-partition

➤ Problèmes de division-quotition

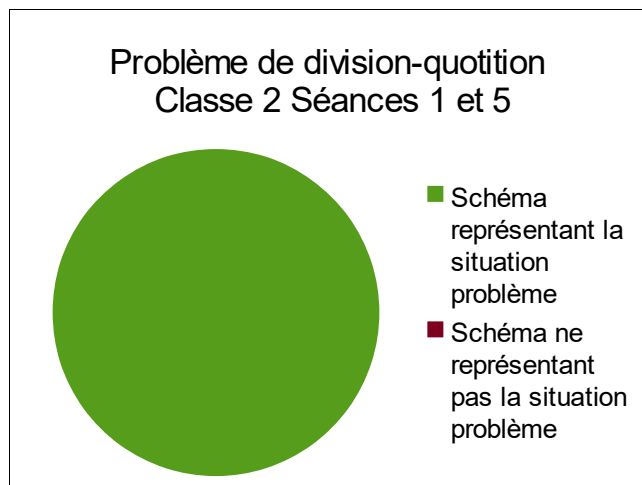


Diagramme 15 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) et sommative (Séance 5) pour le problème de division-quotition

Ainsi, malgré l'utilisation de problèmes à variation présentant les schémas en barre lors de la séquence d'enseignement, les élèves ne mobilisent pas cette compétence. Cependant, même si elles sont peu utilisées, il faut noter que l'exactitude des représentations devient majoritaire.

1.3.2. Interprétation des résultats liés à la schématisation

Dans les deux classes, quel que soit le temps de recueil des données, nous constatons que l'absence de schématisation est majoritaire. Nous remarquons malgré tout que lorsque les élèves y ont recours, la proportion de schémas illustrant la situation problème progresse dans les deux classes. Nous constatons également que le schéma est utilisé dans deux cas :

1. il constitue en lui-même une réponse exacte ou non.
2. il est concomitant à l'opération experte ou non experte menant au résultat.

Il semble que le recours à la schématisation constitue uniquement une aide à la construction de la représentation de l'énoncé. Lorsque les élèves estiment avoir créé une représentation mentale conforme à l'énoncé, ils ne mobilisent pas la schématisation et ce même si la réalisation d'un

schéma constitue une de nos variables micro-didactiques de structuration et d'organisation des contenus. Nous constatons également que l'utilisation des problèmes à variation comme variable micro-didactique (Bru,1991) n'a pas eu l'incidence souhaitée sur la compétence « représenter ».

1.4. Conclusion : Réponse à la question de recherche 1

Dans notre recherche nous avons formulé l'hypothèse que la mise en place d'un milieu didactique (Brousseau, 1986) spécifique fondé sur l'utilisation des problèmes à variation (Bartoloni Bussi, 2011), pouvait influencer favorablement sur les résultats des élèves en résolution de problèmes. Nous avons choisi les problèmes relevant du champ conceptuel multiplicatif (Vergnaud, 1991). Afin de vérifier notre hypothèse, nous avons formulé notre première question de recherche de la façon suivante : Le milieu défini par les problèmes à variation développe-t-il les compétences « modéliser » et « représenter » nécessaires à la résolution de problèmes multiplicatif ?

Pour y répondre, nous avons défini trois analyseurs dont nous avons étudié les résultats :

1. La réussite globale : Les résultats montrent que les variables macro-didactiques (Bru, 1991) relatives à l'organisation des séances ont permis aux élèves de majoritairement acquérir les structures définissant les structures multiplicatives. Cependant les problèmes à variation, variable micro-didactique de structuration des contenus (Bru, 1991), ne permettent pas d'accentuer les résultats positifs.
2. Le choix de l'opération : Cet analyseur confirme les résultats précédents quant aux choix de nos variables macro-didactiques (Bru, 1991) du fait de l'accroissement de l'utilisation de l'opération experte (multiplication ou division) ou bien de l'opération non experte menant au résultat (addition itérée ou multiplication à trou). Cependant notre variable micro-didactique (Bru, 1991) que constitue l'utilisation des problèmes à variation n'a pas abouti à une sur-utilisation de l'opération experte. Il apparaît également que cela n'a pas permis à certains élèves de lever l'obstacle cognitif lié à la mise en relation entre la situation et l'opération puisqu'il persiste des choix d'opération erronée pour les problèmes de division.

3. La présence d'un schéma : Elle constitue une de nos variables micro-didactique de structuration et d'organisation des contenus. Cependant on constate que l'absence de schématisation est majoritaire quel que soit le milieu étudié (Brousseau, 1986). Malgré cela, dans les deux cas, la proportion de schémas représentant correctement la situation progresse.

L'analyse de ces différents résultats nous amène à formuler deux éléments de réponse à notre première question de recherche :

- Le milieu défini par l'utilisation des problèmes à variation permet d'accroître la compétence « modéliser » chez les élèves de notre étude mais de façon relativement comparable à un milieu ne les utilisant pas contrairement à ce que nous avons envisagé.
- La compétence « représenter » reste faiblement développée. Malgré le fait que la schématisation constitue une de nos variables micro-didactiques de structuration et d'organisation des contenus, les élèves la mobilisent uniquement comme appui de leur réflexion. De nouveau, notre variable micro-didactique liée à l'utilisation des problèmes à variation ne permet pas d'accroître cette compétence. Pour la développer cette compétence, il faudrait faire évoluer le contrat didactique (Brousseau, 1980) de façon à ce que la représentation schématique devienne un élément de réponse à part entière comme peut l'être l'opération. Cela permettrait à tous les élèves de laisser une trace de leur activité cognitive.

2. Question de recherche 2 : *Le milieu défini par les problèmes à variation favorise-t-il les processus cognitifs d'activation spontanée de schémas ?*

L'activité de résolution de problèmes est un phénomène complexe. La réussite d'un élève repose sur sa capacité à regrouper les problèmes qui ont des structures proches (Schoenfeld, Herman, 1982), soit dans notre étude les champs conceptuels de Vergnaud (1990). La psychologie cognitive, via le développement de la notion de schéma, a permis de définir que la capacité à catégoriser les problèmes et à en reconnaître les différents types correspond à la formation de schémas de problèmes (Julo, 1992, 1995, 2002). Julo insiste sur l'importance du processus de représentation du problème dont le principal élément est le « double mouvement caractéristique de toute activité mentale : des informations vers les connaissances et des connaissances vers les

informations » (2002), la connaissance principale étant les schémas de problèmes. Il souligne également l'importance de l'activité de représentation qui est à la fois « la source et le moteur de la formation de schémas ». L'activité de représentation est définie par un ensemble de processus cognitifs qui interagissent :

- Le processus d'interprétation qui permet, après avoir sélectionner les informations, de les mettre en relation avec le contexte et les connaissances acquises.
- Le processus de structuration qui permet de faire évoluer la représentation au fur et à mesure de l'analyse.
- Le processus d'opérationnalisation qui permet la réalisation d'une action mentale ou concrète, notamment la mise en œuvre de techniques opératoires.

Pour analyser les processus mentaux mis en œuvre par les élèves pour résoudre les problèmes de notre étude, nous avons réalisé des entretiens d'autoconfrontation ((Vermesch, 1994). Après une première lecture flottante (Bardin, 1998) qui nous a permis de relever une tendance, les verbatims ont été analysés en utilisant la catégorisation des processus mentaux :

1. Absence de construction de la représentation liée à une non mobilisation ou une mobilisation erronée des inférences et « contrôles » présentés ci-dessus.
2. Reconstruction totale ou partielle de la représentation de la situation qui s'inscrit dans la théorie des modèles mentaux. Dans ce cas, les élèves infèrent le champ conceptuel adéquat (Vergnaud, 1990) mais hésite sur la bonne opération. Ils mettent alors en place « des contrôles » avant de formuler une réponse. Houdement (2014, 2017) décrit la nature des inférences et « des contrôles » mis en œuvre pour choisir la bonne opération.
3. Activation spontanée des schémas de problèmes : les élèves infèrent directement l'opération car ils ont mémorisé la catégorie (Julo, 1995, 2002). Ce processus s'inscrit dans la théorie des modèles mentaux. Il est révélé lors des entretiens par l'utilisation d'expressions comme « quand je lis la question, je sais plus/moins/fois ; ça me vient comme ça ; j'ai pas vraiment

réfléchi » (Houdement, 2017)

Les verbatims des entretiens ainsi étudiés et catégorisés sont présentés en intégralité dans les annexes 10 à 19. L'anonymisation des verbatims a été réalisé pour les 12 élèves de notre panel avec le codage indiquant la classe à laquelle il appartient et le numéro de la séance à laquelle l'entretien a eu lieu. Des exemples sont présentés ci-dessous :

E1C1-S1 : Elève 1 Classe 1- Séance 1

E7C2-S5 : Elève 7 Classe 2 - Séance 5

2.1. Présentation et analyse des résultats

2.1.1. Absence de construction de la représentation

Dans la classe 2, lors de l'évaluation diagnostique, certains élèves de notre panel n'ont pas répondu à tous les problèmes (Annexe 19). Un à deux problèmes ont été réalisés. Deux explications sont avancées par les élèves :

1. le manque de temps comme le formule E8C2-S1 : « *parce-que celui-là, j'avais pas eu le temps de le faire* ».
2. la complexité de l'énoncé comme l'explique E9C2-S1 : « *j'ai commencé à le lire, je trouvais qu'il était un peu compliqué* ».

C'est lors de la séance d'évaluation diagnostique que certains élèves n'ont pas construit la représentation de la situation-problème et majoritairement pour les problèmes de division (Annexes 14 et 19). Plusieurs mécanismes entrent en jeu dont les plus représentatifs sont présentés ci-dessous :

- Le recours à une opération connue et maîtrisée, posture affectivement rassurante :

L'élève E5C1-S1 propose la multiplication comme solution du problème de division-quotition « *parce que moi, à chaque fois qu'on fait des..., comme des problèmes, à chaque fois, moi je fais des multiplications posées* ». Il a recours à la technique opératoire qu'il maîtrise. Il ne construit pas la bonne représentation même s'il a identifié le champs conceptuel et qu'il parvient à

qualifier l'objet cherché « *combien il pourra acheter de CD* ». Cet habitus se retrouve pour l'élève E5C1-S1 lors du problème de division-partition car « *c'est ce qu'[il] avai[t] en tête, comme [il] fai[t] à chaque fois* ».

- L'oubli du contexte :

L'élève E3C1-S1 livre son opinion sur la grandeur recherchée lors du problème de division-partition. Il estime que « *toutes les courgettes qu'elle a ramassées, ça peut facilement 500 kilos* ». Il n'a pas mémorisé la question et ne met pas en place les inférences et les contrôles nécessaires. Par ailleurs l'élève E6C1-S1, lors du problème de division-partition, ne parvient pas à mémoriser les informations de l'énoncé. Il ne « *sai[t] pas comment ça s'appelle* » et explique que l'énoncé ne donne « *tous les mots dans la question* ».

- Le coût cognitif trop important :

Pour le problème de division-partition, l'élève E9C2-S1 a commencé par réaliser un schéma mais cela « *était trop difficile de dessiner* » alors elle a utilisé le matériel à disposition (des cubes) pour représenter la situation parce que « *ça ira[it] un peu plus vite* ». Cependant là aussi elle n'a pas été jusqu'au bout (elle en a pris le bon nombre et c'est arrêté là) et à finalement proposer l'opération qu'elle maîtrise, l'addition car elle s'est « *dit que ça pouvait marcher* ».

L'absence de construction d'une représentation n'est pas invraisemblable lors de l'évaluation diagnostique car les élèves n'ont pas encore étudié de façon explicite les notions qui leur permettent de réaliser les inférences et les « contrôles » nécessaires.

Lors de l'évaluation sommative, un élève de chaque classe n'a pas réussi à construire une représentation correcte de la situation. L'élève E8C2-S5 pour le problème de division-partition n'a pris en compte que la partie de l'énoncé qu'elle avait préalablement surlignée. Elle pense qu'il faut chercher le nombre de chocolats restants et propose un schéma et une soustraction cohérente avec cette représentation. Elle considère que « *bah, il en reste [des chocolats]* », alors que la fin de l'énoncé précise qu'il s'agit d'un partage de la totalité des bonbons. Lors de l'entretien elle ne remet pas en cause sa représentation malgré les questions posées. Cette « micro-compétence » (Balmes et

Coppé, 1999), chercher les éléments importants de l'énoncé, illustre un des obstacles didactiques définis précédemment. De son côté, l'élève E3C1-S5 dans le problème de division-quotition ne parvient initialement pas à qualifier correctement les données de l'énoncé et ne dissocie pas l'énoncé de la question : « *combien elle a fait en tout de..., combien de minutes elle a fait pour le premier exercice ?* ». Cependant au fur et à mesure de l'entretien, du fait de la reformulation et de l'étayage, il parvient à construire une représentation partielle et à définir qu'« *on peut faire 5+5+5+5 et +5 et là ça va faire 45* ». Malgré un défaut de qualification, il parvient à formuler la réponse en comptant sur ses doigts.

2.1.2. Reconstruction de la représentation

Dans les deux classes des élèves ont reconstruit partiellement ou totalement leur représentation de la situation quel que soit le type de problèmes et quel que soit la séance analysée. On peut distinguer plusieurs cas de figure (Annexes 14 et 19) :

1. Les élèves de la classe 2 qui n'avait pas apporté de réponse lors de la première évaluation et qui ont construit une représentation de la situation lors de la seconde évaluation. Le tableau 4 présente les éléments de verbatims de la séance 5 montrant le raisonnement de chaque élève pour le problème multiplicatif.

	Eléments du verbatim	Analyse
E7C2-S5	-Parce que y a le nombre.... 5 tours et de 300 m, alors il y a le nombre, mais il n'y a pas... combien Lilou a-t-elle parcouru, quelle distance.	L'élève E7C2-S5 a inféré le champ conceptuel multiplicatif en utilisant le contexte. Elle qualifie parfaitement les données de l'énoncé ainsi la grandeur cherchée. Pour choisir l'opération, elle s'appuie sur la relation entre chercher un nombre plus grand et la multiplication.
	-C'est pareil maîtresse elle m'a dit avant de faire celui-là et que je commence celui-là, elle m'a dit de faire un..., de souligner pareil et j'ai...et j'ai....et Maîtresse elle m'a dit de.. parce que les nombres plus grands, quand on a notre résultat, enfin un nombre plus grand, du coup plus grand c'est la multiplication.	
	-Parce que y a 5 tours et de 300 m.	
E8C2-S5	-Ben parce que... il y avait marqué « pour préparer le cross Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin » et je me suis dis que c'est un peu « plus ». Du coup, j'ai fait 300 + 300 + 300..	L'élève E8C2-S5 a construit une représentation mentale correcte. Cependant, elle n'infère pas le champ multiplicatif et reste dans

	-Parce que y a marqué : « quelle distance Lilou a-t-elle parcouru » et qu'elle a effectué 5 tours de 300 m.	le champ additif. Ses connaissances mathématiques ne lui permettent pas de relier l'addition itérée à la multiplication.
E9C2-S5	-Au début je pensais pas...enfin, je me disais que ça devait pas faire le même résultat, mais après je me suis dit que.... Bah faut que j'essaye et je trouvais que c'était...que, en fait, c'était bien ce que j'avais fait. -Bah je me suis dit de me faire confiance et voilà. C'est la maîtresse qui est venue voir. Voilà.	Initialement l'élève E9C2-S5 a douté de l'opération, pourtant experte, qu'elle avait choisie. Elle s'est appuyée sur un schéma pour conforter son raisonnement. Le réconfort émotionnel apporté par son enseignante qui l'a rassurée en lui disant « de se faire confiance », a sans doute été déterminant dans son choix.

Tableau 5 : Extraits des verbatims et analyses des élèves de la classe 2 pour le problème multiplicatif de la séance 5

2. Les élèves qui avaient apporté une réponse, fausse de facto, sans avoir construit de représentation en séance 1 et qui ont en séance 5 à la fois apporté une réponse et construit une représentation. C'est le cas des élèves E3C1, E5C1, E6C1 et E9C2. Ainsi, après avoir proposé une addition en séance 1 pour le problème de division-partition, on constate qu'en séance 5 grâce au contrôle pragmatique qu'elle a réalisé « *parce que [elle] savai[t] que 5 X 9 ça faisait 45 et que ça faisait pas ça* », l'élève E9C2-S5 a « *trouvé que ça serait plus simple de faire une division* ».
3. Les élèves qui reconstruisent partiellement ou totalement la situation-problème en début et en fin de séquence. Cela représente une majorité des élèves (9 sur 12) pour les deux types de problèmes de division dont l'ensemble des analyses sont présentés en annexes 14 et 19. Ainsi, par exemple l'élève E2C1 construit en séance 1 une représentation correcte de la situation pour le problème de division-partition en réalisant un schéma pour accompagner son raisonnement. Il travaille par essais-erreurs pour lesquels il réalise des contrôles de cohérence. En effet, au départ il se « *disai[t] que 15, c'était beaucoup. On ne pouvait pas. [Il s'est] dit que on pourrait peut-être mettre 5 pour essayer, si ça marche pas, [il] essayerai[t] un autre nombre* ». A la fin de la séquence, l'utilisation du schéma lui permet de réaliser un contrôle sémantique et il parvient à valider l'opération experte comme le montre son propos : « *dans l'énoncé ils disent qu'il y a 5 amis, alors je fais 5 bonhommes. J'ai*

essayé de les partager en...Chacun euh...à chaque personnage parce que je voulais pas faire une division, sinon je pensais que j'allais me tromper. » De même l'élève E10C2 pour le problème de division-quotition explique comment elle a construit pas à pas sa représentation en s'appuyant sur un schéma :

- *en séance 1 : « les petits ronds c'est les CD et les 4 c'est « 4 euros chacun » »*
- *en séance 5 : « du coup on avait le résultat, donc j'ai écrit 40 dans le haut et pour arriver jusqu'à 40 avec des 5, beh du coup, j'ai mis plusieurs 5 et après j'ai compté et ça m'a donné 9. ».*

Alors qu'elle n'avait pas inférer le champ conceptuel (Vergnaud, 1991) ni l'opération attendue en séance 1, elle infère l'opération experte $40/5$ au cours de l'entretien en séance 5 et la valide en réalisant un contrôle pragmatique du résultat « *parce que 40×5 ça aurait pas donné le numéro 9, ça aurait donné un nombre plus grand* ».

2.1.3. Activation spontanée des schém De même pour le problème de division-quotition de la séance 5, l'élève E5C1-S5 au cours de l'entretien réussit à qualifier correctement les données de l'énoncé et grâce à un contrôle pragmatique, il se rend compte que « *ah oui mais [il s'est] trompé, [il a] voulu faire comme ça, divisé sauf que sans faire exprès [il a] mis un « fois »* » alors qu'en séance 1 il avait choisi l'addition « *parce que c'est facile et vu que l'on entend somme* ». *as de problèmes*

Dans les deux classes des élèves ont activé spontanément les schémas de problèmes. Ainsi l'élève E1C1-S1 a choisi l'opération adéquate « *parce que pour [elle], c'était évident* ». L'élève E2C1-S1 quant à lui « *ne sai[t] pas* », « *c'était plus facile comme ça* ». L'élève E12C2-S5 infère directement l'opération car « *ah ouais, elle a fait 5 tours, donc 5×300* ».

Les élèves se répartissent en deux groupes (Annexes 14 et 19) :

1. Ceux qui infèrent directement l'opération lors des deux séances d'évaluation pour le même type de problème. Ils ont rencontré suffisamment de problèmes du même champ conceptuel (Vergnaud, 1991) pour avoir mémorisé leurs caractéristiques. Cette situation se rencontre

principalement pour les problèmes multiplicatifs qui ont déjà été étudiés en cycle 2. Il faut noter également que les élèves E4C1 et E12C2 sont dans cette configuration respectivement pour le problème de division-quotition et le problème de division-partition. Ainsi l'élève E4C1 explique en séance 1 que « *du coup, [il] divise un petit peu* » car « *ça [lui] est venu comme ça* » et en séance 5 qu'on « *est dans un problème de minutes, ça change pas grand chose* » et qu'« *on sait que c'est 40/5* ». De son côté l'élève E12C2 explique qu'il a utilisé la division en séance 1 car il « *n'arrivai[t] pas à trouver avec les X, du coup [il a] fai[t] avec la division* » et en séance 5, il « *ne sai[t] pas comment dire. Ça [lui] est venu comme ça, mais [il] ne sai[t] pas l'expliquer* ». Les problèmes de division n'étant pas au programme de cycle 2, on peut supposer que ces élèves ont acquis les connaissances nécessaires via les notions de calcul et /ou grâce à des situations réelles qu'ils ont vécues.

2. Ceux qui lors de l'évaluation diagnostique étaient obligés de reconstruire partiellement ou totalement la représentation de l'énoncé et qui lors de l'évaluation sommative mobilisent les schémas. Cela correspond à trois élèves de la classe 2 (E9C2, E11C2, E12C2) pour les problèmes de division (un seul ou les deux). En effet, en séance 1, ces élèves ont reconstruit une représentation partielle ou totale de la situation alors qu'en séance 5 pour le problème de division-quotition, E9C2-S5 et E12C2-S5 précisent que « *ça [leur] est venu comme ça* » et E11C2-S5 explique que « *il fallait forcément trouver une opération, une division qui allait faire 40* ».

Il faut également signaler le cas de l'élève E11C2 qui, pour les problèmes multiplicatifs, a inférer directement l'opération experte en séance 1 car « *c'est 7 euros pièce, elle en commande 48, donc [c'est] la première idée qui [lui] est venue par la tête* ». Cependant, lors de l'évaluation sommative, il infère le champ conceptuel (Vergnaud, 1990) mais pas l'opération. Il a « *eu l'idée de faire d'abord 300/5* » avant de réaliser un contrôle sémantique et de changer l'opération. Une explication de cette situation pourrait relever de la familiarité de la situation décrite par l'énoncé. Elle pourrait être plus importante dans le premier problème.

2.2. Interprétation des résultats

A travers ces résultats, on peut constater que dans chaque classe, un seul élève (E3C1-S5 et E8C2-S5) pour un seul type de problème (respectivement le problème de division-partition et de division-quotition) ne sont parvenus à construire une représentation de la situation lors de l'évaluation sommative alors qu'au départ six d'entre n'avaient fourni aucune réponse ou bien n'avaient pas construit de représentation. Par ailleurs, la majorité des élèves continuent de construire une représentation de la situation telle qu'elle est définie par la théorie des modèles mentaux. Les verbatims montrent qu'elle est plus précise en fin de séquence et que les élèves parviennent majoritairement à inférer le champs conceptuel (Vergnaud, 1991) correct. Le manque de confiance en soi ou la non-maîtrise de la technique opératoire constituent des freins aux choix de l'opération experte. De même, les élèves à besoin particulier de notre panel qui n'avaient pas répondu ou bien pas construit de représentation correcte des problèmes lors de la séance initiale ont tous construit une représentation ad hoc en fin de séquence à l'exception de l'élève E8C2 pour le problème de division-partition. Ainsi, ces éléments montrent que notre variable macro-didactique (Bru, 1991) concernant l'organisation de la séquence a permis aux élèves de majoritairement enrichir leurs connaissances quant à la catégorisation de problèmes relevant du champ multiplicatif (Vergnaud, 1991).

On peut également constater que certains élèves mobilisent les schémas de problèmes définis par la théorie des schémas (Julo, 1995, 2002). Deux éléments sont à remarquer sur un ou plusieurs problèmes :

1. Pour les élèves de la classe 1, seuls les quatre élèves qui avaient inféré directement l'opération en séance 1 (E1C1, E2C1, E4C1, E5C1) l'infèrent également en séance 5.
2. Pour les élèves de la classe 2, on retrouve ce cas de figure pour l'élève E12C2 mais on peut noter que les élèves E9C2 et E11C2 infèrent l'opération experte en séance 5 pour les problèmes de division même s'ils ne la mettent pas en œuvre. En effet, ils précisent ne pas maîtriser suffisamment la technique opératoire. Cela n'était pas le cas en séance 1.

Ces résultats tendent à montrer que le milieu spécifique (Brousseau, 1986) défini par les problèmes à variation en tant que variable micro-didactique (Bru, 1991) favorise l'enrichissement de la mémoire de problèmes.

2.3. Conclusion : Réponse à notre deuxième question de recherche

L'analyse des mécanismes cognitifs mis en jeu par les élèves de notre panel lors de la résolution des problèmes proposés montre soit la mise en jeu d'un processus de même niveau lors des deux entretiens, par exemple la reconstruction de la situation-problème, soit pour certains d'entre eux la mobilisation de processus de niveau plus élevé en séance 5 (Annexes 14 et 19). Par exemple l'élève E3C1 ne construit pas de représentation au début alors qu'il y parvient à la fin. De même l'élève E11C2 construit une représentation partielle ou totale des problèmes de division en séance 1 alors qu'il mobilise les schémas de problèmes en séance 5. Ainsi notre variable macro-didactique relative à l'organisation d'un enseignement explicite et quotidien permet d'accroître le niveau des processus cognitifs mis en jeu.

L'activation spontanée des schémas (Julo, 1995, 2002), processus visé par notre expérimentation est mise en avant soit dès la séance 1 pour 5 élèves (dont 4 sont dans la classe 1), soit après le déroulement de la séquence pour 2 élèves de la classe 2. Par ailleurs, si on étudie la répartition du nombre d'élèves qui ont mobilisé un processus cognitif du niveau supérieur lors de la séance d'évaluation sommative (tableau 5), on constate que cela concerne un nombre plus important d'élèves de la classe 2.

	Classe 1	Classe 2
Problème multiplicatif	2 élèves	3 élèves
Problème de division-partition	3 élèves	4 élèves
Problème de division-quotition	2 élèves	4 élèves

Tableau 6 : Nombre d'élèves qui ont mobilisé un mécanisme cognitif de niveau supérieur lors de la séance d'évaluation sommative

Ainsi pour répondre à notre seconde question de recherche, le milieu (Brousseau, 1986) spécifique défini par notre choix d'utiliser les problèmes à variation (Bartoloni Bussi, 2011) comme variable micro-didactique (Bru, 1991) semble favoriser le passage à des mécanismes cognitifs de niveau supérieur lors de la résolution des problèmes mis en jeu dans notre étude sans toutefois

permettre à la plupart d'entre eux de mobiliser directement le schéma adéquat.

Chapitre 9 : Conclusion et Discussion

1. Conclusion générale

Les faibles résultats obtenus en résolution de problèmes par nos élèves en classe et plus globalement par les élèves français lors des évaluations nationales et internationales nous ont amenés à nous interroger sur l'efficacité de cet enseignement tel qu'il est pratiqué traditionnellement. Nous avons mis en place une ingénierie didactique telle que définie par Artigue (1988) afin d'analyser les effets de la mise en place d'un milieu didactique (Brousseau, 1990) constitué par les problèmes à variation (Bartoloni Bussi, 2011) sur les résultats des élèves de CM1 lors de la résolution de problème appartenant au champ conceptuel multiplicatif (Vergnaud, 1991).

Nous avons formulé l'hypothèse que la présentation concomitante d'un problème multiplicatif et des deux problèmes de division correspondants favoriserait leur catégorisation et leur mise en mémoire, renforçant ainsi la mémoire de problèmes (Julo, 1995, 2002). Les données quantitatives relevées nous ont montré que notre variable micro-didactique (Bru, 1991) a permis aux élèves d'accroître les compétences « modéliser » et « représenter » de façon relativement comparable à un milieu ne l'utilisant pas contrairement à ce que nous avons envisagé. Les données qualitatives, issues des verbatims réalisés après les entretiens d'explicitation (Vermesch, 1994) sur un panel d'élèves, ont révélés les processus cognitifs mis en jeu. Il apparaît que même si l'inférence directe de l'opération exacte via la mobilisation des schémas de problèmes reste peu représentée, l'utilisation des problèmes à variation favorise le passage à des mécanismes cognitifs de niveau supérieur comparativement à la fréquentation de problèmes classiques.

Pour conclure cette étude et répondre à notre problématique, nous pouvons affirmer que le milieu (Brousseau, 1986) défini par l'utilisation des problèmes à variation permet d'enrichir la mémoire de problèmes (Julo, 1995, 2002) ce qui se traduit par la construction d'une représentation mentale plus complexe et précise que celle liée à un enseignement classique. Toutefois notre variable ne permet pas une activation spontanée de la mémoire de schémas plus importante. Une explication de cette observation pourrait être qu'une seule séquence n'est pas suffisante. Une programmation spiralaire de l'enseignement des problèmes multiplicatifs sur l'ensemble du cycle 3 devrait permettre d'atteindre l'objectif visé. Cela se traduit par un développement des compétences « modéliser » et « représenter » comparable à celui obtenu avec un milieu d'enseignement classique.

2. Limites

Cette recherche s'inscrit dans un travail collaboratif avec deux enseignantes de ma circonscription chacune avec un double niveau CM1/CM2. Il n'a été réalisé que sur un effectif total de 27 élèves. Les résultats de cette recherche n'ont pas de prétention à l'universalité mais représentent seulement une étude de cas.

Par ailleurs, le calendrier des relevés de données a été une contrainte temporelle pour les enseignantes et les élèves. En effet les observations en classe ont été faites uniquement sur mes jours de décharge de direction, soit un jour par mois. L'impact est visible essentiellement sur les données qualitatives. Ne pouvant me déplacer souvent, lors de la même séance il a fallu que les élèves passent l'évaluation et réaliser les entretiens. Ceux-ci ont parfois été raccourcis par manque de temps (heure de déjeuner, récréation). Avec le recul il aurait sans doute été profitable que les évaluations soient réalisées la veille.

Ensuite, l'effet recherche a certainement joué un rôle dans ce travail puisque la relation affective et émotionnelle créée entre les enseignantes et leurs élèves peut influencer ces derniers. Certains ont peur de se tromper et peuvent ne pas répondre pour ne pas décevoir leur maîtresse et « la maîtresse qui regarde ». De même ce contexte d'observation et /ou de discussion peut engendrer un stress ou à l'inverse une émulation qui implique une non réponse ou une réponse inhabituelle.

Enfin la difficulté la plus importante de ce travail a été de trouver des enseignants collaborateurs. En effet au départ je souhaitais solliciter des collègues que je ne connaissais pas afin d'aborder cette recherche avec une relation neutre. Malgré les démarches entreprises cela n'a pas été possible. Je remercie de nouveau les enseignantes collaboratrices pour leur participation à cette recherche.

3. Perspectives

Afin de mesurer l'impact de la mise en place de notre milieu utilisant les problèmes à variation sur les élèves, il serait intéressant de suivre les résultats obtenus par les élèves lors des évaluations nationales à leur entrée au collège. En effet, Bartoloni Bussi (2011) précise que les élèves qui avaient été confrontés une fois aux problèmes à variation obtiennent de meilleurs résultats en résolution de problèmes dans les classes supérieures.

De même ce questionnement pourrait être élargi au cycle 2 donnant lieu à un suivi de cohorte : quels seraient les résultats des élèves si dès le CP ils fréquentaient les problèmes à variation ? Cela favoriserait-il la résolution de problèmes au cycle 3 ?

De façon plus personnelle, cette recherche m'offre la possibilité d'adapter mon enseignement auprès de mes élèves au vu des résultats obtenus : les problèmes à variation continueront d'être proposés et seront complétés par d'autres types de présentation comme la multiprésentation (Nguala, 2005). Un nouveau contrat didactique sera explicité afin de réellement développer la compétence « représenter ».

Afin, pour terminer, il me semble également qu'il serait enrichissant d'étudier la résolution de problèmes à travers le prisme du sujet élève tant on sait que l'affect et la motivation sont importants à l'école.

Bibliographie

- ARTIGUE, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 9(3), 281–308.
- BACHELARD, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*, Paris, Vrin
- BALMES, R. M., COPPE, S. (1999). Les activités d'aide à la résolution de problèmes dans les manuels de cycle 3, Grand N, n°63, pp. 37-59
- BARDIN, L. (1998). *L'analyse de contenu*. Paris. Presses Universitaires de France
- BARTOLINI BUSSI M. G., CANALINI R., FERRI F. (2011). Towards cultural analysis of content: problems with variation in primary school, Proc SEMT 11, Prague.1
- BARTOLINI BUSSI M. G., (2012). Introduction to the problem of curricula all over the world, conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège, IFE
- BARTOLINI BUSSI M. G., (2013). A dialogue between cultures about task design for primary school, in Margolinas, C. (Ed.). *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22* . Oxford., p. 549-558
- BASSOK, M., CHASE V., MARTIN S., (1998). *Adding Apples and Oranges : Alignment of Semantic and Formal Knowledge*, Cognitive Psychology, n°35
- BEIJING EDUCATION science research institute and Beijing instruction research center for basic education (1996). vol. 4, p. 88.
- BOUVIER, A. (1981). *La mystification mathématique*, Herman, Paris, 158 P.
- BRESSOUX, P. (2001). Réflexions sur l'effet-maître et l'étude des pratiques enseignantes. *Les Dossiers des sciences de l'éducation*, 5, 35-52.
- BRIGAUDIOT, M. (2014). *Première maîtrise de l'écrit*. Hachette Education
- BRISSIAU, R. (2006). *Calcul et résolution de problèmes arithmétiques : il n'y a pas de paradis pédagogique perdu*, page mise en ligne sur le site du Café Pédagogique le 06-06-2006, <http://cafepedagogique.net>
- BROUSSEAU, G. (1980). *Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Revue de laryngologie otologie rhinologie, vol. 101.
- BROUSSEAU, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4, n°2, pp. 165-198
- BROUSSEAU G. (1986 a). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherche en didactique des mathématiques* Vol 7., n°2, pp. 33-115, La pensée sauvage, Grenoble
- BROUSSEAU G. (1986 b). La relation didactique : le milieu, *Actes de la 4e école d'été de la*

didactique des mathématiques, pp 54-68, IREM de Paurs 7

BROUSSEAU, G. (1988). Didactique fondamentale : cadre et objets de la didactique, *Actes de l'université d'été d'Olivet : Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire*, Bordeaux, IREM, pp. 10-25

BROUSSEAU G. (1990). «Le contrat didactique et le concept de milieu: Dévolution.»in Revue «Recherches en didactique des Mathématiques» Vol 9.3 .pp 309-336. (Actes de la V^{ème}Ecole d'été de Didactique des mathématiques, Plestinles grèves). *La pensée sauvage*. Grenoble.

BROUSSEAU, G. (1997 a). Theory of Didactical Situations in Mathematics. *Didactique des Mathématiques, 1970–1990*, Springer Netherlands.

BROUSSEAU, G. (1997 b). La théorie des situations didactiques : le cours de Montréal, disponible à l'adresse : <http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>

BROUSSEAU, G. (1998). Théorie des Situations Didactiques (Didactique des mathématiques 1970-1980). *La pensée sauvage*. Grenoble

BROUSSEAU, G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*, [http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/ Glossaire_Brousseau.pdf](http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf), p9.

BRU, M (1991). Les variations didactiques dans l'organisation des conditions d'apprentissage. Toulouse: Editions Universitaires du Sud

BULTEN, D., PREZARD, M. (2007). *Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental entre sens et technique*, Grand N, n°79

CAILLOT, M. (1984). La résolution de problèmes de physique : représentations et stratégies, *Psychologie française*, Vol. 29, N°3-4, pp. 257-262

CAVAZZA, M. (1993). *Modèles mentaux et sciences cognitives*, in *Les Modèles mentaux : approche cognitive des représentations*, Coordonné par Ehrlich M. F., Tardieu H., Cavazza M., Masson, Paris, 183 p.

CHARNEY, R. (1988). Apprendre (par) la résolution de problèmes, *Grand N*, n° 42, pp. 21-29

CHARNEY, R. (2006). *Calcul, résolution de problèmes, programmes : réaction au texte de Rémi Brissiaud*, page mise en ligne sur le site du Café Pédagogique le 20-06-2006, <http://cafepedagogique.net>

CHARNEY, R. MANTE, M. (1996). Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles, Hatier

CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, La

- Pensée sauvage editions-Recherches en didactique des mathématiques, Grenoble, 126p.
- CHEVALLARD, Y. (1989). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, n° 108, LSD-IMAG, Grenoble
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 12 (1), 73–112.
- COPPE, S., HOUEMENT, C., (2002).Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire, *Grand N*, n° 69, pp. 53-62
- DAROCZY, G., MEURERS, D., HELLER, J., WOLSKA, M., NUERK, H.-C., The interaction of linguistic and arithmetic factors affects adult performance on arithmetic word problems, *Cognitive processing*, n°21
- DESCAVES, A. (1992). *Comprendre des énoncés Résoudre des problèmes*. Hachette Education
- ESCARABAJAL, M.-C. (1984). Compréhension et résolution de problèmes additifs, *Psychologie française*, n°3, pp 247-252
- FAINGOL, N. (1993). Accéder aux savoirs implicites de l'acte pédagogique : l'entretien d'explicitation avec les enseignants experts. *Actes du premier congrès AREF*.
- FAYOL, M. (1992). Comprendre ce que l'on lit : de l'automatisme au contrôle, in Fayol M., Gombert J.-E., Iecoq P., Sprenger-Charolles L., Zagar D., *Psychologie cognitive de la lecture*, Paris, PUF
- FAYOL, M. (2000). *Maîtriser la lecture*. CNDP, Observatoire National de la lecture
- FEYFANT, A. (2015). *La résolution de problèmes mathématiques au primaire*. Dossier de veille de l'IFÉ, n° 105, novembre. Lyon : ENS de Lyon.
- GRANDCLÉMENT M., ROUSSEL N., SIARD R., XERCAVINS C., (2019). Une démarche pour résoudre des problèmes arithmétiques au cycle 2, Référentes Mathématiques de Circonscription, département du Rhône
- HANIN V., VAN NIEUWENHIVEN C. (2016). « Evaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire », *Evaluer. Journal International de recherche en éducation et formation*, Vol 2, N°1, p.53-88
- HENAFF, C. (2014). *Résoudre des problèmes, CE2*, Retz
- HENAFF, C. (2022). *Résoudre des problèmes, CM1*, Retz
- HILBERT, D. (1900). *Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongress zu Paris*

- HOUEMENT, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, n°15, p. 67-96.
- HOUEMENT, C. (2014). Des connaissances fonctionnelles (mais ignorées) en résolution de problèmes arithmétiques. *Cahiers des Sciences de l'Education*, n°36, p.7-34
- HOUEMENT, C. (2017). *Résolution de problèmes arithmétiques à l'école*. Grand N, IREM de Grenoble, 100. hal-01902810
- JOHNSON -LAIRD, P. N. (1993). *Mental models : Towards a cognitive science of language, inference and consciousness*, Cambridge, Cambridge University Press
- JOHNSON -LAIRD, P. N. (1993). La théorie des modèles mentaux, in *Les Modèles mentaux : approche cognitive des représentations*, Coordonné par Ehrlich M. F., Tardieu H., Cavazza M., Masson, Paris, 183 p.
- JULO, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses Universitaires de Rennes.
- JULO, J. (2001). Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ? In *Actes du 27ème Colloque des formateurs d'enseignants du premier degré en mathématiques* (pp. 9–28). COPIRELEM Chamonix 2000. IREM de Grenoble.
- JULO, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?, *Grand N*, N° 69, pp. 31-52
- KINTSCH, W., GREENO, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems, *Psychological Review*, Vol n°92, n°1, pp 109-129
- LAKOFF G., NUNEZ R., (2001). *Where Mathematics Comes From : How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Book, New York
- LAPARRA M., MARGOLINASC. (2009). Le schéma : un écrit de savoir?. *Pratiques : linguistique, littérature, didactique*, Centre de recherche sur les médiations (Crem) - Université de Lorraine, 143-144 (Numéro spécial : les écrits de savoir), pp.51-82. fhal-00722211
- MARGOLINAS, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, p. 255, La Pensée sauvage, Grenoble
- MARGOLINAS, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, *Les débats de didactique des mathématiques*, p. 89-102, La Pensée sauvage
- MARGOLINAS, C. (1997). Etude de situations didactiques « ordinaires » à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation de professeur, *Actes de la 9ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, Hou gate p. 35-43, Paris : ARDM

MERRI, M. (2007). *Activité humaine et conceptualisation. Questions à Gérard Vergnaud*. PU Mirail, Toulouse, 375p.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (1945). *Programmes, Instructions officielles*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (1970). *Programme et enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION (1978). *Horaires, objectifs et programmes du Cycle élémentaire*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION (1980). *Horaires, objectifs et programmes du Cycle moyen*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (1985). *Programmes et Instructions pour l'école élémentaire*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (1995). *Programme de l'école primaire*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (2002). *Programmes d'enseignement de l'école primaire*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE (2006). *Socle commun de connaissances et de compétences*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DU MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE (2008). *Horaires et Programmes d'enseignement de l'école primaire*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE (2016). *Socle commun de compétences, de connaissances et de culture*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS (2020). *Programmes d'enseignement du cycle de consolidation (a)*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS (2020). *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (b)*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS (2022). *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*

MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS (1882). Arrêté du 27 juillet 1882 réglant l'organisation pédagogique et le plan d'étude des écoles primaires publiques

NGUALA J.B. (2005). La multiprésentation, un dispositif d'aide à la résolution de problèmes, *Grand N* n°76 p.45-63, IREM de Grenoble

NGUALA J.B. (2006). Faire varier le contexte pour aider à la résolution de problèmes, *INSHEA La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, Vol. 1, n°33, 177-186

NIMIER, J. (1989). *Entretiens avec des mathématiciens. (A. Lichénérowicz ; C. Berge ; A. Joyal ;*

- N. Kuiper ; B. Malgrange ; C. Pisot ; J. Riguet ; R. Thom) (*L'heuristique mathématique*), IREM, Lyon
- NOVOTNA, J. (2002). Instruments pour l'analyse des traces écrites. Extrait de la présentation : *De l'étude du comportement à celle de situation*, Université de Bordeaux, DAEST
- POLYA G. (1945). *How to solve it ?* Princeton, Éditions : Princeton Univ. Press.
- POLYA, G. (1965). *Comment poser et résoudre un problème*, Dunod, Paris
- RODITI E., SALLES F., (2015). « Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques : un autre regard sur les résultats. » dans « Evaluation des acquis : principes, méthodologie, résultats » *Education et Formations*, N° 86-87, MEN, 2015
- ROUCHIER, A., BLOCH, I. (2008). Perspectives en didactique des mathématiques – Cours de la XIII^{ème} École d'été de didactique de mathématiques, Sainte Livrade (Lot et Garonne) – Du 18 au 26 août 2005 (cédérom) ; Grenoble *La pensée sauvage éditions*.
- SENSEVY, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*, Bruxelles, De Boeck.
- VAN DER MAREN, J.-M. (1996). *Méthodes de recherche pour l'éducation*. Bruxelles: De Boeck Université.
- VERGNAUD, G. (1981) Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.2, n°2, pp. 215-232
- VERGNAUD, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand N*, n° 38, p. 21-40.
- VERGNAUD, G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.10, n°2-3, p. 133-170
- VERGNAUD, G. dir, (1997) Résolution de problèmes, *Le Moniteur de mathématiques cycle 3* Fichier pédagogique Editions Nathan.
- VERMERSCH., P. (1994). *L'entretien d'explicitation en formation initiale et continue*. Paris : ESF.

Table des figures

Figure 1 : Le triangle didactique selon Houssaye.....	5
Figure 2 : Situation didactique de base (Brousseau, 1998).....	6
Figure 3 : Situation d'enseignement (Groupe recherche IREM Bordeaux, 1988)	7
Figure 4 : Niveaux du milieu de Brousseau repris par Margolinas (1995)	10
Figure 5 : Niveaux du milieu de Margolinas (1995)	11
Figure 6 : Exemple de schémas représentant le champ conceptuel des structures additives (Vergnaud, 1990)	16
Figure 7 : Exemple de schémas représentant le champ conceptuel des structures multiplicatives (Vergnaud, 1990).....	16
Figure 8 : Schéma illustrant les étapes de la résolution de problèmes d'Alain Descaves (Stecker Stella)	26
Figure 9 : Comparatif des compétences travaillées en mathématiques aux cycles 2 et 3	29
Figure 10 : Exemple de problèmes à variation (<u>Beijing education science research institute and Beijing instruction research center for basic education (1996)</u>)	36

Table des diagrammes

Diagramme 1 : Diagrammes représentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème multiplicatif	55
Diagramme 2 : Diagrammes représentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour les problèmes de division	56
Diagramme 3 : Diagrammes représentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème multiplicatif	57
Diagramme 4 : Diagrammes représentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème de division-partition	57
Diagramme 5 : Diagrammes représentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème de division-quotition	58
Diagramme 6 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème multiplicatif	60
Diagramme 7 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème de division-partition.....	61
Diagramme 8 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème de division-quotition.....	62
Diagramme 9 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème multiplicatif	63
Diagramme 10 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème de division-partition	64

Diagramme 11 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème de division-quotition	65
Diagramme 12 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour les problèmes de division-partition et division-quotition	69
Diagramme 13 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour le problème multiplicatif	71
Diagramme 14 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour les problèmes de division-partition	71
Diagramme 15 : Diagrammes présentant le pourcentage de chaque type de schéma pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique et sommative pour les problèmes de division-quotition	72

Tables des tableaux

Tableau 1 : Organisation de la séquence d'enseignement pour les deux classes.....	42
Tableau 2 : Pourcentages relatifs au type d'opération utilisée pour les deux classes lors de la séance 5.....	66
Tableau 3 : Pourcentages de présence de schéma lors des séances d'évaluation en fonction du type de problème pour la classe 1	68
Tableau 4 : Pourcentages de présence de schéma lors des séances d'évaluation en fonction du type de problème pour la classe 2	70
Tableau 5 : Extraits des verbatims et analyses des élèves de la classe 2 pour le problème multiplicatif de la séance 5.....	79
Tableau 6 : Nombre d'élèves qui ont mobilisé un mécanisme cognitif de niveau supérieur lors de la séance d'évaluation sommative.....	83

ANNEXE 1 : Problèmes multiplicatifs proposés aux élèves

Problèmes Séance 1 communs aux deux classes : évaluation diagnostique

PRENOM :

Date :

Problème 1 : Le professeur de musique dispose de 60 euros pour acheter des CD qui coûtent 4 euros chacun.

Combien de CD le professeur de musique peut-il acheter ?

Problème 2 : Au mois de juillet, Lili a récolté 75 kg de courgettes qu'elle a rangées dans 15 cagettes. Chaque cagette pèse le même poids de courgette.

Quel poids de courgette chaque cagette contient-elle ?

Problème 3 : À l'école des Rosiers, la directrice commande des fichiers de mathématiques à 7 euros pièce. Elle en commande 48.

Combien la directrice devra-t-elle payer ?

Problèmes avec une présentation classique Séances 2 et 3 classe 1

PRENOM :

Date :

Problème 1 : J'ai 50 jetons. Je les range par paquets de 5.

Combien cela me fait-il de paquets ?

Combien de touristes arrivent au musée ?

Problème 2 : J'ai 60 jetons. Je les partage en 3 tas ayant le même nombre de jetons.

Combien y-a-t-il de jetons dans chaque tas ?

PRENOM :

Date :

Problème entraînement jour 1 : Pour préparer des sandwiches, Louis a coupé 35 tranches de saucisson. Il met 5 tranches par sandwich.

Combien de sandwiches Louis peut-il préparer ?

Problème entraînement jour 2 : Lucas doit ranger les 45 ballons de l'école dans des sacs. Chaque sac peut contenir 5 ballons

Combien lui faut-il de sacs ?

Problème entraînement jour 3 : Le jardinier du château dispose de 42 arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en 6 rangées ayant toutes le même nombre d'arbres.

Combien y aura-t-il d'arbres dans chaque rangée ?

PRENOM :

Date :

Problème 1 : J'ai 84 jetons sur ma table. Je les range par paquets de 6.

Combien cela me fait-il de paquets ?

Problème 2 : Le proviseur du lycée doit composer 5 classes avec les 125 élèves de sixième en mettant le même nombre d'élèves dans chaque classe.

Combien y-aura-t-il d'élèves dans chacune des classes ?

PRENOM :

Date :

Problème entraînement jour 1 : Un jardinier dispose de 48 arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en 3 rangées ayant toutes le même nombre d'arbres.

Combien y-aura-t-il d'arbres dans chaque rangée ?

Problème entraînement jour 2 : 4 amis ont une boîte de 60 chocolats. Ils la partagent en prenant tous le même nombre de chocolats.

Combien chacun prend-il de chocolats ?

Problème entraînement jour 3 : Eva participe à une course à pied. Elle parcourt la plus grande distance possible en 90 minutes. Elle court à allure régulière au rythme d'un kilomètre en 5 minutes.

Quelle distance Eva parcourt-elle en 90 minutes ?

Problèmes CM1 S3 entraînement : 1 pb par jour

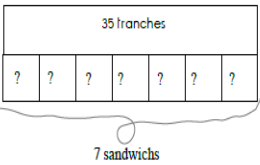
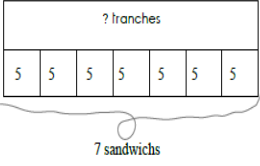
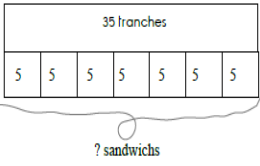
Problèmes avec une présentation à variation Séances 2 et 3 classe 2

PRENOM :

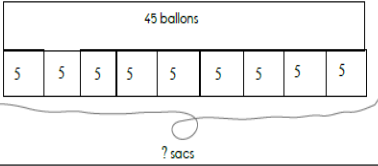
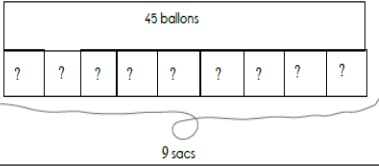
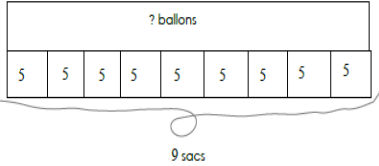
Date :

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :																																	
<p>J'ai 50 jetons. Je les range par paquets de 5. <i>Combien cela me fait-il de paquets ?</i></p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>50 jetons</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 5px;">? Paquets</p> </div>	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	<p>J'ai 50 jetons. Je les range par paquets. Je fais 10 paquets. <i>Combien ai-je de jetons dans un paquet ?</i></p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>50 jetons</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 5px;">10 Paquets</p> </div>	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	<p>J'ai des jetons. Je les range par paquets de 5. Je fais 10 paquets. <i>Combien ai-je de jetons ?</i></p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>? jetons</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 5px;">10 Paquets</p> </div>	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5																									
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?																									
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5																									
<p>J'ai 50 jetons. Je donne 5 jetons à chacun de mes amis. <i>Combien ai-je d'amis ?</i></p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>50 jetons</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 5px;">? Paquets</p> </div>	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	<p>J'ai 50 jetons. J'en donne à chacun de mes 10 amis. <i>Combien chaque ami a-t-il de jetons ?</i></p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>50 jetons</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">?</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 5px;">10 Paquets</p> </div>	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	<p>J'ai des jetons. Je donne 5 jetons à chacun de mes 10 amis. <i>Combien ai-je de jetons ?</i></p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>? jetons</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">5</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 5px;">10 Paquets</p> </div>	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5																									
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?																									
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5																									

Problèmes CM1 S2 recherche

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :
<p>Pour préparer 7 sandwichs, Louis a coupé 35 tranches de saucisson. Il met le même nombre de tranches par sandwich.</p> <p>Combien de tranches Louis a-t-il mis dans chaque sandwich?</p> 	<p>Pour préparer 7 sandwichs, Louis a coupé des tranches de saucisson. Il met 5 tranches par sandwich.</p> <p>Combien Louis a-t-il coupé de tranches ?</p> 	<p>Pour préparer des sandwichs, Louis a coupé 35 tranches de saucisson. Il met 5 tranches par sandwich.</p> <p>Combien de sandwichs Louis peut-il préparer ?</p> 

Problèmes CM1 S2entraînement jour 1

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :
<p>Lucas doit ranger les 45 ballons de l'école dans des sacs.</p> <p>Chaque sac peut contenir 5 ballons</p> <p>Combien lui faut-il de sacs ?</p> 	<p>Lucas doit ranger les 45 ballons de l'école dans 9 sacs.</p> <p>Chaque sac contient le même nombre de ballons.</p> <p>Combien y a-t-il de ballons dans un sac ?</p> 	<p>Lucas doit ranger les ballons de l'école dans 9 sacs. Chaque sac peut contenir 5 ballons.</p> <p>Combien y a-t-il de ballons ?</p> 

Problèmes CM1 S2entraînement jour 2

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :																																				
<p>Le jardinier du château dispose de 42 arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en 6 rangées ayant toutes le même nombre d'arbres.</p> <p>Combien y aura-t-il d'arbres dans chaque rangée ?</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <tr> <td colspan="6">42 arbres</td> </tr> <tr> <td>?</td><td>?</td><td>?</td><td>?</td><td>?</td><td>?</td> </tr> </table> <p>6 rangées</p> </div>	42 arbres						?	?	?	?	?	?	<p>Le jardinier du château dispose d' arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en 6 rangées ayant toutes 7 arbres.</p> <p>Combien y a-t-il d'arbres en tout ?</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <tr> <td colspan="6">? arbres</td> </tr> <tr> <td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td> </tr> </table> <p>6 rangées</p> </div>	? arbres						7	7	7	7	7	7	<p>Le jardinier du château dispose de 42 arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en rangées ayant toutes 7 arbres.</p> <p>Combien y aura-t-il de rangées ?</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <tr> <td colspan="6">42 arbres</td> </tr> <tr> <td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td><td>7</td> </tr> </table> <p>? rangées</p> </div>	42 arbres						7	7	7	7	7	7
42 arbres																																						
?	?	?	?	?	?																																	
? arbres																																						
7	7	7	7	7	7																																	
42 arbres																																						
7	7	7	7	7	7																																	

Problème CM11 S2 entraînement jour 3

PRENOM :

Date :

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :
<p>J'ai 84 jetons sur ma table. Je les range par paquets de 6. <i>Combien cela me fait-il de paquets ?</i></p>	<p>J'ai 84 jetons sur ma table. Je les range par paquets. Je fais 14 paquets. <i>Combien ai-je de jetons dans un paquet ?</i></p>	<p>J'ai des jetons. Je les range par paquets de 6. Je fais 14 paquets. <i>Combien ai-je de jetons ?</i></p>
<p>J'ai 84 jetons. J'en distribue 6 à chaque élève. <i>Combien y-a-t-il d'élèves?</i></p>	<p>J'ai 84 jetons. Je les distribue à chaque élève. Il y a 14 élèves. <i>Combien ai-je distribué de jetons à chacun ?</i></p>	<p>J'ai des jetons. Je distribue 6 jetons à chaque élève. Il y a 14 élèves. <i>Combien ai-je de jetons ?</i></p>

Problèmes CM1 S3 recherche

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :
<p>Un jardinier dispose de 48 arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en 3 rangées ayant toutes le même nombre d'arbres.</p> <p><i>Combien y-aura-t-il d'arbres dans chaque rangée ?</i></p>	<p>Un jardinier dispose d'arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en 3 rangées ayant toutes 16 arbres.</p> <p><i>Combien y-aura-t-il d'arbres en tout ?</i></p>	<p>Un jardinier dispose de 48 arbres pour planter dans le parc. Il veut les planter en rangées ayant toutes 16 arbres.</p> <p><i>Combien y-aura-t-il de rangées ?</i></p>

Problèmes CM1 S3 entraînement jour 1

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :
<p>4 amis ont une boîte de 60 chocolats. Ils la partagent en prenant tous le même nombre de chocolats.</p> <p><i>Combien chacun prend-il de chocolats ?</i></p>	<p>Des amis ont une boîte de 60 chocolats. Ils la partagent en prenant tous 15 chocolats.</p> <p><i>Combien y-a-t-il d'amis ?</i></p>	<p>4 amis ont une boîte de chocolats. Ils la partagent en prenant tous 15 chocolats.</p> <p><i>Combien y-a-t-il de chocolats dans la boîte ?</i></p>

Problèmes CM1 S3 entraînement jour 2

Titre de la colonne :	Titre de la colonne :	Titre de la colonne :
<p>Eva participe à une course à pied. Elle parcourt 18 kilomètres. Elle court à allure régulière au rythme d'un kilomètre en 5 minutes.</p> <p><i>En combien de temps Eva parcourt-elle 18 kilomètres ?</i></p>	<p>Eva participe à une course à pied. Elle parcourt 18 kilomètres en 90 minutes. Elle court à allure régulière.</p> <p><i>Quelle distance Eva parcourt-elle en 5 minutes ?</i></p>	<p>Eva participe à une course à pied. Elle parcourt la plus grande distance possible en 90 minutes. Elle court à allure régulière au rythme d'un kilomètre en 5 minutes.</p> <p><i>Quelle distance Eva parcourt-elle en 90 minutes ?</i></p>

Problèmes CM1 S3 entraînement jour 3

Problèmes séance 4 communs aux deux classes

PRENOM :

Date :

Problème 1 : 8 groupes de touristes arrivent en même temps à l'entrée du musée.

Chaque groupe est composé de 25 touristes.

Combien de touristes arrivent au musée ?

Problème 2 : Élise est une championne de gymnastique.

Depuis ses débuts, elle a gagné 48 coupes qu'elle a rangées sur des étagères de 4.

Combien Élise a-t-elle rempli d'étagères ?

Problème 3 : 65 enfants se sont inscrits au tournoi de basket-ball.

Les organisateurs vont constituer 13 équipes ayant le même nombre de joueurs.

Combien de joueurs y a-t-il dans une équipe ?

PRENOM :

Date :

Problème entraînement jour 1 : Lulu veut poser du carrelage dans sa cuisine. Il achète 6 paquets de 25 carreaux.

Combien de carreaux Lulu achète-t-il ?

Problème entraînement jour 2 : Un restaurateur veut changer tous les verres de son établissement. Il lui faut 120 verres et ceux-ci sont vendus par boîtes de 4.

Combien de boîtes le restaurateur doit-il acheter ?

Problème entraînement jour 3 : Le pâtissier a préparé 70 mini-cakes. Pour les vendre, il les conditionne dans 14 sachets. Chaque sachet a le même nombre de mini-cakes.

Combien de mini-cakes y-a-t-il dans un sachet ?

Problèmes CM1 S4 entraînement : 1 pb par jour

Problèmes Séance 5 communs aux deux classes : évaluation sommative

Problème 1 : 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats. Ils ont tous pris le même nombre de chocolats.

Combien chacun a-t-il pris de chocolats ?

Problème 2 : Pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300 mètres.

Quelle distance Lilou a-t-elle parcourue ?

Problème 3 : Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de mathématiques. Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice.

Combien d'exercices Samia va-t-elle faire en 40 minutes ?

ANNEXE 2 : Séquence Résoudre des problèmes multiplicatifs

Pré-requis : Résoudre des problèmes d'addition, soustraction

Compétences à construire :

Compétence 1 : Définir les caractéristiques des problèmes de multiplicatifs (multiplication, division partition, division quotient)

Compétence 2 : Réaliser une schématisation correspondant à l'énoncé

Compétence 3 : Choisir l'opération correspondante (multiplication/division)

Compétence 4 : Ecrire la phrase réponse correspondante

Objectif général de la séquence : Enrichir la mémoire de problèmes en résolvant des problèmes multiplicatifs (multiplication/division)

Séance 1 : Résoudre des problèmes multiplicatifs (sans présentation de variation)-évaluation diagnostique

Objectifs spécifiques :

1. Résoudre des problèmes multiplicatifs (multiplication / division) :

- définir la catégorie de problème
- définir l'opération correspondante
- réaliser le schéma correspondant
- écrire la phrase réponse

2. Définir les processus cognitifs mis en œuvre lors de la catégorisation

➤ Présentation de la séance :

Aujourd'hui, vous allez résoudre des problèmes tout seul. Vous pouvez dessiner, faire des schémas, écrire... Vous aurez 20 minutes pour résoudre 3 problèmes.

- Tâche : Résoudre individuellement les problèmes proposés
 - Distribution des feuilles
 - *Consigne 1* : Vous allez devoir résoudre tous les problèmes qui sont sur la feuille.

- *Avant de commencer, vous devez bien lire tous les énoncés.*
 - *Les problèmes ne sont pas notés.*
 - *Vous devez répondre directement sur la feuille que je vais vous donner.*
 - *Surtout n'effacez pas ce que vous écrivez. Vous pouvez barrer si vous le souhaitez. C'est important car cela me permettra de comprendre comment vous avez résolu les problèmes.*
 - *Pour résoudre les problèmes, vous pouvez faire des dessins, des schémas et écrire ce que vous voulez.*
- Laisser un temps de travail de 20 minutes maximum. Le maître observe le comportement des élèves. Si un élève sollicite des informations complémentaires, le maître ne lui donnera pas d'éléments pouvant orienter sa réponse mais lui proposera de relire les énoncés et de répondre comme il pense.

***Différenciation : matériel de manipulation / Etayage personnel/ Mémo problèmes/Type de problèmes pour EBEP**

Séance 2 : Caractériser les problèmes de type multiplicatif en s'appuyant sur les problèmes à variation

Objectifs spécifiques :

- 1.S'appuyer sur les problèmes à variation pour résoudre des problèmes (schématisation donnée)
- 2.Catégoriser les problèmes en fonction du type d'opération mise en jeu : multiplication et division
- 3.Définir les caractéristiques des problèmes multiplicatifs
- 4.Définir les processus cognitifs mis en œuvre lors de la catégorisation

- Présentation de la séance :

Nous allons travailler sur les problèmes.

Aujourd'hui, nous allons apprendre à résoudre deux nouvelles catégories de problèmes : les problèmes de multiplication et de division. Lorsque nous aurons terminé notre séance, vous connaîtrez les caractéristiques de problèmes de multiplication et de division.

Notre travail va se faire en deux parties : d'abord vous allez réfléchir tout seul aux problèmes puis vous travaillerez par groupe pour présenter vos résultats et vous mettre d'accord sur une solution.

- Tâche 1 : Résoudre individuellement les problèmes à variation proposés
 - Distribution des feuilles
 - *Consigne 1* : Dans un premier temps, vous allez devoir résoudre tous les problèmes qui sont sur la feuille.
- Avant de commencer, vous devez bien lire les énoncés et les schémas.
- Vous devez répondre directement sur la feuille que je vais vous donner.
- Surtout n'effacez pas ce que vous écrivez. Vous pouvez barrer si vous le souhaitez. C'est important car cela me permettra de comprendre comment vous avez résolu les problèmes.
- Pour résoudre les problèmes, vous pouvez faire tous les calculs que vous voulez...
- N'oubliez pas d'écrire la phrase réponse.

- Laisser un temps de travail de 20 minutes maximum. Le maître observe le comportement des élèves. Si un élève sollicite des informations complémentaires, le maître ne lui donnera pas d'éléments pouvant orienter sa réponse mais lui proposera de relire les énoncés et de répondre comme il pense.

***Différenciation : matériel de manipulation / Etayage personnel/ Mémo problèmes/Type de problèmes pour EBEP**

- Tâche 2 : Collectivement se mettre d'accord sur les réponses
 - Distribution des feuilles A3
 - *Consigne 2* : Vous venez de chercher comment résoudre des problèmes.
 - Maintenant vous allez confronter vos résultats en groupe/à 2.
 - Vous devez être capable d'expliquer à vos camarades comment que vous avez fait pour résoudre ces problèmes.
 - Puis vous devrez discuter pour vous mettre d'accord pour chaque problème sur un calcul et sur une phrase réponse.
 - *Ensuite vous devrez expliquer pourquoi on les a mis en colonne et en ligne.*
 - Certains d'autres vous /le rapporteur nous présentera vos réponses à la fin.
 - Constitution des groupes hétérogènes

- Rappel des règles de fonctionnement du travail en groupe selon les habitudes de la classe
- Travail collectif : 20 minutes maximum

***Différenciation : Etayage collectif / Aider à la formulation des caractéristiques des problèmes de multiplication/division / Faire verbaliser les procédures**

- Présentation de la tâche 3 : Présentation des résultats et synthèse
 - *Consigne 3* : Vous venez de vous mettre d'accord sur une solution pour les problèmes que je vous ai proposés. Certains d'autres vous /les rapporteurs vont venir nous présenter vos propositions.
 - Présentation
 - *Lors de la mise en commun, le PE fait ressortir les points communs présentés et formalise les caractéristiques des problèmes de multiplication / division (calculs et schémas)*
 - *Réalisation d'une affiche mémoire où les énoncés sont collés au bon endroit.*
- Synthèse : Les problèmes que je vous ai donnés varient à chaque fois : les énoncés sont presque les mêmes, mais on ne cherche pas la même chose.
 - Nous venons de revoir les caractéristiques des problèmes de multiplication que vous avez rencontrés en CE2: On cherche un nombre plus grand qui indique combien ça fait en tout et c'est le même nombre qui est répété plusieurs fois.
 - Nous venons d'apprendre les caractéristiques des problèmes de division.

Il existe deux sous-catégories :

- les problèmes de partage : on cherche un nombre plus petit, combien vaut une part pour chacun ?
- les problèmes de groupement : on cherche un nombre plus petit, combien il y a de groupes ?

La division est l'inverse d'une multiplication.

Cette semaine, vous devrez résoudre des problèmes qui varient pour vous entraîner à reconnaître les problèmes de multiplication et de division.

La semaine prochaine, nous continuerons de travailler sur les problèmes de multiplication/division à partir de problèmes qui varient. Vous devrez cette fois résoudre des séries de problèmes en construisant le schéma.

Séance 3 : Construire la représentation schématique de problèmes multiplicatifs en s'appuyant sur les énoncés à variation

Objectifs spécifiques :

- 1.S'appuyer sur les problèmes à variation pour résoudre des problèmes (schématisation non donnée)
- 2.Catégoriser les problèmes en fonction du type d'opération mise en jeu : multiplication et division
- 3.Construire la représentation schématique
- 4.Définir les processus cognitifs mis en œuvre lors de la catégorisation

➤ Présentation de la séance :

Nous allons travailler sur les problèmes.

Nous avons déjà caractérisé les problèmes avec des multiplications et des divisions.

*Faire rappeler les caractéristiques de chaque type de problèmes en appui sur les affiches collectivement.

Aujourd'hui, nous allons continuer d'apprendre à résoudre des problèmes de multiplication et de division. Cette fois, dans les problèmes que je vais vous donner, il n'y aura pas de schéma, il va falloir le réaliser.

Lorsque nous aurons terminé notre séance, vous saurez construire les schémas des problèmes de multiplication et de division.

Notre travail va se faire en deux parties : d'abord vous allez réfléchir tout seul aux problèmes puis vous travaillerez par groupe pour présenter vos résultats et vous mettre d'accord sur une solution et un schéma.

- Tâche 1 : Résoudre individuellement les problèmes à variation proposés
 - Distribution des feuilles
 - *Consigne 1 : Dans un premier temps, vous allez devoir résoudre tous les problèmes qui sont sur la feuille.*
- *Avant de commencer, vous devez bien lire les énoncés.*
- *Les problèmes ne sont pas notés.*
- *Vous devez répondre directement sur la feuille que je vais vous donner.*

- *Surtout n'effacez pas ce que vous écrivez. Vous pouvez barrer si vous le souhaitez. C'est important car cela me permettra de comprendre comment vous avez résolu les problèmes.*
 - *Pour résoudre les problèmes, vous devez cette fois faire les schémas et tous les calculs que vous voulez.*
 - *N'oubliez pas d'écrire la phrase réponse.*
- Laisser un temps de travail de 20 minutes maximum. Le maître observe le comportement des élèves. Si un élève sollicite des informations complémentaires, le maître ne lui donnera pas d'éléments pouvant orienter sa réponse mais lui proposera de relire les énoncés et de répondre comme il pense.

***Différenciation : matériel de manipulation / Etayage personnel/ Mémo problèmes/Type de problèmes pour EBEP**

- Tâche 2 : Collectivement se mettre d'accord sur les réponses
 - Distribution des feuilles A3
 - *Consigne 2 : Vous venez de chercher comment résoudre des problèmes.*
 - *Maintenant vous allez confronter vos résultats en groupe*
 - *Vous devez être capable d'expliquer à vos camarades comment que vous avez fait pour résoudre ces problèmes.*
 - *Puis vous devrez discuter pour vous mettre d'accord pour chaque problème sur un calcul, un schéma et sur une phrase réponse.*
 - *Ensuite vous devrez, pourquoi on les a mis en colonne et en ligne.*
 - *Le rapporteur viendra nous présenter vos réponses à la fin.*
 - Constitution des groupes hétérogènes
 - Rappel des règles de fonctionnement du travail en groupe selon les habitudes de la classe
 - Travail collectif : 30 minutes maximum

***Différenciation : Etayage collectif / Aider à la formulation des caractéristiques des problèmes de multiplication/division / Faire verbaliser les procédures**

- Présentation de la tâche 3 : Présentation des résultats et synthèse
 - *Consigne 3* : Vous venez de vous mettre d'accord sur une solution pour les problèmes que je vous ai proposés. Certains d'entre vous / Les rapporteurs vont venir nous présenter vos propositions.
 - Présentation
 - *Lors de la mise en commun, le PE fait ressortir les points communs présentés et formalise les caractéristiques des problèmes de multiplication / division et des schémas*
- Synthèse : Les problèmes que je vous ai donnés varient à chaque fois : les énoncés sont presque les mêmes, mais on ne cherche pas la même chose.
 - Pour les problèmes de multiplication, on cherche un nombre plus grand qui indique combien ça fait en tout et c'est le même nombre qui est répété plusieurs fois. Donc dans le schéma, on connaît le nombre de parts et la valeur de chaque part.
 - Pour les problèmes de division.

-les problèmes de partage : on cherche un nombre plus petit, combien vaut une part pour chacun ?

Donc dans le schéma, on connaît le tout et le nombre de parts/le nombre de groupe.

-les problèmes de groupement : on cherche un nombre plus petit, combien il y a de groupes ?

Donc dans le schéma, on connaît le tout et la valeur d'une part/d'un groupe.

Cette semaine, vous devrez résoudre des problèmes qui varient pour vous entraîner à construire les schémas et à résoudre des problèmes de multiplication et de division.

La semaine prochaine, nous continuerons de travailler sur les problèmes de multiplication/division. Mais cette fois, vous n'aurez plus de problèmes qui varient mais uniquement des problèmes indépendants.

Séance 4 : Résoudre des problèmes multiplicatifs (sans présentation de variation)

Objectifs spécifiques :

1. Résoudre des problèmes multiplicatifs (multiplication / division) :

-définir la catégorie de problème

- définir l'opération correspondante
- réaliser le schéma correspondant
- écrire la phrase réponse

2. Définir les processus cognitifs mis en œuvre lors de la catégorisation

- Présentation de la séance :

Nous allons travailler sur les problèmes.

Nous avons caractérisé les problèmes avec des multiplications et des divisions et nous avons appris à les schématiser.

*Faire rappeler les caractéristiques de chaque type de problèmes en appui sur les affiches collectivement.

Aujourd'hui, nous allons continuer d'apprendre à résoudre des problèmes de multiplication et de division. Cette fois, je ne vais pas vous distribuer des problèmes qui varient mais des problèmes indépendants, qui ne sont pas liés entre eux. Vous allez devoir utiliser tout ce que nous avons appris sur les problèmes de multiplication et de division pour résoudre des problèmes classiques.

Comme d'habitude, notre travail va se faire en deux parties : d'abord vous allez réfléchir tout seul aux problèmes puis vous travaillerez par groupe pour présenter vos résultats et vous mettre d'accord sur une solution et un schéma.

- Tâche 1 : Résoudre individuellement les problèmes à variation proposés
 - Distribution des feuilles
 - *Consigne 1* : Dans un premier temps, vous allez devoir résoudre tous les problèmes qui sont sur la feuille.
- Avant de commencer, vous devez bien lire les énoncés.
- Les problèmes ne sont pas notés.
- Vous devez répondre directement sur la feuille que je vais vous donner.
- Surtout n'effacez pas ce que vous écrivez. Vous pouvez barrer si vous le souhaitez. C'est important car cela me permettra de comprendre comment vous avez résolu les problèmes.
- Pour résoudre les problèmes, vous devez faire les schémas et écrire tous les calculs que vous voulez.
- N'oubliez pas d'écrire la phrase réponse.

- Laisser un temps de travail de 20 minutes maximum. Le maître observe le comportement des élèves. Si un élève sollicite des informations complémentaires, le maître ne lui donnera pas d'éléments pouvant orienter sa réponse mais lui proposera de relire les énoncés et de répondre comme il pense.

***Différenciation : matériel de manipulation / Etayage personnel/ Mémo problèmes/Type de problèmes pour EBEP**

- Tâche 2 : Collectivement se mettre d'accord sur les réponses
 - Distribution des feuilles A3
 - *Consigne 2 : Vous venez résoudre des problèmes classiques.*
 - *Maintenant vous allez confronter vos résultats en groupe*
 - *Vous devez être capable d'expliquer à vos camarades comment que vous avez fait pour résoudre ces problèmes.*
 - *Puis vous devrez discuter pour vous mettre d'accord pour chaque problème sur un calcul, un schéma et sur une phrase réponse.*
 - *Vous devrez d'expliquer à vos camarades pourquoi vous avez choisi la multiplication ou la division et comment vous avez construit le schéma.*
 - *Le rapporteur viendra nous présenter vos réponses à la fin.*
 - Constitution des groupes hétérogènes
 - Rappel des règles de fonctionnement du travail en groupe selon les habitudes de la classe
 - Travail collectif : 30 minutes maximum

***Différenciation : Etayage collectif / Aider à la formulation des caractéristiques des problèmes de multiplication/division / Faire verbaliser les procédures**

- Présentation de la tâche 3 : Présentation des résultats et synthèse
 - *Consigne 3 : Vous venez de vous mettre d'accord sur une solution pour les problèmes que je vous ai proposés. Certains d'entre vous /Les rapporteurs vont venir nous présenter vos propositions.*

➤ Présentation

- *Lors de la mise en commun, le PE fait ressortir les points communs présentés et reformule / complète les étapes cognitives menant au choix de l'opération et à la représentation schématique en s'appuyant sur les affiches précédentes.*

Cette semaine, vous devrez résoudre des problèmes indépendants pour vous entraîner.

La semaine prochaine, je vous donnerai des problèmes indépendants à résoudre tout seul uniquement. Cela me permettra de voir si vous avez bien compris.

Séance 5 : Résoudre des problèmes multiplicatifs (sans présentation de variation)-évaluation formative

Objectifs spécifiques :

1. Résoudre des problèmes multiplicatifs (multiplication / division) :

- définir la catégorie de problème
- définir l'opération correspondante
- réaliser le schéma correspondant
- écrire la phrase réponse

2. Définir les processus cognitifs mis en œuvre lors de la catégorisation

➤ Présentation de la séance :

Nous avons caractérisé les problèmes avec des multiplications et des divisions et nous avons appris à les schématiser.

*Faire rappeler les caractéristiques de chaque type de problèmes en appui sur les affiches collectivement.

Aujourd'hui, vous allez résoudre des problèmes indépendants tout seul. Cela me permettra de voir si vous avez bien compris les problèmes de multiplication et de division.

- Tâche : Résoudre individuellement les problèmes à variation proposés

➤ Distribution des feuilles

- *Consigne 1 : Vous allez devoir résoudre tous les problèmes qui sont sur la feuille.*
 - *Avant de commencer, vous devez bien lire tous les énoncés.*
 - *Les problèmes ne sont pas notés.*
 - *Vous devez répondre directement sur la feuille que je vais vous donner.*
 - *Surtout n'effacez pas ce que vous écrivez. Vous pouvez barrer si vous le souhaitez. C'est important car cela me permettra de comprendre comment vous avez résolu les problèmes.*
 - *Pour résoudre les problèmes, vous devez faire les schémas et écrire tous les calculs que vous voulez.*
 - *N'oubliez pas d'écrire la phrase réponse.*
-
- *Laisser un temps de travail de 20 minutes maximum. Le maître observe le comportement des élèves. Si un élève sollicite des informations complémentaires, le maître ne lui donnera pas d'éléments pouvant orienter sa réponse mais lui proposera de relire les énoncés et de répondre comme il pense.*

***Différenciation : matériel de manipulation / Etayage personnel/ Mémo problèmes/Type de problèmes pour EBEP**

ANNEXE 3 : CONTRATS DE COLLABORATION

Contrat de collaboration avec l'enseignante 1 :

Entre *DALES Aline*, étudiante en Master 2 MEEF ADIR, Université de Toulouse, et initiatrice de la recherche en question (“la chercheuse”)

Et *H. H*, professeure des écoles dans la classe dans laquelle les données de recherche seront recueillies (“l’enseignante 1”).

Objectif partagé

L’objectif général et partagé entre la chercheuse et l’enseignante est de contribuer à la description et à la compréhension d'une part du processus cognitifs des élèves lors de la résolution de problèmes multiplicatifs et d'autre part des résultats obtenus.

Règles de déontologie

Les données recueillies seront utilisées à des fins de recherche et ne pourront être monétisées entre enseignante et chercheuse. Toutes les données recueillies sont garanties confidentielles et sous anonymat. Les personnes citées dans le mémoire seront anonymisées. Les vidéos obtenues lors de la captation ne pourront être vues que par l’enseignante, la chercheuse et la directrice de mémoire. La captation vidéo et la réalisation d’entretiens avec les élèves sera soumise à l’obtention de l’autorisation écrite des parents, de la directrice de l’école concernée, de l’IEN. Les données brutes constituées par les vidéos et les verbatims (transcription écrite des entretiens) restent la propriété de l’enseignante, qui se réserve le droit d’en supprimer une partie. La caméra sera placée de manière à perturber le moins possible le déroulement de la classe.

Durée de la collaboration

La collaboration s’étendra de l’acceptation de ce contrat jusqu’à la dernière série d’entretiens, effectuée durant l’année scolaire 2022-2023. Il y aura trois séries de captations vidéos suivies d’entretiens avec certains élèves et avec l’enseignante.

Le calendrier d’intervention sera mis place en collaboration entre l’enseignante et la chercheuse.

Contraintes de la recherche

La recherche implique des contraintes matérielles, temporelles et humaines :

- présence de la caméra et de la chercheuse durant le temps de classe,
- mise à disposition de la chercheuse d'un coin dédié mais non isolé (coin de la classe, pièce attenante non fermée) pour effectuer les entretiens avec les élèves
- prévision d'un temps spécifique entre l'enseignante et la chercheuse hors des horaires de classe pour effectuer les entretiens.

Contrat de collaboration avec l'enseignante 2 :

Entre *DALES Aline*, étudiante en Master 2 MEEF ADIR, Université de Toulouse, et initiatrice de la recherche en question (“la chercheuse”)

Et *A.S. R.*, professeure des écoles dans la classe dans laquelle les données de recherche seront recueillies (“l’enseignante 2”).

Objectif partagé

L’objectif général et partagé entre la chercheuse et l’enseignante est de contribuer à la description et à la compréhension d'une part du processus cognitifs des élèves lors de la résolution de problèmes multiplicatifs et d'autre part des résultats obtenus.

Règles de déontologie

Les données recueillies seront utilisées à des fins de recherche et ne pourront être monétisées entre enseignante et chercheuse. Toutes les données recueillies sont garanties confidentielles et sous anonymat. Les personnes citées dans le mémoire seront anonymisées. Les vidéos obtenues lors de la captation ne pourront être vues que par l’enseignante, la chercheuse et la directrice de mémoire. La captation vidéo et la réalisation d’entretiens avec les élèves sera soumise à l’obtention de l’autorisation écrite des parents, de la directrice de l’école concernée, de l’IEN. Les données brutes constituées par les vidéos et les verbatims (transcription écrite des entretiens) restent la propriété de l’enseignante, qui se réserve le droit d’en supprimer une partie. La caméra sera placée de manière à perturber le moins possible le déroulement de la classe.

Durée de la collaboration

La collaboration s’étendra de l’acceptation de ce contrat jusqu’à la dernière série d’entretiens, effectuée durant l’année scolaire 2022-2023. Il y a aura trois séries de captations vidéos suivies d’entretiens avec certains élèves et avec l’enseignante.

Le calendrier d’intervention sera mis place en collaboration entre l’enseignante et la chercheuse.

Contraintes de la recherche

La recherche implique des contraintes matérielles, temporelles et humaines :

- présence de la caméra et de la chercheuse durant le temps de classe,

- mise à disposition de la chercheuse d'un coin dédié mais non isolé (coin de la classe, pièce attenante non fermée) pour effectuer les entretiens avec les élèves
- prévision d'un temps spécifique entre l'enseignante et la chercheuse hors des horaires de classe pour effectuer les entretiens.

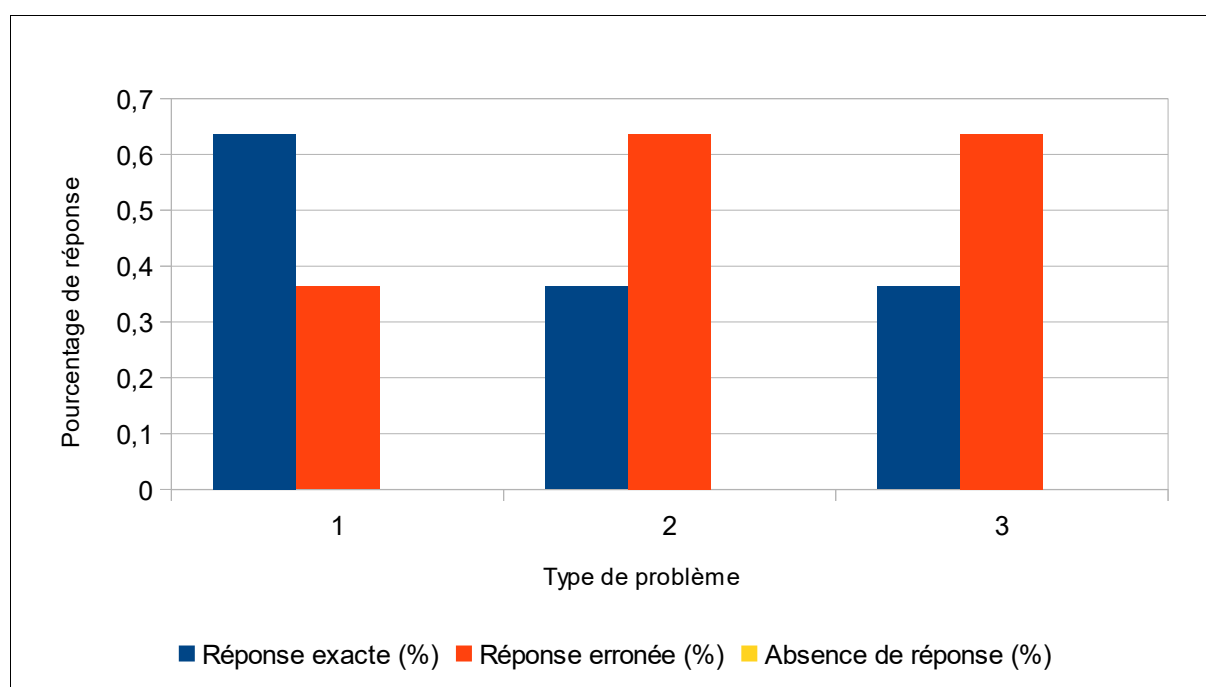
ANNEXE 4 : RESULTATS GLOBAUX POUR LA CLASSE 1

(sans présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)

- Evaluation diagnostique (Séance 1)

Type de problème	Nombre d'élèves	Réponse exacte	Réponse erronée	Absence de réponse
Multiplicatif (1)	11	7	4	0
Division partition (2)	11	4	7	0
Division quotiention (3)	11	4	7	0

Tableau présentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)



Diagrammes présentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

- Evaluation sommative (Séance 5)

Type de problème	Nombre d'élèves	Réponse exacte	Réponse erronée	Absence de réponse
Multiplicatif (1)	8	7	1	0
Division partition (2)	8	7	1	0
Division quotiention (3)	8	7	1	0

Tableau présentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

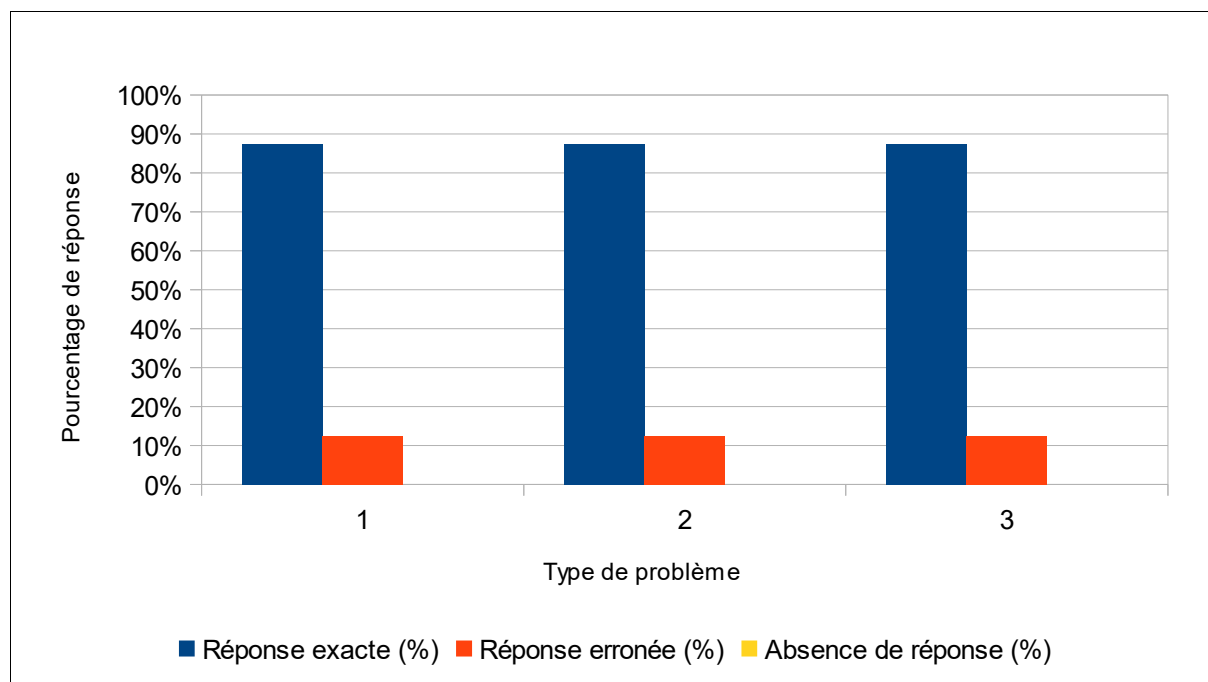


Diagramme présentant les résultats globaux de la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

ANNEXE 5 : RESULTATS GLOBAUX POUR LA CLASSE 2

(avec présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)

- Evaluation diagnostique (Séance 1)

Type de problème	Nombre d'élèves	Réponse exacte	Réponse erronée	Absence de réponse
Multiplicatif (1)	12	5	2	5
Division partition (2)	12	4	4	4
Division quotient (3)	12	8	4	0

Tableau présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

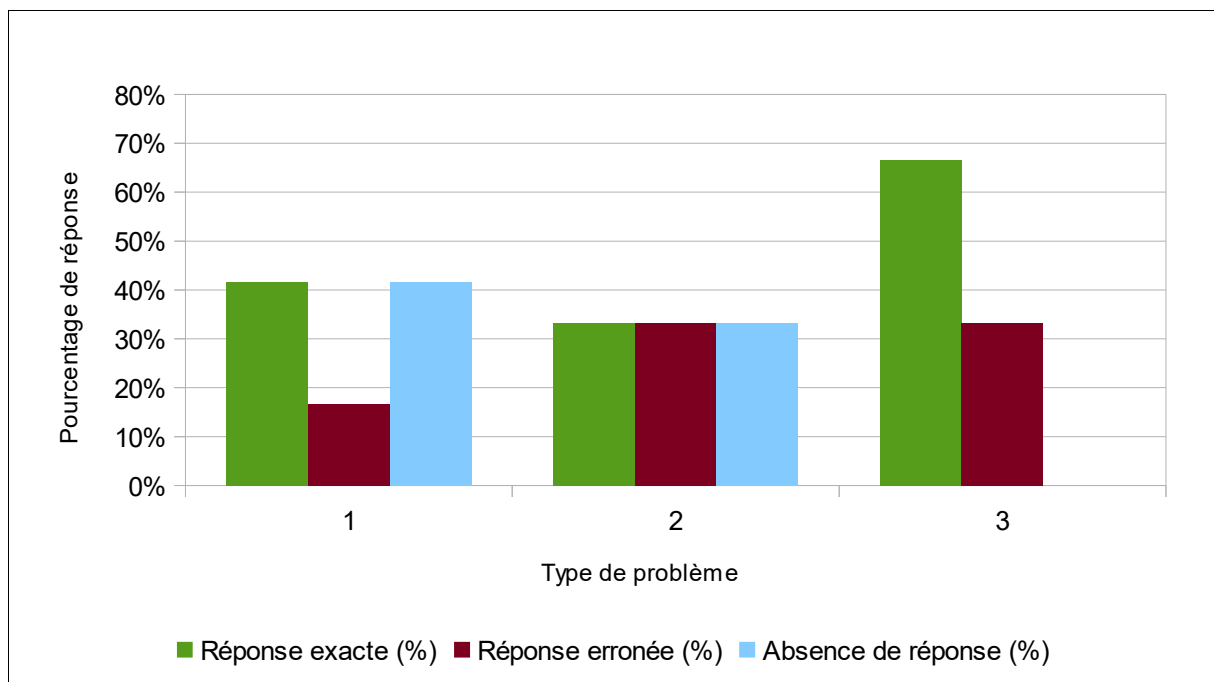


Diagramme présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

- Evaluation sommative (Séance 5)

Type de problème	Nombre d'élèves	Réponse exacte	Réponse erronée	Absence de réponse
Multiplicatif (1)	14	14	0	0
Division partition (2)	14	12	2	0
Division quotiention (3)	14	9	3	2

Tableau présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

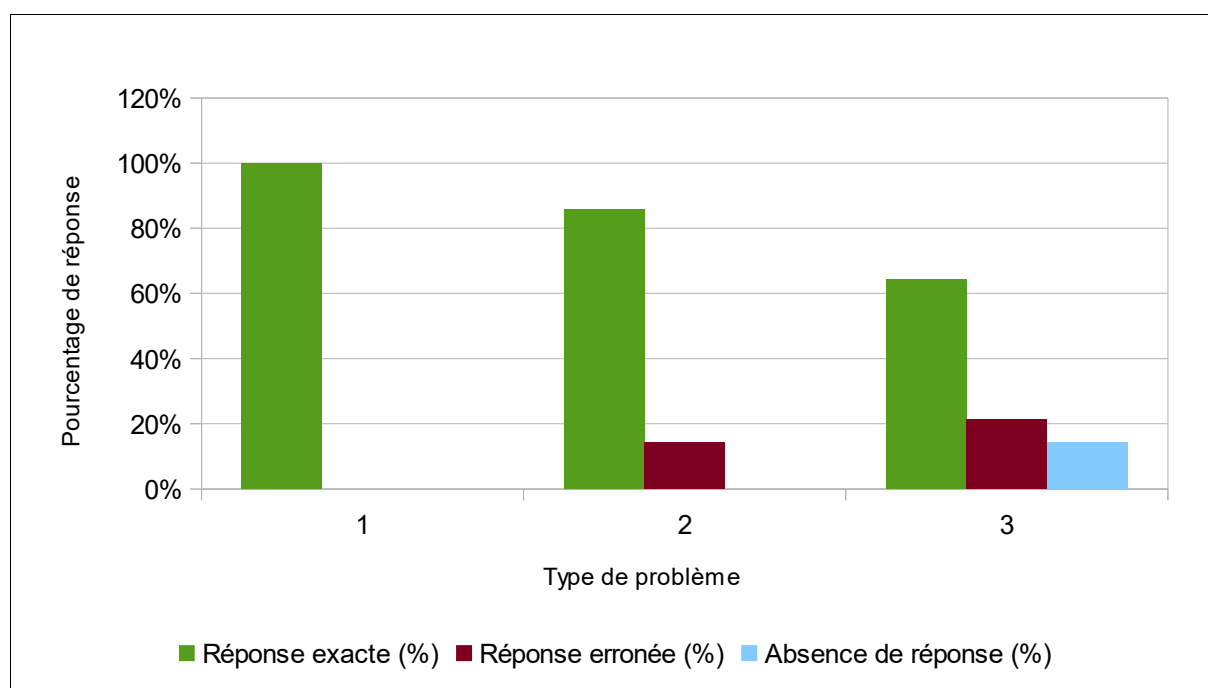


Diagramme présentant les résultats globaux de la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

ANNEXE 6 :

RESULTATS RELATIFS AU CHOIX DE L'OPERATION POUR LA CLASSE 1

(sans présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)

- Evaluation diagnostique (Séance 1)

Type de problème	Nombre d'élèves	Présence d'une opération	Absence d'une opération
Multiplicatif (1)	11	9	2
Division partition (2)	11	8	3
Division quotient (3)	11	9	2

Tableau présentant le recours à une opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

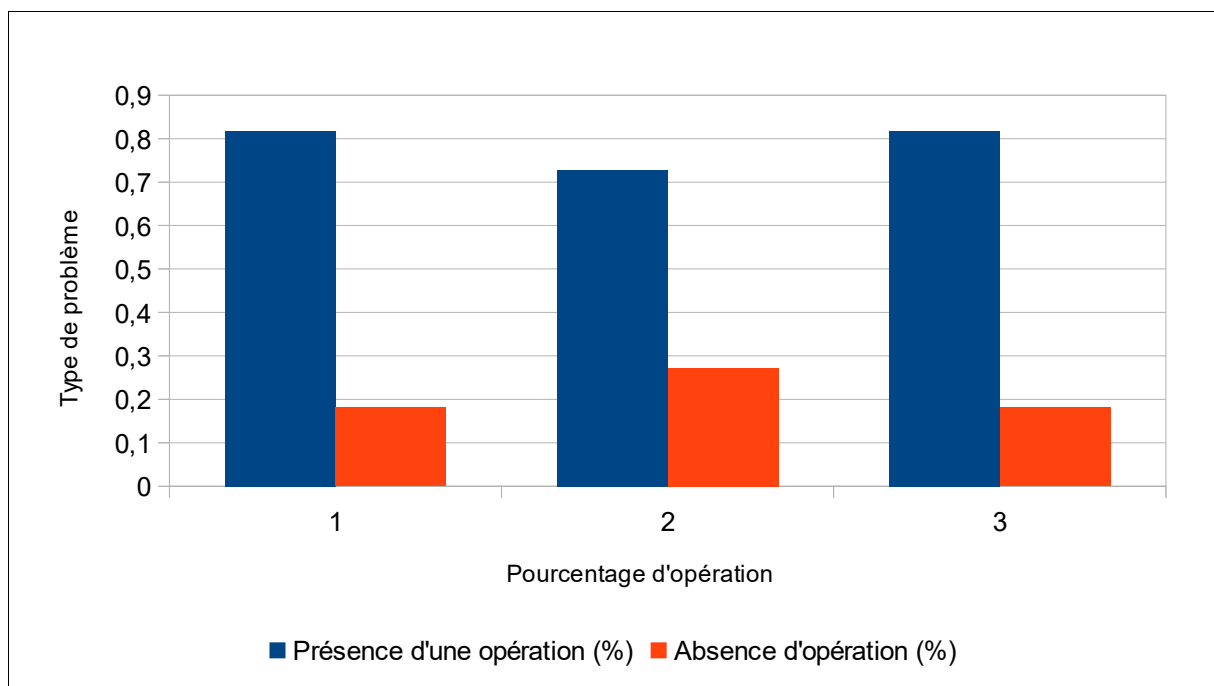


Diagramme présentant le pourcentage d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

Type de problème	Présence d'une opération	Opération experte menant au résultat	Opération non experte menant au résultat	Opération ne menant pas au résultat
Multiplicatif (1)	9	7	0	2
Division partition (2)	8	1	2	5
Division quotiention (3)	9	2	2	5

Tableau présentant le type d'opérations utilisées pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

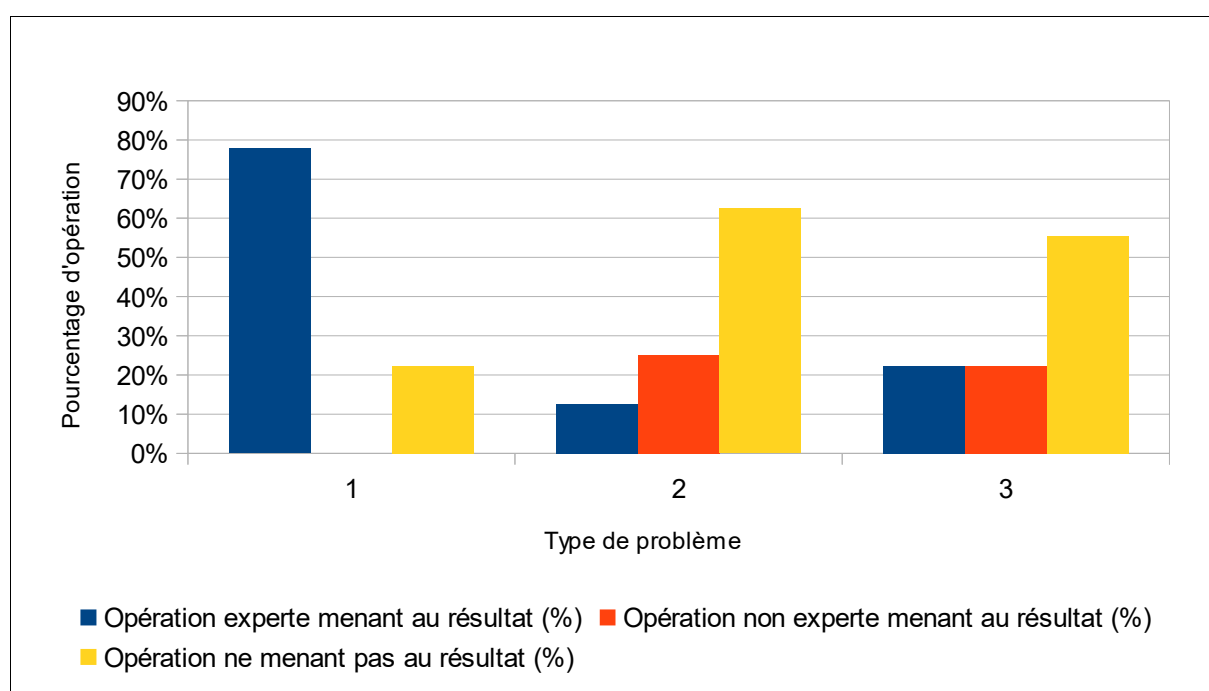


Diagramme présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

- Evaluation sommative (Séance 5)

Type de problème	Nombre d'élèves	Présence d'une opération	Absence d'une opération
Multiplicatif (1)	8	7	1
Division partition (2)	8	7	1
Division quotition (3)	8	7	1

Tableau présentant le recours à une opération pour la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

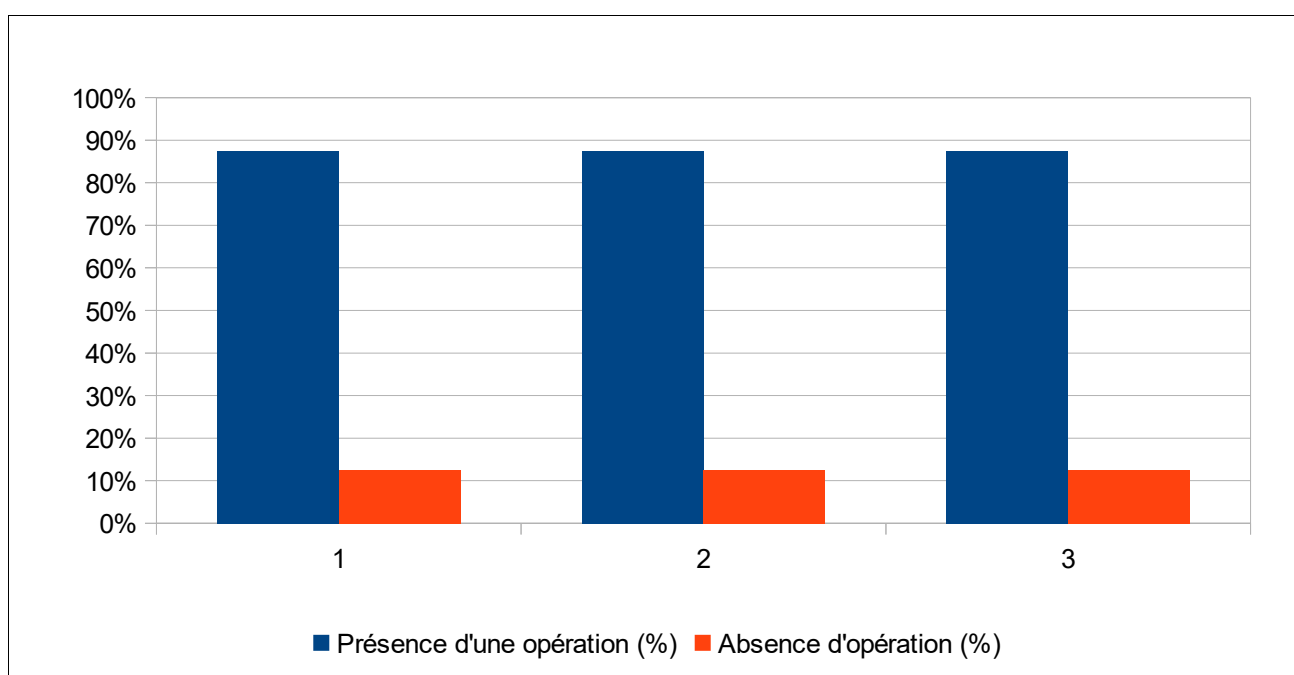


Diagramme présentant le pourcentage d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation formative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

Type de problème	Présence d'une opération	Opération experte menant au résultat	Opération non experte menant au résultat	Opération ne menant pas au résultat
Multiplicatif (1)	7	7	0	0
Division partition (2)	7	6	1	0
Division quotiention (3)	7	5	2	0

Tableau présentant le type d'opérations utilisées pour la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

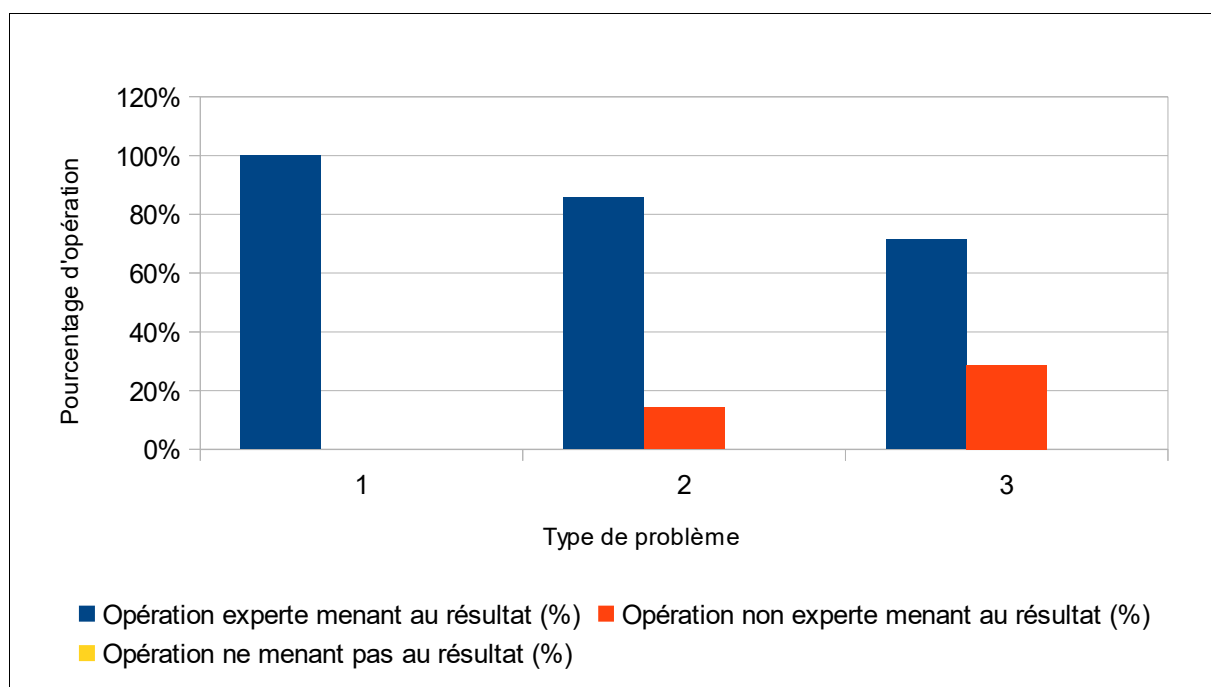


Diagramme présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

ANNEXE 7 :

RESULTATS RELATIFS AU CHOIX DE L'OPERATION POUR LA CLASSE 2

(avec présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)

- Evaluation diagnostique (Séance 1)

Type de problème	Nombre de réponses	Présence d'une opération	Absence d'une opération
Multiplicatif (1)	7	6	1
Division partition (2)	8	5	3
Division quotient (3)	12	7	5

Tableau présentant le recours à une opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

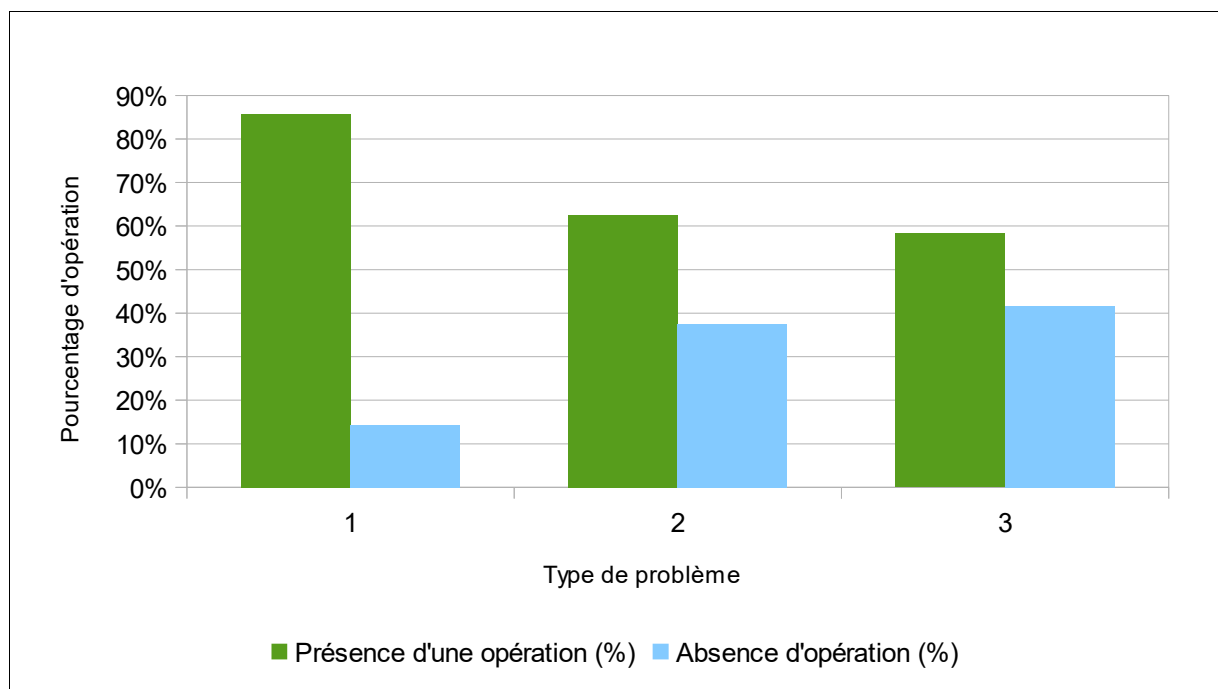


Diagramme présentant le pourcentage d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème.

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

Type de problème	Présence d'une opération	Opération experte menant au résultat	Opération non experte menant au résultat	Opération ne menant pas au résultat
Multiplicatif (1)	6	4	1	1
Division partition (2)	5	1	1	3
Division quotiention (3)	7	1	2	4

Tableau présentant le type d'opérations utilisées pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

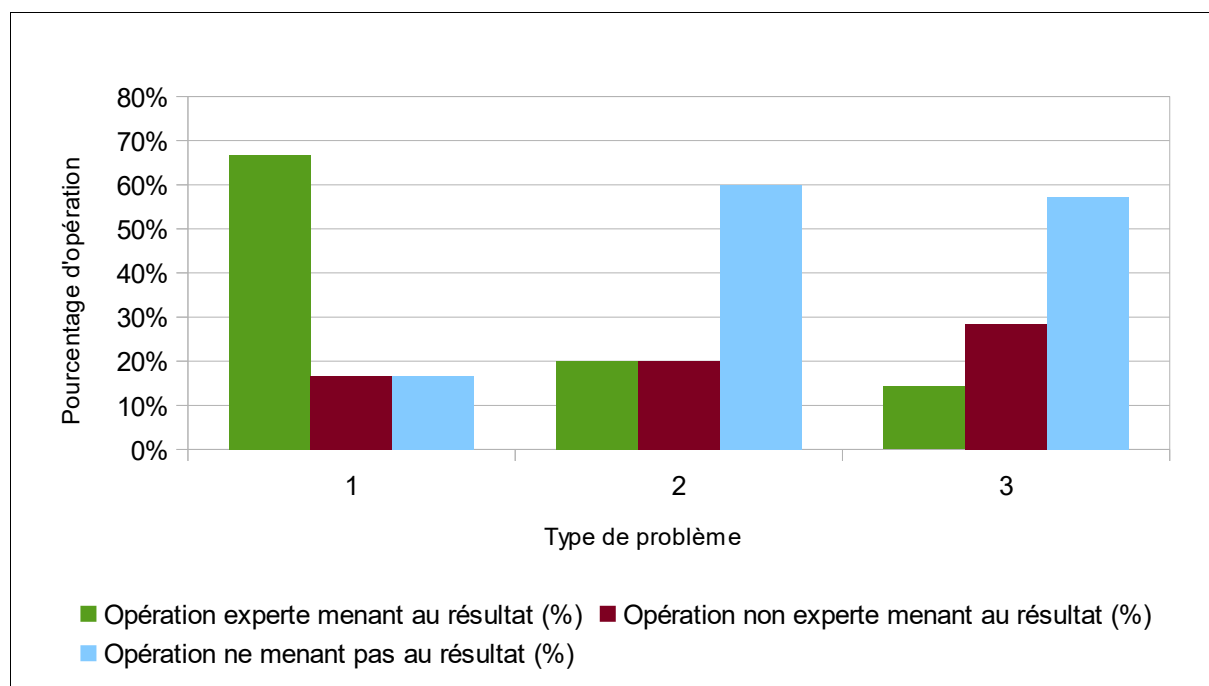


Diagramme présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

- Evaluation sommative (Séance 5)

Type de problème	Nombre de réponses	Présence d'une opération	Absence d'une opération
Multiplicatif (1)	14	14	0
Division partition (2)	14	13	1
Division quotiention (3)	12	11	1

Tableau présentant le recours à une opération pour la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

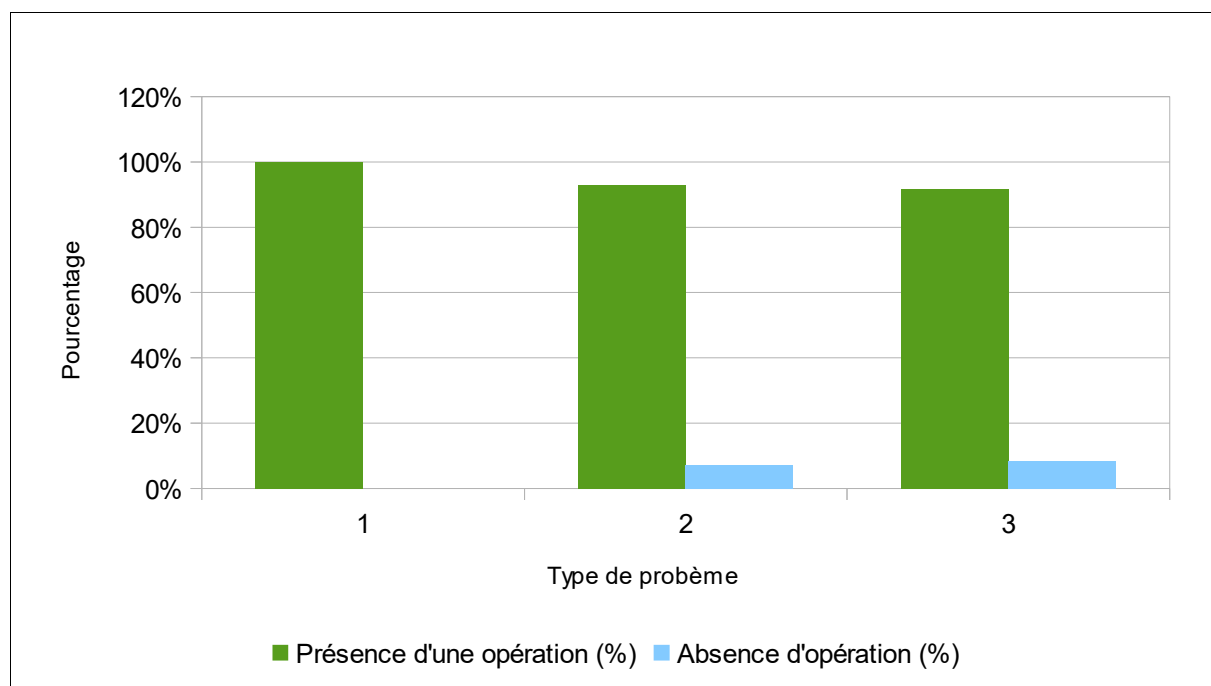


Diagramme présentant le pourcentage d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

Type de problème	Présence d'une opération	Opération experte menant au résultat	Opération non experte menant au résultat	Opération ne menant pas au résultat
Multiplicatif (1)	14	12	2	0
Division partition (2)	13	4	7	2
Division quotiention (3)	11	3	5	3

Tableau présentant le type d'opérations utilisées pour la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

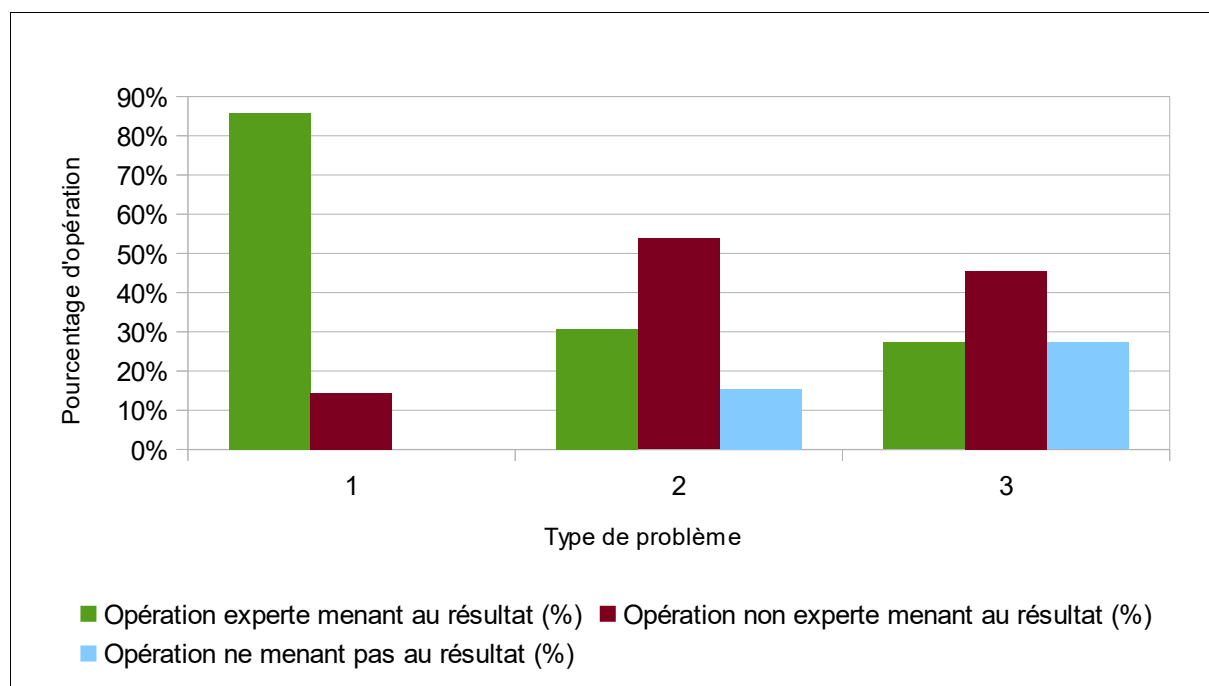


Diagramme présentant le pourcentage de chaque type d'opération pour la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

ANNEXE 8 :

RESULTATS RELATIFS À LA SCHEMATISATION POUR LA CLASSE 1

(sans présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)

- Evaluation diagnostique (Séance 1)

Type de problème	Nombre d'élèves	Nombre de schémas	Nombre de schémas représentant la situation problème	Nombre de schémas ne représentant pas la situation problème
Multiplicatif (1)	11	1	0	1
Division partition (2)	11	1	1	0
Division quotient (3)	11	2	2	0

Tableau présentant le recours à la schématisation de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

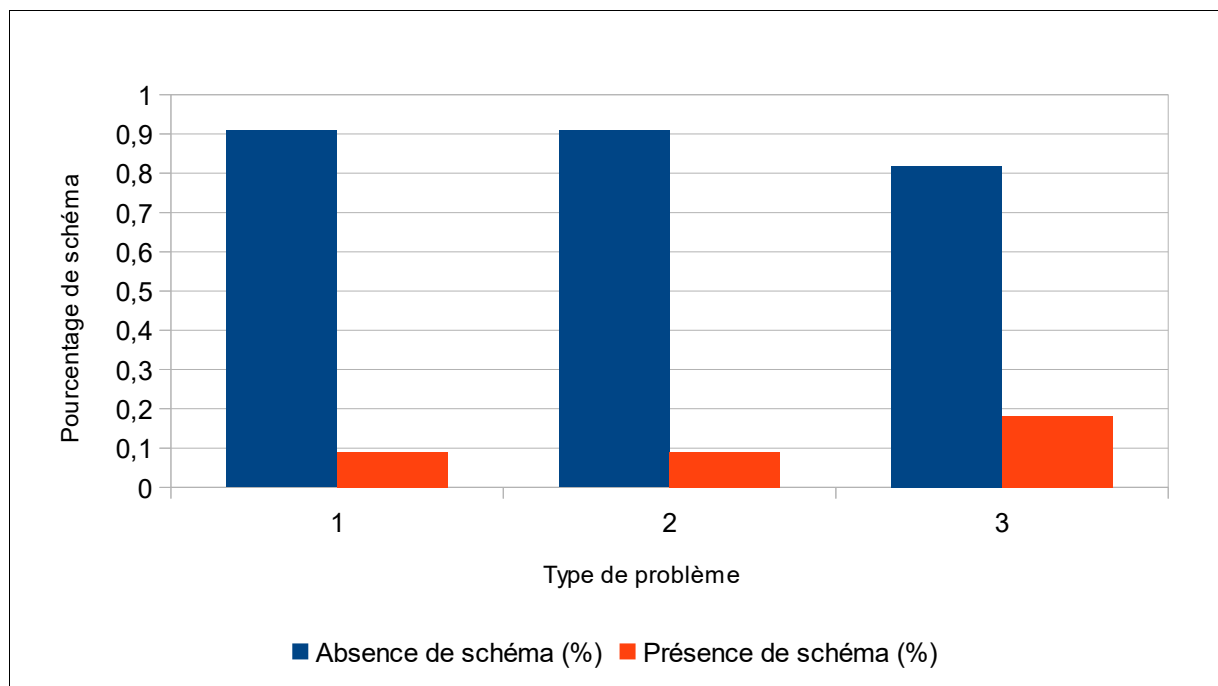


Diagramme présentant le pourcentage de schéma/dessin de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

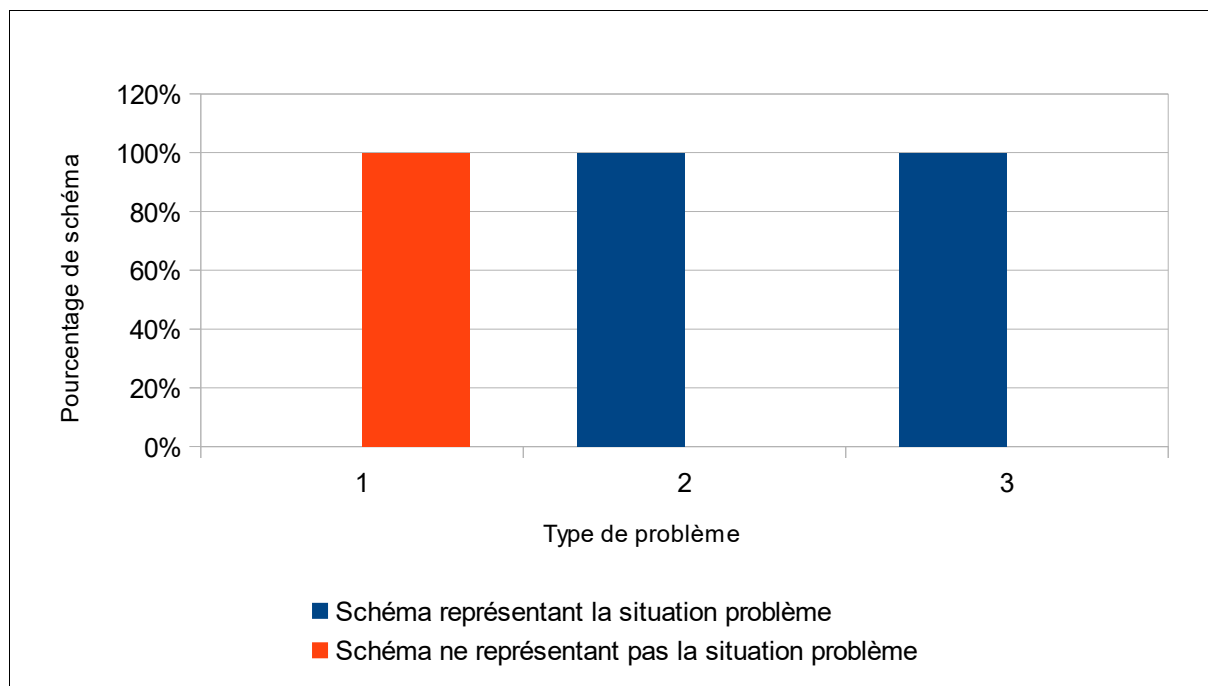


Diagramme présentant la répartition du type de schéma/dessin de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

- Evaluation sommative (Séance 5)

Type de problème	Nombre d'élèves	Nombre de schémas	Nombre de schémas représentant la situation problème	Nombre de schémas ne représentant pas la situation problème
Multiplicatif (1)	8	0	0	0
Division partition (2)	8	2	1	1
Division quotition (3)	8	2	1	1

Tableau présentant le recours à la schématisation de la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

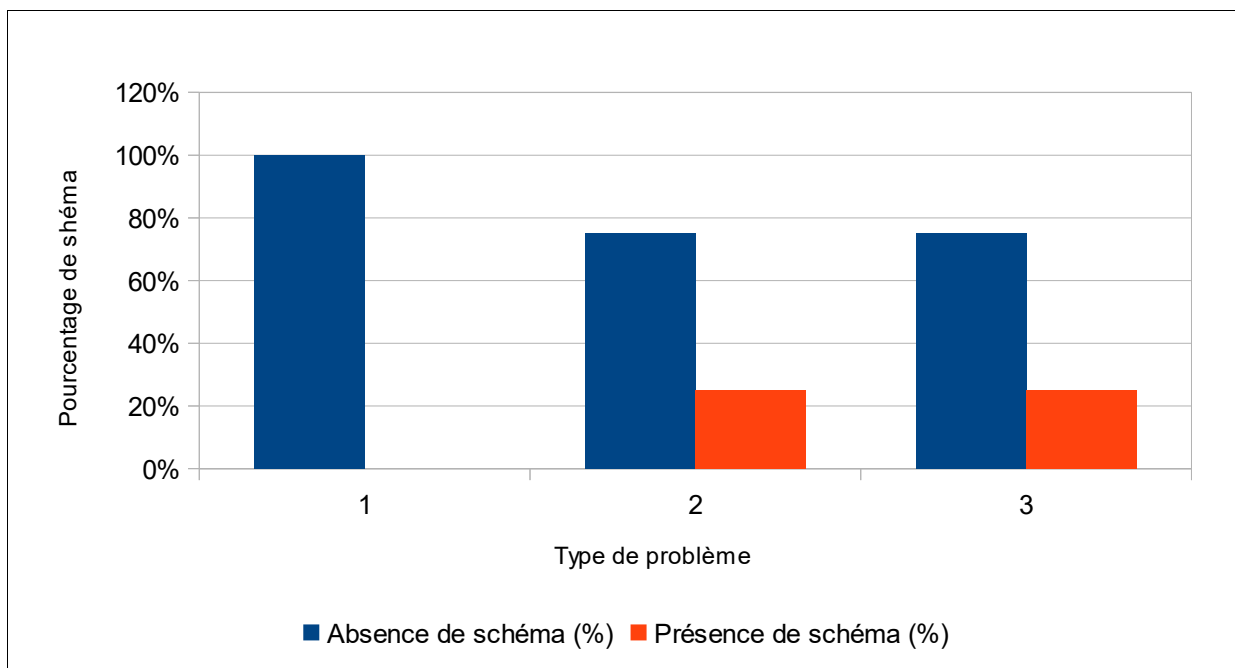


Diagramme présentant le pourcentage de schéma/dessin de la classe 1 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

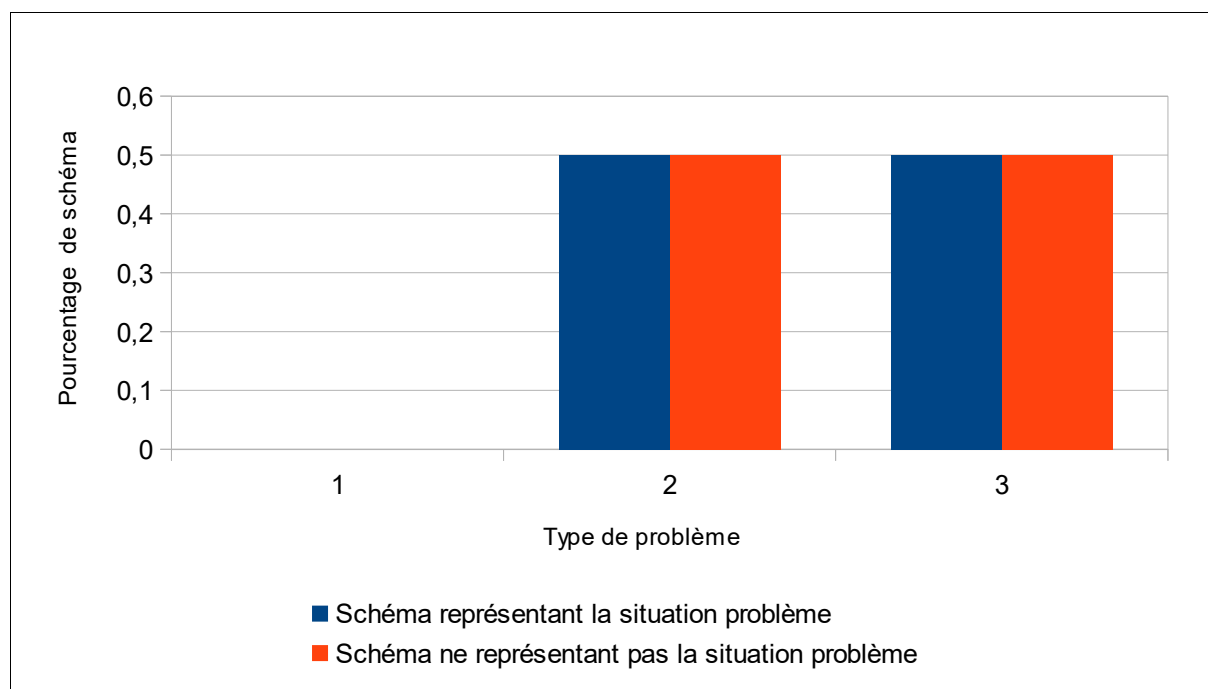


Diagramme présentant la répartition du type de schéma/dessin de la classe 1 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

ANNEXE 9 :

RESULTATS RELATIFS À LA SCHEMATISATION POUR LA CLASSE 2

(avec présentation de problèmes à variation au cours de la séquence)

- Evaluation diagnostique (Séance 1)

Type de problème	Nombre de réponses	Nombre de schémas	Nombre de schémas représentant la situation problème	Nombre de schémas ne représentant pas la situation problème
Multiplicatif (1)	7	3	1	2
Division partition (2)	8	4	2	2
Division quotiention (3)	12	6	6	0

Tableau présentant le recours à la schématisation de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1)

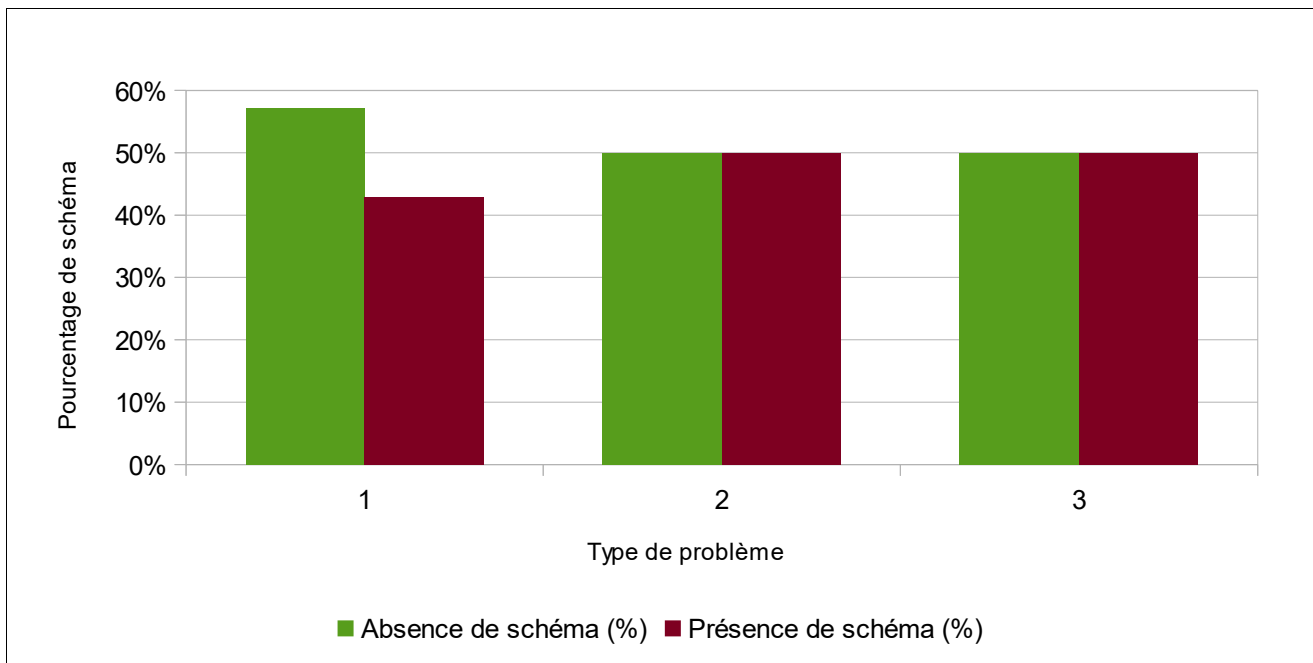


Diagramme présentant le pourcentage de schéma/dessin de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

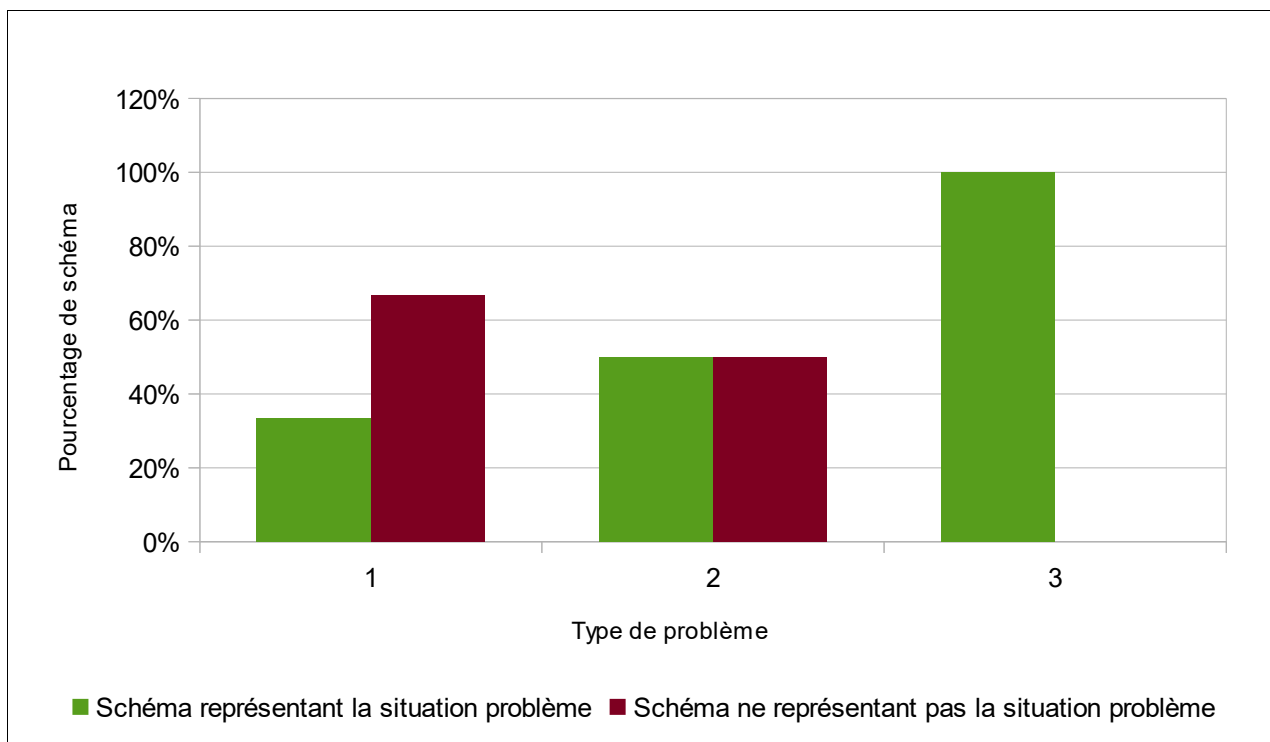


Diagramme présentant le pourcentage du type de schéma de la classe 2 lors de l'évaluation diagnostique (Séance 1) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

- Evaluation sommative (Séance 5)

Type de problème	Nombre de réponses	Nombre de schémas	Nombre de schémas représentant la situation problème	Nombre de schémas ne représentant pas la situation problème
Multiplicatif (1)	14	1	1	0
Division partition (2)	14	6	4	2
Division quotition (3)	12	1	1	0

Tableau présentant le recours à la schématisation de la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5)

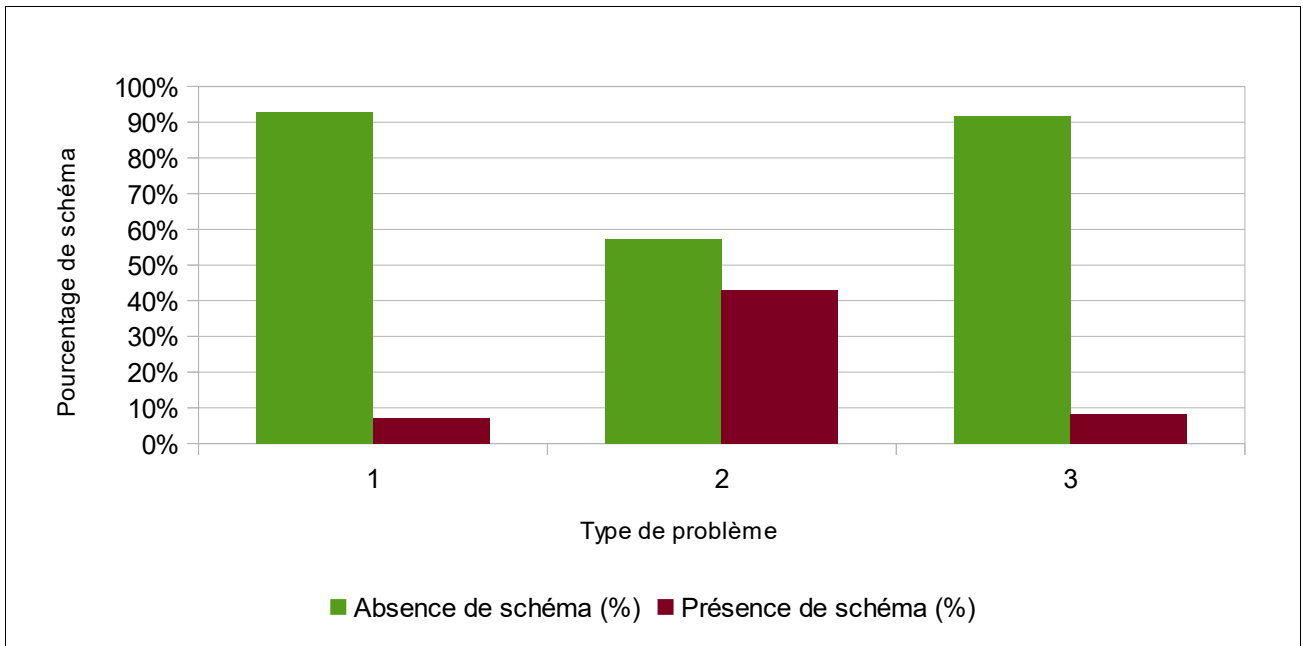


Diagramme présentant le pourcentage de schéma/dessin de la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

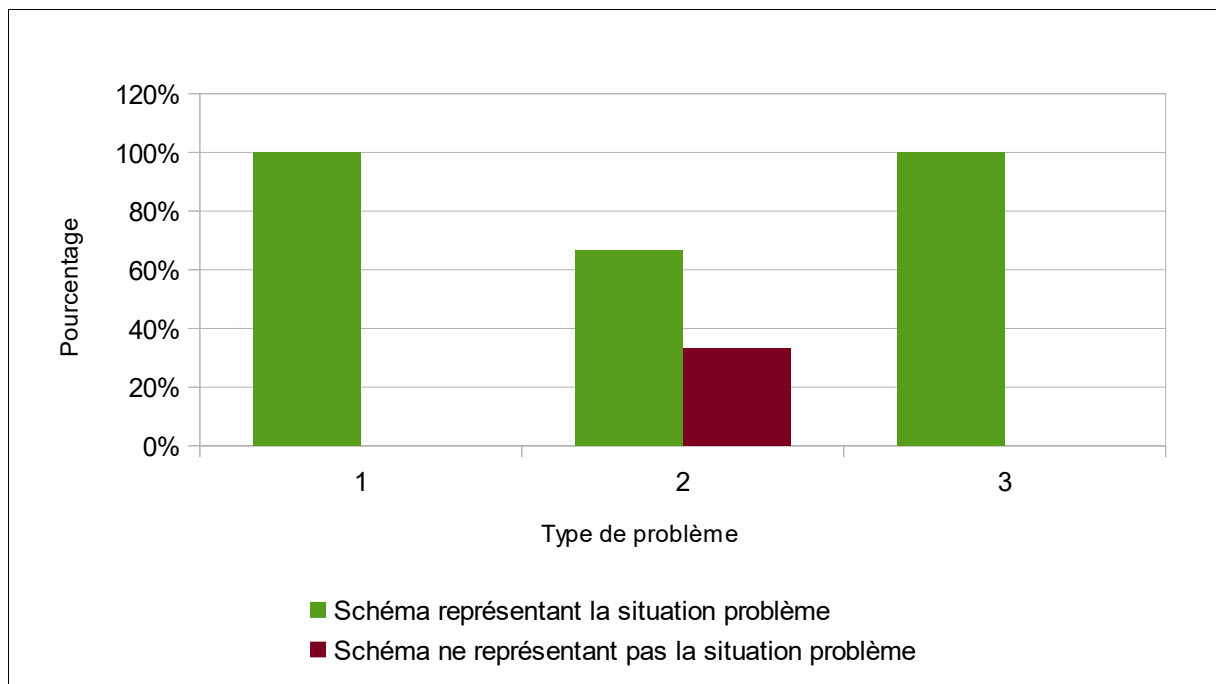


Diagramme présentant le pourcentage du type de schéma de la classe 2 lors de l'évaluation sommative (Séance 5) en fonction du type de problème

1 : problème multiplicatif 2 : problème de division-partition 3 : problème de division-quotition

ANNEXE 10 : Codage des verbatims anonymisés des entretiens des élèves de la classe 1 Séance 1

Légende du codage utilisant la couleur :

- **Surligné rose** : Inférence de l'opération grâce au contexte
- **Surligné vert** : Inférence sémantique = Inférence du champ conceptuel d'après le contexte
- **Surligné jaune** : Contrôle pragmatique pour choisir l'opération mise en jeu en s'appuyant sur les connaissances du réel notamment la cohérence de l'ordre de grandeur du résultat trouvé
- **Surligné bleu** : Contrôle sémantique lié aux connaissances mathématiques (un partage, c'est une division / « fois » c'est multiplier...)
- **Surligné marron** : Inférence et contrôle syntaxiques liés aux reformulations de l'énoncé et à la correspondance mathématique entre l'oral et l'écrit
- **Surligné orange** : Oubli du contexte qui empêche le contrôle du résultat
- **Police rouge** : Absence de représentation de la situation
- **Police verte** : Construction de la représentation correcte, mais pas d'inférence du champ conceptuel
- **Police bleu-ciel** : Représentation partielle de la situation
- **Police jaune** : Pas de contrôle de cohérence
- **Police rose** : qualification correcte
- **Police marron** : qualification incorrecte

Elève 1 : E1C1-S1

- 1 -Bonjour *E1C1-S1*. Donc tu viens de faire l'évaluation avec les petits problèmes que ta
2 maîtresse t'a donné et là on va en discuter un petit peu ensemble de comment tu as fait
3 pour résoudre ces problèmes. Alors, dans le problème numéro un, est-ce que tu peux
4 m'expliquer ce que tu as écrit ?
- 5 -J'ai... j'ai fait comme ça parce que pour moi, c'est plus facile de calculer.
- 6 -D'accord, donc tu as fait des soustractions. L'une après l'autre. A chaque fois tu as retiré
7 4 du nombre que tu obtenais. D'accord, qu'est-ce qui t'a fait penser à enlever 4 ?
- 8 -Ben. Parce qu' ils nous..., ils nous disent qu'il a 60€ que tous les CD coûtent 4€. Du
9 coup pour moi, ça..., c'était une soustraction.
- 10 -D'accord .Donc tu as enlevé à chaque fois 4€ donc ta réponse.. « il va pouvoir acheter
11 14 CD ».
- 12 -Oui.
- 13 -D'accord et comment est ce que tu as obtenu le nombre 14 en faisant tes soustractions ?
- 14 -En les comptant les unes après les autres. Alors là il y a 2 soustractions, j'ai oublié de
15 remarquer 4 là. Donc là c'est $4-8 = 4$ et là j'ai refait $4 - 4$, jusqu'à les..., jusqu'à ce qu'il ait
16 plus de sous.
- 17 -D'accord.
- 18 -Donc là si on les compte ça fait qu'il y en a 14 si je me suis pas trompé.
- 19 -D'accord, d'accord, très bien, très bien. Et pour le problème numéro 2 ? Alors pour le
20 problème numéro 2 tu as fait, tu avais commencé par écrire $75/15$ égale quelque chose
21 et ensuite tu as écrit 15 fois quelque chose égale 75.
- 22 -Du coup quand j'ai voulu faire $10 \times \dots$ J'allais essayé plusieurs choses pour arriver au
23 moins à 70 et après arriver à 75 en rajoutant euh... et ben du coup en faisant re- « fois »
24 15, euh 5.
- 25 -D'accord. Et qu'est-ce qui t'a fait penser au départ à faire la division ?
- 26 -Ben parce que pour moi fallait faire une addition à trous ou une soustraction et du coup
27 maîtresse, elle nous a expliqué que quand on faisait une addition, une soustraction, une
28 multiplication à trous mais c'était forcément une division. On divisait quelque chose.
- 29 -D'accord, donc c'est pour ça que tu as écrit la la multiplication à trous qui correspond.
- 30 -Oui.

31 -Donc c'est grâce à ce que ta maîtresse t'a dit, que tu as trouvé la division mais alors du
32 coup, comment est-ce que tu as su qu'il fallait faire une multiplication à trous.

33 -Ben euh.. c'est simple, il nous dit qu'y a 15 kg, donc du coup, et que y a 15 cagettes, du
34 coup fallait multiplier 15 pour avoir 75 kg.

35 -D'accord . D'accord, très bien, merci. Alors dans le 3^{eme} problème, là tu nous proposes

36 -Que j'ai fini.

37 -Oui que tu as fini. Tu nous proposes des multiplications.

38 -Oui. J'ai fait plusieurs multiplications pour arriver à mon résultat.

39 -Alors, euh ...Comment est-ce que tu as su qu'il fallait faire une multiplication ?

40 -Alors ça, c'est parce que à chaque fois, il nous... avec maîtresse, on a travaillé
41 beaucoup sur les multiplications l'année dernière, et on a commencé du coup en début
42 d'année. Et euh...Du coup, ça m'a fait penser à pouvoir faire comme ça.

43 -Alors, est-ce qu'il y a des mots dans l'énoncé qui t'ont fait penser qu'il fallait faire une
44 multiplication ?

45 -C'est surtout la .. la question qui m'a surtout fait réfléchir.

46 -Oui, alors qu'est-ce qui t'a fait réfléchir ? Quels sont les mots ou.. ou.. qu'est-ce qui t'a
47 permis grâce à la question de savoir qu'il fallait faire une multiplication.

48 -Je sais pas trop, c'est en fait comment je l'ai lu, je me suis dit faut que je fasse une
49 multiplication. Parce que pour moi, c'était évident. Parce qu'à chaque fois faut multiplier
50 pour pouvoir arriver à un résultat correct.

51 -D'accord, donc dans ce problème là il fallait faire une multiplication.

52 -Oui pour moi.

53 -C'est parfait, très bien. Donc je vois que tu as un décomposé ton calcul.

54 -Oui. Du coup, j'ai fait égal pour .. après j'ai fait 4×48 égale 102. Comme quand on fait
55 des divisions, des multiplications posées avec maîtresse, on les a travaillés et du coup
56 elle nous a dit qu'il fallait 2 résultats. Donc j'ai additionné après les deux résultats et je
57 suis arrivée à avoir 246€.

58 -Très bien, eh bien écoute je te remercie beaucoup. On va s'arrêter là *EICI-SI*.

Elève 2 : E2C1-S1

59 -Bonjour *E2C1-S1*. Donc moi je m'appelle maîtresse Aline. Alors on va discuter un petit
60 peu tous les 2 de ... comment tu as fait pour résoudre les problèmes que maîtresse t'a
61 donné tout à l'heure. D'accord ? On va discuter. Alors dans le premier problème, tu fais
62 60×4 , est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as fait pour choisir la
63 multiplication ?

64 -Ben je cherchais beaucoup, j'ai cherché d'autres idées, j'ai pas trouvé, alors je me suis
65 dit de faire une multiplication.

66 -D'accord donc t'as pas trouvé une autre idée. Et alors justement, à quoi t'as pensé ?
67 Quand tu t'es dit Ah bah tiens, je vais, je vais choisir la multiplication. Qu'est-ce qui t'a
68 donné l'idée de choisir la multiplication ?

69 -(silence) Je sais pas.

70 -Est-ce que ce sont des mots de l'énoncé ou de la question qui t'ont permis de te donner
71 l'idée ? Oui ? C'est quel mot alors ?

72 -Je me suis dit que... Je ne trouvais pas de schéma, de dessin. Alors la seule chose que
73 je pouvais faire, c'est de faire une multiplication.

74 -D'accord, donc comme t'as pas trouvé le schéma, t'as fait une multiplication. D'accord.
75 Alors dans le 2^{ème}, donc là tu n'as pas fait de calcul mais c'est pas grave du tout. Par
76 exemple tu as.. mais par contre tu as fait un dessin et je vois que tu as écrit « les cagettes
77 pèsent 5 kilos ». Est-ce que tu peux m'expliquer ton dessin ?

78 -Ça c'est les cagettes.

79 -Oui.

80 -A l'intérieur c'est les 5 kilos.

81 -Alors, comment tu as su qu'il fallait en mettre 5 ?

82 -Bai, j'ai choisi ça au hasard. Après, j'ai.., je gommais, j'écrivais le nombre suivant et à
83 chaque fois que j'enlevais 5, j'écrivais le nombre moins 5. Après quand je suis arrivé
84 vers 30, j'ai fait dans ma tête.

85 -D'accord donc c'est très bien. Donc tu es parti de 75 et à chaque fois que tu remplissais
86 5 dans ta cagette, tu... tu calculais et à partir de 30 t'as calculé dans ta tête. Donc à
87 chaque fois t'as enlevé 5. Mais c'est très bien. Alors, qu'est-ce qui t'a fait penser à
88 enlever 5 à chaque fois.

89 -Je me disais que 15, c'était beaucoup. On pouvait pas . Je me suis dit que on pourrait
90 peut-être mettre 5 pour essayer, si ça marche pas, j'essayerai un autre nombre.

- 91 -D'accord, très bien. Et qu'est-ce qui t'a donné l'idée de dessiner les cagettes ?
- 92 -Comme ça, c'est plus facile parce que après, si je compte comme ça, sans un schéma, je
93 comprends plus.
- 94 -Mais c'est une très bonne idée d'avoir dessiné les cagettes. Bravo, c'était.. c'était très
95 bien, c'est une très bonne idée. Alors dans le 3^{ème} problème, tu nous proposes 48×7 ?
96 Qu'est-ce que qu'est-ce qui te permet de ..., qu'est ce qui t'a permis de choisir la
97 multiplication ?
- 98 -Bah comme le premier.
- 99 -C'est à dire, à quoi t'as pensé quand tu as choisi cette opération ?
- 100 -Euh... Que c'était plus facile comme ça.
- 101 -Que c'était plus facile comme ça. C'est plus facile qu'une addition ou une soustraction
102 par exemple.
- 103 -Non, c'est plus facile qu'un schéma.
- 104 -Ah, d'accord.
- 105 -Parce que j'avais pas d'idée pour le schéma.
- 106 -D'accord, donc comme t'avais pas d'idée pour le schéma, t'as ...t'as choisi le « fois »
107 mais donc qu'est ce qui t'a permis de choisir le « fois » et pas le « plus », le « moins » ou
108 le « diviser » ?
- 109 -Euh... je sais pas.
- 110 -Comment tu sais que tu dois faire un « fois » ?
- 111 -Euh... Parce que elle a beaucoup d'euros, oui.
- 112 -Elle a beaucoup d'euros ? Regarde, elle a 7€ pièce, c'est beaucoup 7 euros ?
- 113 -Non, ça c'est... C'est ce qu'elle va utiliser. Les fichiers de mathématiques coûtent 7
114 euros, mais elle a pas 7 euros. On sait pas.
- 115 -On ne sait pas ? qu'est-ce qu'on ne sait pas ?
- 116 -Eh bien, combien elle a d'euros.
- 117 -On sait pas combien elle a d'euros. Si on sait pas combien elle a d'euros, du coup
118 pourquoi tu as choisi un « fois » ?
- 119 -Je sais pas.

120 -Tu sais pas ? Est-ce que on cherche combien elle va payer en tout, la maîtresse ? Ou est
121 ce qu'on cherche combien vaut un fichier de mathématiques ?

122 -On cherche combien elle va payer parce que un fichier de mathématiques, il est écrit
123 juste là.

124 -Voilà, on le sait dans l'énoncé. Je te remercie *E2C1-S1*

Elève 3 : E3C1-S1

125 -Bonjour *E3C1-S1*.

126 -Bonjour maîtresse Aline.

127 -Alors on va discuter ensemble des problèmes que tu as résolu tout à l'heure avec ta
128 maîtresse parce que ce qui nous intéresse avec ta maîtresse, c'est de savoir comment tu
129 as fait.

130 -Parce que là en fait j'ai fait..., j'ai fait... Il avait..Si je me trompe pas, il a 60€.

131 -Oui tu te trompes pas c'est ça.

132 -60 j'ai fait 59, 58, 57, 56, et après, j'ai refait jusqu'à quand il a plus d'argent et ça m'en a
133 fait 10 pour moi.

134 -Et ça t'a fait 10€ , 10 CD, pardon. Et comment tu as fait pour... comment tu as su qu'il
135 fallait compter sur les doigts en reculant : 60, 59, 58.

136 -Parce que là j'ai vu qu'il y a 60, là j'ai vu qu'il y a 4, alors j'ai fait, voilà ça ici.

137 -D'accord donc tu as compté de 60 jusqu'à 4 sur tes doigts.

138 -Oui.

139 -D'accord. Dans le problème 2, tu me proposes 500 kilos. Est ce que tu peux me dire à
140 quoi il correspond ce résultat, ces 500 kilos ?

141 -Parce que là, elle avait récolté..15...15 courgettes. Il vend tous les 15 courgettes ça va
142 faire 500.

143 -Tous les 15 courgettes, ça fait 500.

144 -Je pense, pas trop sûr.

145 -Non mais c'est pas grave si t'es pas trop sûr, donc tu t'es dit que 15 courgettes ça pesait
146 500 kilos. Est-ce que tu... est-ce que tu t'es aidé des nombres de l'énoncé pour trouver
147 500.

- 148 -Pas trop.
- 149 -Comment est ce que tu as fait pour trouver 500 ?
- 150 -Je pense que...toutes les courgettes qu'elle a ramassé, ça peut facilement 500 kilos.
- 151 -D'accord, donc c'est parce que t'as peut-être que t'as déjà ramassé des courgettes.
- 152 -Non, on les achète.
- 153 -D'accord, donc toi tu penses que... ça peut peser 500 kilos, c'est ton opinion.
- 154 -Oui.
- 155 -D'accord et dans le numéro 3 donc tu nous dis : « elle dépense 6€. Il lui reste 1€ et lui
156 donne 1 centime ». Comment tu sais qu'elle dépense la maîtresse, 7€, euh... qu'est-ce
157 que tu as écrit ? Elle dépense 6€ comment est-ce que tu sais qu'elle dépense 6€ la
158 maîtresse ?
- 159 -Parce qu'il faut qu'elle est un peu d'argent de côté. Et le problème d'ici ça peut faire
160 40... Elle a acheté...48 je pense, ça va faire 6 euros.
- 161 -Donc 48 livres de mathématiques, tu penses que ça peut faire 6€ ? On peut acheter 48
162 livres de mathématiques avec 6,00€ ?
- 163 -Je pense.
- 164 -Tu penses ? Est-ce-que tu achètes un livre des fois ?
- 165 -Oui.
- 166 -Combien il coûte le livre que tu achètes ?
- 167 -2€ je l'ai payé.
- 168 -Tu l'as payé 2€ ?
- 169 -A Leclerc le livre.
- 170 -D'accord. Et est-ce que 48 livres comme le tien ils coûteraient 6€ ? Si tu en achètes 48,
171 est-ce que tu penses que ça peut coûter 6€ ?
- 172 -Oui.
- 173 -Oui. D'accord et bien écoute, je te remercie *E3CI-SI*.

Elève 4 : E4C1-S1

174 -Bonjour E4C1-S1. Alors nous allons discuter un petit peu toutes les deux des
175 problèmes que ta maîtresse t'a donné tout à l'heure. Ce qui nous intéresse avec ta
176 maîtresse, c'est de comprendre comment tu as fait. Alors dans le premier problème tu as
177 écrit $60 / 4$. Et puis est-ce que tu peux m'expliquer ton schéma là ?

178 -Là, j'avais écrit 60 au début.

179 -Oui.

180 -Du coup c'est ... du coup je divise un petit peu, c'est... je faisais 10, 10, 10 et donc
181 après il me restait 20 je crois, oui 20 que j'ai marqué là, et j'ai mis 5, 5 à chaque fois. Et
182 du coup j'ai trouvé c'est 15 et du coup voilà.

183 -Alors qu'est ce qui t'a fait penser à choisir la division.

184 -Parce que ben, du coup, il faut...On voit qu'on a 60€ pour acheter des CD qui coûtent
185 4€, il faut du coup partager ces 60€ en ... en 4 pour que... pour payer tout ça.

186 -Pour payer tout ça, et alors ...Comment tu as su que c'était un partage, qu'il fallait
187 partager ?

188 -Ben je... là je sais pas trop.Ça m'es venu comme ça.

189 -Ça t'es venu comme ça ?

190 -Oui.

191 -D'accord. Est-ce que ce sont des mots de l'énoncé qui t'ont dit : Ah, tiens là.... ou ça t'es
192 venu comme ça ?

193 -Je pense un peu que c'est l'énoncé qui m'a aidé.

194 -D'accord, et bah c'est très bien. Alors dans le 2^{ème}, tu nous proposes une division
195 également, tu proposes $75 / 15$. Et donc là tu as fait ton schéma. Est-ce que tu peux
196 m'expliquer un petit peu ton schéma, comment tu as fait ?

197 -Alors les nombres un peu partout c'est..., c'était un premier que j'ai essayé, mais ça n'a
198 pas marché. Je voulais distribuer en 15 et 75, mais ça allait être beaucoup trop long.

199 -D'accord.

200 -Et ben du coup j'ai... ce que j'ai fait, j'ai... Je me suis surtout concentrée sur 15, que
201 j'ai... je..., je me suis appuyée sur ce que je sais de ce nombre. Puisque je sais que $15 +$
202 15 ça fait 30, j'ai marqué là et pareil du coup là. Je sais que du coup, puisque ce n'est pas
203 60, c'est plus que 60, ce sera forcément plus que... que 4×15 et du coup, on l'entend
204 dans le nombre 75 c'est $60 + 15$ donc j'ai rajouté jusque 15 et voilà.

205 -D'accord et comment tu as pensé à faire une division ?

206 -Ben puisque là on aOn a du coup 75 kilos de courgettes qu'on range dans 15
207 cagettes. Il faut ranger les...chacun des.... chaque courgette dans les cagettes, donc il
208 faut les partager.

209 -D'accord

210 -Dans chaque cagette.

211 -Très bien et donc comme tu fais un partage, ça t'a fait penser à une division.

212 -Oui.

213 -D'accord très bien et au problème numéro 3 tu nous proposes $48 / 7$ également. Alors là
214 aussi, qu'est-ce qui t'a fait penser à utiliser une division ?

215 -Ben simplement que beh....Je....C'est toujours du coup....Du coup ..On a 2 nombres et
216 euh...Je sais pas en fait. Comment j'ai pu faire, je sais pas du tout.

217 -À quoi est-ce que tu pensais quand tu as choisi de faire une division ?

218 -J'ai pensé directement que bah il fallait partager les 48 en 7 directement.

219 -D'accord et donc, comme c'était un partage, tu as fait une division.

220 -Voilà.

221 -D'accord, et est-ce que tu penses que 6€ pour 48 livres de mathématiques, c'est un
222 résultat qui est cohérent.

223 -Non. Hein ! Je crois que je me suis trompée, je crois que c'était une multiplication, de
224 faire 48×7 .

225 -Alors pourquoi est-ce que tu penses que tu t'es trompé, qu'il fallait faire 48×7 et pas 48
226 $/ 7$?

227 -Parce que beh du coup on a.... du coup chacun de 7€ on en veut 48, sauf que pour le
228 moment on en a pas encore. Et donc il faut les....Il faut les multiplier 7€ pour... par 48
229 pour savoir combien on va devoir payer.

230 -Donc dans les 2 premiers problèmes, tu m'a dit qu'il fallait partager, d'accord. Dans le
231 3^{ème} problème, comme on cherche combien il va falloir payer , on cherche

232 -la multiplication

233 -Oui, c'est-à-dire est-ce qu'on cherche un partage ou ce qu'on cherche combien ça fait en

- 234 tout.
- 235 -Combien ça fait, en tout.
- 236 -Combien ça fait en tout. Et du coup, tout mon calcul était faux.
- 237 -Oui, mais ça c'est pas grave, t'inquiète pas pour ça.
- 238 -Si j'avais pas... AH j'avais oublié !
- 239 -Ce n'est pas grave, ne t'inquiète pas pour ça . En tout cas merci *E4CI-SI*. On a fini.
- 240 -OK.

Elève 5 : E5C1-S1

- 241 -Donc, Bonjour E5C1-S1.
- 242 -Bonjour
- 243 -On va discuter ensemble des problèmes que tu as résolu tout à l'heure, les problèmes
244 que ta maîtresse t'a donné. Ce qui nous intéresse avec ta maîtresse, c'est de comprendre
245 comment tu as fait, d'accord ? Alors dans le premier problème, tu fais l'opération 60×4
246 et tu me dis « il pourra acheter 240 CD ». Qu'est-ce qui t'a fait penser à faire une
247 multiplication ?
- 248 -Parce que moi, à chaque fois qu'on fait des..., comme des problèmes, à chaque fois,
249 moi je fais des multiplications posées et moi j'arrive mieux comme ça que de faire des
250 schémas et tout ça.
- 251 -D'accord, donc tu as tout à fait le droit de faire une opération hein, mais pourquoi est-
252 ce que tu as choisi la multiplication, comment tu sais qu'il fallait faire une multiplication
253 dans ce problème ?
- 254 -Parce qu'y avait 60 euros et 4 donc j'ai fait 60×4 et j'ai trouvé après 240.
- 255 -D'accord, et est-ce que tu...tu te rappelles ce qu'il faut chercher dans ce problème ?
- 256 -Euh combien il pourra acheter de CD.
- 257 -Oui, c'est ça, combien il pourrait acheter de CD. Alors, dans le problème numéro 2, tu
258 fais une multiplication, tu fais 75×15 et tu nous dis « il a 3845 kilos dans chaque
259 cagette ». Alors, est-ce que tu peux me dire ton résultat, 3845, est-ce que tu es sûr que
260 c'est le bon résultat ? Dans une cagette, on peut avoir 3845 kilos ?
- 261 -Je sais pas.
- 262 -Est-ce que ça te paraît beaucoup ou est-ce que ça te paraît pas beaucoup ?
- 263 -Ça paraît beaucoup.
- 264 -3000 kilos de courgettes, c'est beaucoup, c'est pas beaucoup selon toi ?
- 265 -Pas beaucoup. (silence)
- 266 -Alors, essaye de ...quand tu réfléchissais., pardon, quand tu résolvais ton problème
267 dans la classe, essaye de repenser justement à quoi tu pensais quand tu t'ai dit bah tiens,
268 je vais faire une multiplication. Quand tu as décidé de faire la multiplication, à quoi tu
269 pensais ?
- 270 -(silence)
- 271 -Alors je vais te poser une autre question. Est-ce qu'il y a un mot dans l'énoncé ou dans

272 la question qui ... qui t'a aidé, tu te dis tiens, je vais faire une multiplication ?

273 -Euh non,c'est parce que y avait juste 75 et 50. Je me suis dit, peut-être que on pourrait
274 trouver le résultat en faisant un...un calcul posé.

275 -D'accord, OK. Donc tu as essayé la multiplication et pourquoi est-ce que tu n'as pas
276 essayé une addition par exemple ?

277 -Je sais pas.

278 -Ou une soustraction.

279 -C'est ce que j'avais en tête, comme je fais à chaque fois.

280 -D'accord. Donc comme tu fais à chaque fois, c'est à dire qu'à chaque fois, tu fais une
281 multiplication.

282 -Oui.

283 -D'accord. Alors, dans le problème numéro 3, tu as aussi fait une multiplication 48×7 .
284 Alors là, est-ce que tu peux m'expliquer pourquoi est-ce que tu as choisi cette
285 multiplication, de faire ce calcul.

286 -Parce que...Elle demandait...Elle commandait des fichiers de mathématiques à 7€ la
287 pièce et elle en a commandé 48. Et du coup beh 48×7 , beh ça faisait.. moi j'ai trouvé
288 336.

289 -Alors comment tu sais que tu dois faire « fois » dans ce problème ?

290 -Parce que c'est 7 et 48. Donc c'est 7×48 .

291 -D'accord. Est-ce que c'est la même chose dans le problème 1 et le problème 2 selon
292 toi ?

293 -Le même résultat ?

294 -Non pas le résultat mais regarde là, t'as fait une multiplication là aussi donc c'est pas les
295 mêmes chiffres, ça sera pas le même résultat, mais c'est la même opération. Est-ce que
296 cette opération là dans le dernier 48×7 elle représente la même chose que les
297 opérations, les multiplications que tu as faites dans le 1 et dans le 2.

298 -Euh Oui.

299 -D'accord. Et Bien écoute, je te remercie.

Elève 6 : E6C1-S1

- 300 -Bonjour E6C1-S1.
- 301 -Bonjour.
- 302 -On va discuter un petit peu ensemble des problèmes que tu as résolus tout à l'heure
303 parce que ce qui nous intéresse avec ta maîtresse, c'est de savoir comment tu as fait.
304 Alors pour le premier problème, tu nous proposes $60 + 4$. Est-ce que tu peux
305 m'expliquer comment tu as ait pour choisir la multiplication, euh l'addition pardon.
306 Comment est ce que tu as fait ?
- 307 -On sait que quand c'est des sommes, c'est l'addition. Bon bah alors on additionne le 4
308 et le 0.
- 309 -Alors pourquoi est-ce que tu as choisi l'addition ?
- 310 -Parce que c'est facile et vu que l'on entend le « somme », vu que....
- 311 -Alors
- 312 -Et on sait que c'est une multiplication.
- 313 -Alors c'est une multiplication ou c'est une addition que tu dois faire ?
- 314 -Une addition.
- 315 -Une addition ?
- 316 -Oui.
- 317 -Donc tu as fait une addition parce que c'est plus facile, c'est ça ? Et est-ce que tu es sûr
318 que on puisse acheter 64 CD ?
- 319 -Non
- 320 -Avec 60€.
- 321 -Non.
- 322 -Non, pourquoi ?
- 323 -Vu que ça ferait beaucoup trop.
- 324 -Ah. Donc est-ce que tu crois que on... on fait un « plus » ?
- 325 -Non, c'était un « moins ».
- 326 -C'était un « moins » ? Et pourquoi tu penses que du coup c'était un « moins » ?

327 -Vu que...Si on en achète 64 CD ça fait beaucoup. Et que si. Et que si on fait un
328 « moins », ça va aller, vu qu'on aura toujours le 60.

329 -D'accord, donc on va faire un « moins » parce que on en aura un nombre plus
330 petit et ça ira mieux pour le résultat.

331 -Oui

332 -D'accord. Alors dans le 2^{ème} problème, tu nous proposes aussi $75 + 115$, c'est ça ? $75 +$
333 115 ?

334 -Non , $+ 15$. Vu que là ça faisait 10, j'ai mis là.

335 -D'accord, donc là c'est la retenue.

336 -Oui

337 -D'accord, donc $75 + 15$, là aussi tu vas choisir l'addition. Alors, quand tu as décidé de
338 faire un « plus », est-ce que tu te rappelles à quoi tu pensais quand tu as décidé de faire
339 le « plus » ?

340 -Ah.Oui, à acheter des...Ah je sais pas comment ça s'appelle. Des réco..

341 -Là tu as marqué « récolté », des récoltes peut-être tu parles ?

342 -Oui des récoltes.

343 -Donc là tu cherches, tu m'as écrit il y a « 180 récoltés ». Donc, euh...Est-ce que tu es
344 sûr que c'est ce qu'on te demandait, de savoir combien on en a récolté ?

345 -Non, mais j'ai oublié de mettre un truc et j'avais... c'était...les courges.

346 -Ah oui, on a récolté des courgettes, mais ça c'est pas grave, c'est pas grave. Mais est-ce
347 que...Est-ce que la question, à ton avis, c'était..., c'était combien on a récolté de
348 courgettes ?

349 -Hum, Oui

350 -Est-ce que tu te rappelles de la question ?

351 -En fait, il y avait pas tout et j'ai pensé que c'était ça.

352 -Il y avait pas tout quoi ?

353 -Tous les mots dans la question.

354 -Tu crois ...tu trouves qu'il manquait des mots dans la question.

355 -Oui.

356 -Quel poids de courgettes chaque cagette contient-elle?

357 -Des poids ?

358 -Oui, le poids.

359 -Je me suis trompé.

360 -Mais c'est pas grave que tu te sois trompé. Alors, dans le problème numéro 3, tu nous
361 proposes également une addition. Et tu nous proposes « il y a 55 fichiers ». Comment tu
362 as su qu'il fallait faire une addition ici ?

363 -Vu que pareil.. Vu que on sait que si on fait une addition, c'est, et en fait on additionne
364 des chiffres au lieu de faire une soustraction, on va enlever des numéros.

365 -D'accord, mais comment tu as fait pour choisir l'addition ici ?

366 -En plus vu que y avait pareil, vu que c'était une maîtresse, je pensais que y avait et
367 beaucoup d'élèves.

368 -D'accord, donc tu t'es dit comme il y a beaucoup d'élèves, ça,... ça va être un grand
369 nombre, donc je vais faire un « plus ».

370 -hum

371 -D'accord, d'accord, donc c'est les mots de la question qui t'ont.., c'est le mot maîtresse
372 qui t'a fait penser que comme elle avait beaucoup d'élèves, il fallait qu'elle ait un grand
373 nombre donc on va faire un « plus » ?

374 -Oui

375 -C'est ça d'accord. Et Ben écoute, je te remercie.

**ANNEXE 11 : Catégorisation des éléments des verbatims anonymisés des entretiens des élèves
de la classe 1 Séance 1**
(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

Problème 1 : Problème de division quotient			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E1C1-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police verte	-Ben. Parce qu' ils nous..., ils nous disent qu'il a 60€ que tous les CD coûtent 4€. Du coup pour moi, ça..., c'était une soustraction. -En les comptant les unes après les autres. Alors là il y a 2 soustractions, j'ai oublié de remarquer 4 là. Donc là c'est $4-8 = 4$ et là j'ai refait $4 - 4$, jusqu'à les., jusqu'à ce qu'il ait plus de sous. -Donc là si on les compte ça fait qu'il y en a 14 si je me suis pas trompé.	L'élève E1C1-S1 a construit une représentation mentale de la situation correcte. Cependant la mise en relation avec le champ multiplicatif n'est pas réalisée. L'élève définit une stratégie de résolution non experte.
Elève 2 : E2C1-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Ben je cherchais beaucoup, j'ai cherché d'autres idées, j'ai pas trouvé, alors je me suis dit de faire une multiplication. -(silence) Je sais pas. -Je me suis dit que... Je ne trouvais pas de schéma, de dessin. Alors la seule chose que je pouvais faire, c'est de faire une multiplication.	L'élève E2C1-S1 a inféré le champ conceptuel auquel appartient le problème mais n'a pas identifié la division sous-jacente. Il met alors en œuvre une multiplication, opération connue. Il ne met pas en œuvre de contrôle pragmatique lui permettant de se rendre compte que son résultat n'est pas cohérent.
Elève 3 : E3C1-S1			
Absence de construction de la représentation de la situation	Police rouge	-60 j'ai fait 59, 58, 57, 56, et après, j'ai refait jusqu'à quand il a plus d'argent et ça m'en a fait 10 pour moi. -Parce que là j'ai vu qu'il y a 60, là j'ai vu qu'il y a 4, alors j'ai fait, voilà ça ici. -Oui.	L'élève E3C1-S1 n'a pas construit de représentation mentale de la situation. Les deux nombres mentionnés dans l'énoncé sont repris sans qualification, sans association avec un champ conceptuel connu. Le traitement mis en œuvre ne montre aucune relation entre eux.

Elève 4 : E4C1-S1			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	-Du coup c'est ... du coup je divise un petit peu, c'est... je faisais 10, 10, 10 et donc après il me restait 20 je crois, oui 20 que j'ai marqué là, et j'ai mis 5, 5 à chaque fois. Et du coup j'ai trouvé c'est 15 et du coup voilà. -Ben je... là je sais pas trop. Ça m'est venu comme ça. -Oui.	L'élève E4C1-S1 a directement mobilisé le bon schéma comme le montre l'expression 'là je sais pas trop' et sollicité la division. La non maîtrise de la technique opératoire a nécessité la mise en œuvre de sous-opérations successives pour parvenir au résultat. L'élève fait ensuite appel à ses connaissances sur la division (diviser c'est partager) pour valider son raisonnement.
	Surligné bleu	-Parce que ben, du coup, il faut... On voit qu'on a 60€ pour acheter des CD qui coûtent 4€, il faut du coup partager ces 60€ en ... en 4 pour que... pour payer tout ça.	
Elève 5 : E5C1-S1			
Absence de construction de la représentation de la situation	Police rouge	-Parce que moi, à chaque fois qu'on fait des..., comme des problèmes, à chaque fois, moi je fais des multiplications posées et moi j'arrive mieux comme ça que de faire des schémas et tout ça.	L'élève E5C1-S1 commence par expliquer qu'il utilise à chaque fois des multiplications quelque soit le type de problème car il maîtrise la technique opératoire. Le recours aux schémas est repoussé, probablement car trop coûteux cognitivement. Cependant il a identifié le champ conceptuel auquel appartient le problème et parvient à qualifier l'objet cherché mais il ne parvient pas à contrôler la cohérence du résultat.
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Parce qu'y avait 60 euros et 4 donc j'ai fait 60 x 4 et j'ai trouvé après 240.	
	Police rose	-Euh combien il pourra acheter de CD.	
Elève 6 : E6C1-S1			
Absence de construction de la représentation de la situation	Police rouge	-On sait que quand c'est des sommes, c'est l'addition. Bon bah alors on additionne le 4 et le 0. -Parce que c'est facile et vu que l'on entend le « somme », vu que.... -Et on sait que c'est une multiplication. -Une addition. -Oui.	L'élève E6C1-S1 a choisi une opération qualifiée de « facile ». Il n'a pas construit de représentation correcte de la situation. L'évocation de la multiplication est repoussée car l'opération semble ne pas faire sens. Au fur et à mesure de l'entretien et via les échanges menés, l'élève met en place en contrôle pragmatique lui

<p>Reconstruction de la situation</p> <p>-Théorie des modèles mentaux</p>	<p>Surligné jaune</p>	<p>-Non -Non. -Vu que ça ferait beaucoup trop. -Non, c'était un « moins ». -Vu que....Si on en achète 64 CD ça fait beaucoup. Et que si. Et que si on fait un « moins », ça va aller, vu qu'on aura toujours le 60.</p>	<p>permettant de se remettre en cause sa représentation et ainsi se rendre compte que le nombre cherché est inférieur aux nombres de départ. Cependant il reste dans le champ conceptuel additif.</p>
---	---------------------------	---	---

Problème 2 : Problème de division partition			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E1C1-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Du coup quand j'ai voulu faire 10 x ... J'allais essayé plusieurs choses pour arriver au moins à 70 et après arriver à 75 en rajoutant euh... et ben du coup en faisant re- »fois » 15, euh 5. Bah.. c'est simple, il nous dit qu'y a 15 kg, donc du coup, et que y a 15 caquettes, du coup fallait multiplier 15 pour avoir 75 kg.	L'élève E1C1-S1 a inféré directement le champs multiplicatif. Elle mobilise la multiplication à trous non experte. L'entretien lui permet de verbaliser l'opération exacte en mobilisant ses connaissances mathématiques.
	Surligné bleu	-Ben parce que pour moi fallait faire une addition à trous ou une soustraction et du coup maîtresse, elle nous a expliqué que quand on faisait une addition, une soustraction, une multiplication à trous mais c'était forcément une division. On divisait quelque chose.	
Elève 2 : E2C1-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police verte	-Bai, j'ai choisi ça au hasard. Après, j'ai.., je gommait, j'écrivais le nombre suivant et à chaque fois que j'enlevais 5, j'écrivais le nombre moins 5. Après quand je suis arrivé vers 30, j'ai fais dans ma tête.	L'élève E2C1-S1 a construit une représentation correcte de la situation en réalisant un dessin pour accompagner son raisonnement. Il n'associe pas la situation au champ multiplicatif. Les contrôles pragmatiques qu'il déploie lui permettent de contrôler la cohérence des essais successifs qu'il réalise.
	Surligné jaune	-Je me disais que 15, c'était beaucoup. On pouvait pas . Je me suis dit que on pourrait peut-être mettre 5 pour essayer, si ça marche pas, j'essayerai un autre nombre.	
Elève 3 : E3C1-S1			
Absence de construction de la	Police rouge / Surligné	-Parce que là, elle avait récolté..15...15 courgettes. Il vend tous les 15 courgettes ça va faire 500.	L'élève E3C1-S1 n'a pas construit de représentation ad hoc de la situation. Il livre son opinion sur le poids total. Il n'a pas mémorisé

représentation de la situation	orange	-Je pense, pas trop sûr. -Pas trop. -Je pense que...toutes les courgettes qu'elle a ramassé, ça peut facilement 500 kilos.	la question et ne fait pas les inférences et contrôles nécessaires.
Elève 4 : E4C1-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné bleu/ Surligné vert	-Alors les nombres un peu partout c'est..., c'était un premier que j'ai essayé, mais ça n'a pas marché. Je voulais distribuer en 15 et 75, mais ça allait être beaucoup trop long. Je me suis surtout concentrée sur 15, que j'ai... je..., je me suis appuyée sur ce que je sais de ce nombre. Puisque je sais que 15+15 ça fait 30, j'ai marqué là et pareil du coup là. Je sais que du coup, puisque ce n'est pas 60, c'est plus que 60, ce sera forcément plus que... que 4x15 et du coup, on l'entend dans le nombre 75 c'est 60+15 donc j'ai rajouté jusque 15 et voilà. -Ben puisque là on aOn a du coup 75 kilos de courgettes qu'on range dans 15 caquettes. Il faut ranger les...chacun des.... chaque courgette dans les caquettes, donc il faut les partager.	L'élève E4C1-S1 a inférer directement le champ conceptuel parce qu'il faut 'distribuer' mais pas l'opération. Elle opère plusieurs contrôles sémantiques qui lui permettent de mettre en œuvre différentes stratégies de résolution successives. La première est abandonnée parce que elle est fastidieuse. Ensuite elle s'appuie sur ses connaissances liées au nombre 15 et de la division (diviser c'est partager) pour proposer l'opération experte.
Elève 5 : E5C1-S1			
Absence de construction de la représentation de la situation	Police jaune Police rouge	-Je sais pas. -Ça paraît beaucoup. -Pas beaucoup. (<i>silence</i>) -Euh non,c'est parce que y avait juste 75 et 50. Je me suis dit, peut-être que on pourrait trouver le résultat en faisant un...un calcul posé. -Je sais pas. -C'est ce que j'avais en tête, comme je fais à chaque fois. -Oui.	L'élève E5C1-S1 ne parvient pas à contrôler la cohérence de son résultat, d'où son hésitation. Il semblerait qu'il n'est pas la représentation des quantités et/ou de la réalité. Lors de l'entretien, il précise qu'il a fait le même calcul que celui qu'il fait d'habitude (multiplication), plus simple pour lui à aborder. Il s'inscrit dans un habitus où le contrat didactique implicite est de faire un calcul, ce qu'il fait. Il n'a pas les notions qui lui permettent de réaliser les contrôles pragmatiques nécessaire

			et il n'a pas construit la représentation de la situation.
Elève 6 : E6C1-S1			
Absence de construction de la représentation de la situation	Police rouge / Surligné orange	-Ah.Oui, à acheter des....Ah je sais pas comment ça s'appelle. Des réco.. -Oui des récoltes. -Non, mais j'ai oublié de mettre un truc et j'avais... c'était....les courges. -En fait, il y avait pas tout et j'ai pensé que c'était ça. -Tous les mots dans la question. -Oui. -Des poids ?	L'élèves E6C1-S1 a partiellement mémorisé et compris les informations de l'énoncé. Il ne parvient pas à créer une représentation mentale de la situation. Il invoque des données incomplètes pour expliquer qu'il ne se rappelle pas la questions. Il semble surpris par la grandeur recherchée. Il n'est pas parvenu à construire une représentation de la situation.

Problème 3 : Problème multiplicatif			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E1C1-S1			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	-Alors ça, c'est parce que à chaque fois, il nous... avec maîtresse, on a travaillé beaucoup sur les multiplications l'année dernière, et on a commencé du coup en début d'année. Et euh...Du coup, ça m'a fait penser à pouvoir faire comme ça. -Je sais pas trop, c'est en fait comment je l'ai lu, je me suis dit faut que je fasse une multiplication. Parce que pour moi, c'était évident. Parce qu'à chaque fois faut multiplier pour pouvoir arriver à un résultat correct.	L'élève E1C1-S1 a inférer directement l'opération exacte. L'activation des schémas de problèmes et donc la représentation de la situation ont été immédiates : 'c'était évident', 'ça m'a fait penser à pouvoir faire comme ça'. Elle propose l'opération exacte.
	Police Rose	-Euh... Parce que elle a beaucoup d'euros, oui. -Non, ça c'est.... C'est ce qu'elle va utiliser. Les fichiers de mathématiques coûtent 7 euros, mais elle a pas 7 euros. On sait pas. -Eh bien, combien elle a d'euros. -On cherche combien elle va payer parce que un fichier de mathématiques, il est écrit juste là.	
Elève 2 : E2C1-S1			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	-Bah comme le premier. -Euh... Que c'était plus facile comme ça. -Euh... je sais pas. -Je sais pas.	L'élève E1C2-S1 ne parvient pas à formuler les éléments qui lui ont permis de choisir l'opération exacte. La solution opératoire directe est 'plus facile' que la réalisation d'un schéma. Il a donc mobiliser les schémas de problèmes directement. Il parvient à qualifier les données de l'énoncé (7 euros) et ce qui est recherché (combien payer pour l'ensemble des fichiers).
	Police Rose	-Euh... Parce que elle a beaucoup d'euros, oui. -Non, ça c'est.... C'est ce qu'elle va utiliser. Les fichiers de mathématiques coûtent 7 euros, mais elle a pas 7 euros. On sait pas. -Eh bien, combien elle a d'euros. -On cherche combien elle va payer parce que un fichier de mathématiques, il est écrit juste là.	
Elève 3 : E3C1-S1			
Absence de construction de la	Police rouge :	-Parce qu'il faut qu'elle est un peu d'argent de côté. Et le problème d'ici ça peut faire 40... Elle a acheté...48 je pense, ça va faire 6	L'élève E3C1-S1 parvient à qualifier les données de l'énoncé partiellement : seule la quantité de livres achetée est correcte, mais il

représentation de la situation		euros. -Je pense. -Oui.	ne définit pas la valeur d'un livre. Par ailleurs lors de l'entretien, il apparaît qu'il ne possède pas suffisamment les connaissances du réel pour pouvoir exercer un contrôle pragmatique.
	Police jaune :	-Oui.	
Elève 4 : E4C1-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Ben simplement que beh....Je....C'est toujours du coup....Du coup ..On a 2 nombres et euh...Je sais pas en fait. Comment j'ai pu faire, je sais pas du tout.	L'élève E4C1-S1 a mobilisé le champ conceptuel multiplicatif. Elle est sûre de la division qu'elle propose comme résultat. Il semblerait qu'elle est activée un schéma de problème 'comment j'ai pu faire, je sais pas du tout' même si il est erroné. Pour elle, il 'fallait partager les 48 en 7 directement', ce qui est cohérent avec la solution proposée. Cependant au cours de l'entretien, elle met en œuvre des contrôles pragmatiques qui lui permettent de se rendre compte de la mauvaise représentation qu'elle a construite. Elle parvient ainsi à modifier sa proposition pour aboutir à l'opération experte menant au résultat exact.
	Surligné jaune	-Non. Hein ! Je crois que je me suis trompée, je crois que c'était une multiplication, de faire 48×7 -Parce que beh du coup on a.... du coup chacun de 7€ on en veut 48, sauf que pour le moment on en a pas encore. Et donc il faut les....Il faut les multiplier 7€ pour... par 48 pour savoir combien on va devoir payer.	
	Surligné bleu	-J'ai pensé directement que bah il fallait partager les 48 en 7 directement. -Voilà. -la multiplication -Combien ça fait en tout. Et du coup, tout mon calcul était faux.	
Elève 5 : E5C1-S1			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné vert	Elle commandait des fichiers de mathématiques à 7€ la pièce et elle en a commandé 48. Et du coup beh 48×7 , beh ça faisait.. moi j'ai trouvé 336.	L'élève E5C1-S1 a construit directement une représentation correcte de la situation-problème. Cependant la suite de l'entretien nous permet de comprendre qu'il place la multiplication et la division dans le même champ conceptuel sans connaître les spécificités de chacune.
Elève 6 : E6C1-S1			
Absence de construction de la	Police rouge :	-Vu que pareil.. Vu que on sait que si on fait une addition, c'est, et en fait on additionne des chiffres au lieu de faire une	L'élève E6C1-S1 s'exprime sur le sens des opérations qu'il connaît (l'addition et la soustraction). Il ne parvient pas à construire une

représentation de la situation		<p>soustraction, on va enlever des numéros.</p> <p>-En plus vu que y avait pareil, vu que c'était une maîtresse, je pensais que y avait et beaucoup d'élèves.</p> <p>-hum</p> <p>-Oui</p>	<p>représentation de la situation ni à mettre en œuvre les contrôles pragmatiques nécessaires. Il reste ancré dans une réalité partielle : si c'est une maîtresse, elle a beaucoup d'élèves et il faut faire une addition pour obtenir un grand nombre.</p>
--------------------------------	--	---	---

ANNEXE 12 : Verbatims anonymisés des entretiens des élèves de la classe 1 Séance 5
(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

Elève E1C1-S5

376 -Alors on va bien parler en face *E1C1-S5* et comme la dernière fois, est-ce que tu veux
377 bien m'expliquer comment est ce que tu as fait pour résoudre tes problèmes, par
378 exemple pour problème 1, tu nous proposes « chacun a pris 9 chocolats », alors quelle
379 opération est-ce que tu nous proposes ?

380 -Une division. C'est comme maîtresse nous a expliqué, pour pouvoir savoir quel calcul
381 on fait, parce qu'elle a même mis une affiche là-bas, c'est si y a un nombre qui se répète
382 et ben on choisit entre la multiplication ou la division. Et il faut savoir si c'est un
383 nombre plus petit ou un nombre plus grand. Eh euh..évidemment, ça allait être un
384 nombre plus petit que 45 parce que sinon c'est sûr, ils allaient.. Y en aurait qu'un
385 qu'allait en avoir.

386 -D'accord.

387 -Donc du coup il fallait faire une division et comme maîtresse a dit que qu'elle voulait
388 pas qu'on fasse les divisions comme ça. On marquait pas le « égale » et on fait comme
389 ça.

390 -D'accord, mais très bien, très bien, très bien, tu as..., tu as raison, tu as raison. Et alors
391 dans le 2eme, tu proposes quelle opération ? 5×300 .

392 -Oui, oui.

393 -Alors comment...comment tu as su qu'il fallait faire 5×3 ., qu'il fallait faire une
394 multiplication ?

395 -Beh comme on cherchait un nombre plus grand que 300, pour calculer en tout combien
396 elle avait fait de...quelle distance elle a avait parcourue. Et pour moi, elle euh...En fait,
397 j'ai des..., j'ai cherché ça et j'ai marqué le résultat là.

398 -D'accord, très bien, très bien Mademoiselle. Et pour le numéro 3 alors, tu nous
399 proposes comme opération $40 / 5$.

400 -Oui.

401 -Comment est-ce que tu as su qu'il fallait faire division ?

402 -Parce qu'on cherche un nombre plus petit encore une fois. Là on cherche des nombres
403 plus petits, et là un plus grand.

404 -D'accord alors dans le un et le 3, c'est plus petit et dans le 2, c'est plus grand ?

405 -Oui.

406 -D'accord, très bien, écoute, je te remercie. On a fini.
407 -D'accord.

Elève E2C1-S5

408 -Donc *E2C1-S5*, comme la dernière fois, on va discuter ensemble des problèmes et du
409 coup surtout, comment tu les as faits, d'accord ?

410 -Je sais.

411 -Alors dans le premier problème, je vois que tu as fait $45/5$, tu as fait une division.
412 Alors est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as fait pour savoir qu'il fallait faire
413 une division ?

414 -Au début, je savais pas que c'était une division.

415 -Oui.

416 -Alors j'ai mis 5 bonhommes.

417 -Oui, je l'ai vu.

418 -Je savais pas comment faire, alors j'ai mis chacun, 10, oui 10 et euh..Et lui, il allait
419 avoir 5. Je me suis dit que si j'enlevais 1 ça faisait... ça faisait 9, j'ai essayé de faire 3
420 en même temps. J'ai remarqué que ça faisait 4 et 4 et eux ils avaient tous 9 et là j'avais
421 4, je l'ai donné à lui et $4 + 5$ ça fait 9.

422 -Mais c'est très bien. Donc tu t'es aidé de ton dessin, c'est... Tu as d'abord dessiné tes
423 bonhommes et ensuite tu as mis 10, tu t'es rendu compte qu'au dernier, il en a pas
424 comme les autres et puis après tu as... tu as repartagé pour que tout le monde en ait la
425 même le même nombre. Mais c'est très bien, bravo je te félicite, c'est très bien. Et
426 qu'est-ce qui t'a fait penser à faire un petit dessin comme ça avec 5 bonhommes,
427 comment tu as eu l'idée ?

428 -Parce que dans euh.. dans l'énoncé ils disent qu'il y a 5 amis, alors je fais 5
429 bonhommes. J'ai essayé de les partager en...Chacun euh...à chaque personnage parce
430 que je voulais pas faire une division, sinon je pensais que j'allais me tromper.

431 -Mais finalement est ce que tu t'es trompé ?

432 -Non.

433 -Donc c'est très bien, bravo, je te félicite.

434 -Alors, dans le problème 2, tu nous proposes une multiplication 300×5 ? Qu'est-ce qui

435 t'a permis de... de trouver que c'était une multiplication ?

436 -Euh... J'ai.. Quand on fait des problèmes avec la maîtresse, elle nous dit : « chercher si
437 c'est une addition ou une multiplication ou une division. Et euh..J'ai cherché, j'ai trouvé
438 que c'était une multiplication. Alors j'ai fait une multiplication.

439 -Alors, et comment tu as fait pour chercher et trouver que c'était une multiplication ?

440 -Euh... (*silence*)

441 -À quoi tu as pensé ... à quoi tu as pensé et qui t'a permis de te dire, Ah oui, c'est une
442 multiplication.

443 -Euh... Parce que....Parce que je pense que nous ... euh...J'ai juste cherché.

444 -D'accord, très bien. Alors dans le problème numéro 3, tu proposes une division $40 / 5$ et
445 je vois que tu as fais un petit schéma aussi. Est-ce que tu peux m'expliquer comment tu
446 as fait pour faire ton schéma ?

447 -Alors c'était pas si compliqué que celui-là puisque y avait pas 5 ici. Elle nous dit
448 « combien d'exercices elle fait en 5 minutes », alors j'ai décidé de faire des 5. J'ai décidé
449 de faire 5 jusqu'à... plusieurs 5 euh...(silence)

450 -Oui, c'est très bien, jusqu'à.. jusqu'à 40 je pense, c'est ce que tu as écrit.

451 -En fait j'ai.. j'ai enlevé 5 à chaque fois parce que je... je pensais pas trouver directement
452 le résultat comme ça parce que...

453 -D'accord. Et une fois que tu as eu fait ton dessin, comment tu as su qu'il fallait faire la
454 division ?

455 -Parce que c'était presque pareil que lui.

456 -Que le premier, c'était presque pareil que le premier. Très bien. Je te remercie, c'est très
457 gentil à toi de m'avoir expliqué comment tu as fait. Merci E2C1-S5.

Elève E3C1-S5

458 -Donc *E3C1-S5*, on va travailler ensemble pour que tu puisses m'expliquer comment
459 est-ce-que tu as fait pour résoudre les problèmes.

460 -D'accord.

461 -Alors dans le premier problème, est-ce que tu peux m'expliquer ce que tu as fait ? Ton
462 petit dessin là ?

463 -Je croyais que ça pouvait m'aider.

464 -Tu as raison, ça peut t'aider.

465 -Oui, très bien m'aider.

466 -Alors, qu'est-ce que tu as fait là ? Tu peux me dire.

467 -Euh, j'ai fait.....

468 -Je vois que tu as fait des bonhommes.

469 -Oui

470 -Tu en as fait 1, 2, 3, 4, 5, 5 bonhommes qu'est ce qu'il leur arrive ?

471 -En fait, ces 5 bonhommes, il leur arrive qu'ils ont des trucs de chocolat. Et...Si je me
472 trompe pas, il faut tout dire, combien ça fait tout ça, combien il y en a dans la boîte.

473 -D'accord combien il y en a dans la boîte. Mais regarde, tu vois maîtresse, elle avait
474 écrit qu'il en avait 45 dans la boîte pour t'aider.

475 -Oui. Et là il faut tout dire combien il y en a.

476 -Il y en a....Alors, tout dire combien il y en a, et toi tu m'as écrit 100. 100 c'est combien
477 il y en a ?

478 -Oui.

479 -Combien y en a en tout ou combien chacun a de chocolats.

480 -Combien y a chacun.

481 -Donc chacun a 100 chocolats ?

482 -Non, il y a 45 dans les boîtes. Là par contre je me suis pas très bien concentré.

483 -Alors, est-ce que tu peux me dire comment tu as pensé au 100 ? Qu'est ce qui t'a fait
484 penser au 100 ?

485 -Je pense que tout ça, ça fait 100.

486 -Alors, c'est quoi « le tout ça qui fait 100 » ?

487 -45 + 45 + 45 et + 45 et +45.

488 -D'accord, alors 45 + 45 + 45 + 45 +45 ça fait 100. D'accord, donc toi tu penses qu'il
489 faut chercher combien y a en tout de chocolats.

490 -Oui.

491 -D'accord, mais on te disait dans la boîte qu'il y en avait 45 en tout.

492 -Oui

493 -Donc on le savait combien y en avait en tout.

494 -Oui, on savait qu'y avait 45 en tout.

495 -Alors, maîtresse, regarde elle t'avait fait un petit dessin aussi pour t'aider et je pense
496 pour dessiner combien chacun avait de chocolats pour partager tes 45.

497 -Oui.

498 -Oui ? Alors, est-ce que 100 c'est ... Est-ce qu'avec tes 100 chocolats, tu as partagé tes
499 45 chocolats ?

500 -Oui.

501 -Oui ? D'accord. Alors je vois que dans le problème numéro 2 tu m'écris qu'elle parcourt
502 305m. Est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as fait parce que tu n'as pas dessiné,
503 puis t'as pas écrit le calcul. Donc si tu peux m'expliquer.

504 -En fait, j'ai fait $300+5$, alors il fait 3, 0 et 5.

505 -D'accord. Donc $300... 300+5$, tu as fais une addition.

506 -Oui.

507 -Alors comment tu as su qu'il fallait faire une addition ici ?

508 -Elle a beaucoup parcouru.

509 -Elle a beaucoup parcouru. Oui, tu as raison.Elle a beaucoup parcouru. Et... Justement,
510 si elle a beaucoup parcouru, elle a... combien de tours elle a fait ?

511 -305

512 -305 ?

513 -Oui.

514 -Alors parce que regarde, on te dit que elle a fait 5 tours.

515 -Ah ! Elle en a fait 5 tours alors.

516 -Oui, elle a fait 5 tours et un tour, ça mesure 300m. Est-ce que tu peux..., tu te rappelles
517 ce qu'on cherchait ici ?

518 -Là je vais essayer de réfléchir. (*silence*)

519 -Dans le deuxième exercice.

520 -(*silence*) Elle a parcouru 15m.

521 -15m ? alors d'où il vient ton 15m.

522 -Parce qu'en fait ça fait 3 là je me suis dit ça fait 1, après 6 et cetera.

523 -Donc tu as compter dans ta tête 3 et 3, 6 et 3, 9 et 3, 12 et 3, 15, c'est ça ?

524 -Oui

525 -D'accord, alors ? Comment tu as pensé à faire 3 et encore 3 et encore 3 ?

526 -J'ai fait en dessous de la table.

527 -Oui sur tes doigts.

528 -Oui.

529 -Mais c'est... c'est bien de s'aider de ses doigts. Et comment tu as eu l'idée de faire 3 et
530 encore 3 et encore 3 ?

531 -Ça m'est venu vite dans la tête.

532 -Ah bon ça t'est venu vite dans la tête.

533 -Oui, quand tu m'avais dit 300m et ça fait un tour et là, c'est là où ça m'a donné l'idée.

534 -D'accord, OK, donc c'est ce que je t'ai dit, c'est en travaillant tous les 2 que ça était
535 venu.

536 -Oui.

537 -Mais c'est très bien, c'est très bien donc peut être que c'était difficile à comprendre
538 l'énoncé au début quand tu étais tout seul.

539 -Oui, un peu.

540 -C'est pas grave, hein, c'est des choses qui arrivent. Alors dans le problème numéro 3, tu
541 me dis, elle a fait 5 minutes.

542 -Oui parce que là c'est marqué « Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice ».

543 -Oui tu as raison, mais est-ce que tu te rappelles ce qu'on cherchait dans le problème 3,
544 est-ce qu'on cherchait combien de temps elle met pour faire un exercice ?

545 -Non.

546 -Non, on cherchait quoi ?

547 -Euh.. Combien elle a fait en tout de..., combien de minutes elle a fait pour le premier
548 exercice ?

549 -Alors regarde, on te dit qu'elle met 5 minutes pour un exercice donc pour le premier,
550 elle a mis 5 minutes.

551 -10, 15. Elle a mis 15 minutes.

552 -Alors pourquoi elle a mis 15 minutes ?

553 -Parce que j'ai mis 5+5, 5+5

554 -D'accord et comment tu sais qu'il faut faire 5+5+5 ?

555 -Je sais pas.

556 -Qu'est-ce qu'on cherche dans le 3^{ème}. On sait qu'elle fait un exercice en 5 minutes. Est-
557 ce que tu sais en combien de temps en tout elle fait ses exercices ?

558 -Non.

559 -Non, tu es sûr ?

560 -Non, je sais pas.

561 -Non, tu sais pas ? Bon bah c'est pas grave, d'accord ? C'est pas grave du tout. Alors moi
562 je vais t'aider. Je vais te dire : elle met 40 minutes en tout. Donc on cherchait pas
563 combien de temps elle mettait pour faire un exercice. Mais on cherchait combien de
564 temps... euh, combien d'exercices elle fait en 40 minutes.

565 -Ah...

566 -D'accord ? Alors maintenant que tu sais ça, à ton avis, on sait qu'elle met 40 minutes en
567 tout pour faire ces exercices et on sait que pour faire un exercice, elle met 5 minutes.
568 Pour trouver combien d'exercices elle fait, comment on peut faire ?

- 569 -On peut faire $5+5+5+5$ et $+5$ et là ça va faire 45.
- 570 -Ça fait 45, d'accord.
- 571 -Attends $5+5, 10, \dots$ (compte sur ses doigts)
- 572 -Donc en comptant sur tes doigts, tu m'as montré 8 doigts.
- 573 -Oui.
- 574 -Oui donc tu as compté. Je t'ai entendu, tu as compté de 5 en 5 sur tes doigts et tu as
575 levé 8 doigts. Donc combien d'exercices est-ce qu'elle peut faire ?
- 576 -40.
- 577
- 578 -40 ? Regardes tu as levé 8 doigts, elle fait 5, encore 5, encore 5, encore 5, encore 5,
579 encore 5. Combien d'exercices elle va faire ?
- 580 -8.
- 581 -8. D'accord ? Bon Ben c'est très bien, vraiment je te félicite. Tu vois qu'en s'aidant de
582 ses doigts, c'est plus facile.
- 583 -Oui, et après tu vas donner à papa et maman ?
- 584 -Non, je vais pas le donner à papa et maman.

Elève : E4C1-S5

- 585 -Bonjour *E4C1-S5*. Donc on va parler comme la dernière fois des problèmes et surtout
586 de la façon dont tu as résolu les problèmes. Alors dans le problème numéro un, qu'est ce

587 que tu nous proposes comme opération pour résoudre le problème ?

588 -Bah euh.. déjà, une division pour savoir, ben combien de fois j'ai 5 dans 45. Mais
589 sachant que Ben la table de 5 c'est Ben une des plus simples, je l'ai fait directement de
590 tête et du coup j'ai trouvé 9 directement. Et donc bah voilà.

591 -Et comment tu as su qu'il va aller faire une division ?

592 -Parce que... bah... c'est... il fallait part., il fallait partager entre les 5 amis et donc du
593 coup pour les partager, faut faire une division.

594 -Dans le problème numéro 2, est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as su qu'il
595 fallait faire une multiplication, tu as fait 5×300 .

596 -Parce que.. bah..du coup Lilou, apparemment donc elle a fait 5 tours de 300m donc elle
597 en a fait du coup 5. On connaît déjà un nombre..enfin 2 nombres. Du coup on connaît le
598 5 et 300 , sauf que ...C'est le 300, c'est un nombre qui se répète et comme là-bas sur
599 notre affiche y a écrit « est-ce qu'on se répète? » Et du coup je suis allée dans « oui ». Et
600 si on cherche un nombre plus grand ou plus petit et du coup bah plus grand et du coup
601 ça fait une multiplication donc je m'aide un peu de l'affiche et euh.

602 -Tu as tout à fait raison.

603 -Et du coup bah après j'ai... j'ai préféré d'abord aller en petit nombre. Donc du coup j'ai
604 fait 5×3 , du coup qui fait 15 et ensuite, du coup j'ai fait avec hollande.

605 -D'accord, très bien, mais tu as très bien fait de passer par des petits nombres. Et alors,
606 pour le 3eme, tu nous proposes $40 / 5$. Alors est-ce que tu peux m'expliquer comment tu
607 as fait pour choisir la division ?

608 -Ben du coup.. Ben déjà c'est encore....J'ai... j'ai... Dès que je vois qu'on a 2 nombres, je
609 cherche quoi faire avec, et souvent très souvent même, c'est... on part...plus on part du
610 plus grand nombre pour le réduire. Et donc, ben... Là on est dans un problème de
611 minute, ça change pas grand chose mais, du coup je... bah... j'ai ...j'ai... je sais pas, je
612 crois d'un coup, j'ai...Je sais pas, j'ai de tête, j'ai.. je me suis dit Bah... ça doit être une
613 division.

614 -Oui. Et comment tu as su que les 40 minutes que 40 du coup c'était le plus grand
615 nombre ?

616 -Ça c'est facile quand même. 40 à côté de 5, on sait directement que c'est 40 le plus
617 grand nombre.

618 -Ouais mais comment tu as su que le nombre que tu cherchais n'était pas plus grand que
619 40 ?

620 -Parce que bah...euh...Le... le professeur et du coup, il nous donne 40 minutes, mais on
621 ne peut pas., on peut pas faire plus, c'est du coup... on a que 40 minutes justement, il
622 nous dit c'est 40 minutes pour faire ça. Et on me dit que Samia, du coup elle met 5

623 minutes pour faire chaque exercice et beh du coup, beh on sait que c'est $40 / 5$. Et Ben
624 pareil, la table de 5, toujours, je la connais bien donc voilà.

625 -Bon merci *E4C1-S5*, merci à toi.

Elève : E5C1-S5

626 -Attends alors, excuse-moi. Pourquoi *E5C1-S5* est-ce que tu as fait une division dans le
627 premier exercice ?

628 -Parce que on cherche un nombre plus petit.

629 -Et comment tu sais qu'on cherche un nombre plus petit ?

630 -Elle a 45 chocolats et ils sont 5 amis. Il faut bien que ça soit plus petit que 45 parce que
631 y a pas un ami qui prendra 45 bonbons, chocolats.

632 -Et donc là, c'est maîtresse qui a écrit ça ?

633 -Oui, elle m'a expliqué du coup, comment on faisait la division et après moi j'ai cherché.

634 -D'accord, donc tu as été voir maîtresse parce que tu ne rappelais plus comment on
635 faisait la division.

636 -Oui.

637 -D'accord, c'est très bien d'avoir demandé de l'aide à maîtresse. Dans le problème
638 numéro 2 donc nous propose $300 \times 5 = 1500$. Ma question, c'est la même, comment est-
639 ce-que tu as fait pour savoir qu'il fallait utiliser la multiplication ici ?

640 -Euh..Parce que elle fait euh..., aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300m. 300m, c'est
641 beaucoup, donc moi je me suis dit de faire 300×5 vu qu'on veut avoir un nombre plus
642 grand que 300.

643 -Et comment tu as su qu'il fallait que tu cherches un nombre plus grand que 300, parce
644 que tu as dit que 300 c'était déjà beaucoup. Parce que si tu cherches un nombre plus
645 grand, ça va être encore plus. Comment tu as fait pour savoir que c'est un nombre plus
646 grand.

647 -(Silence)

648 -Est-ce qu'il y a des mots ou quelque chose que tu t'es dit dans ta tête ?

649 -Non, c'est juste parce que....euh..(Silence). Je sais pas.... j'ai pensé ça et du coup, j'ai
650 euh.

651 -D'accord, très bien. Il n'y a pas de... y a pas de bonne réponse, hein. Si... si ça t'est venu
652 comme ça, c'est très bien. Y a aucun problème. Alors dans le problème numéro 3, je vois
653 que tu écris 40×5 et à côté $40 = 5 \times 8$ et tu me proposes comme réponse « elle a fait 8
654 exercices en 40 minutes ». Est-ce-que tu peux m'expliquer comment tu as fait pour
655 écrire la multiplication et trouver que la réponse c'était 8.

656 -Euh... (silence)

657 -Alors on va peut-être commencer dans l'ordre. Tu as écrit...

658 -Ah oui mais je me suis trompé, j'ai voulu faire comme ça, divisé sauf que sans faire
659 exprès j'ai mis un « fois ».

660 -Donc là, ce serait pour toi plutôt $40 : 5$.

661 -Oui, d'accord, OK très bien, mais c'est pas grave hein ? Ben du coup, qu'est ce qui te
662 fait changer d'avis parce que tu me dis « Oh, je me suis trompé, c'est pas un « fois »,
663 c'est comme là. Qu'est-ce qui te fait penser, pardon, changer d'avis ?

664 -Parce que tu peux pas... vu que c'est que 40 minutes, elle peut pas faire plus
665 d'exercices, alors dans 40 minutes vu qu'elle fait déjà 5 minutes d'exercice chacun.

666 -Donc 40, c'est le temps maximal qu'elle peut y passer.

667 -Oui.

668 -Et ta multiplication là, elle voudrait dire qu'elle fait quoi ?

669 -Bah euh...Parce qu'elle dit que pour un exercice elle prend 5 minutes.

670 -Donc c'est une division ou une multiplication qu'il faut faire ?

671 -Une division

672 -Une division ? C'est peut-être que tu as voulu écrire ici à côté en écrivant $40 = 5 \times 8$?
673 Peut-être ? Bon et ben écoute je te remercie.

Elève : E6C1-S5

674 -Alors E6C1-S5, est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as fait pour faire le premier
675 ? Donc je vois que tu as fait $5+5+5+5+5$.

676 -Oui jusqu'à obtenir le chiffre 9.

677 -Oui. Donc je vois tu as mis les 5 amis avec 9 chocolats, c'est très bien, bravo je te
678 félicite.

679 -Merci.

680 -Et comment est ce que tu as fait pour euh.. pour penser à faire $5+5+5+5$? Qu'est-ce qui
681 t'a permis de faire ça ?

682 -Vu que je sais qu'il y avait 5 amis et que y avait 45, bah alors je me... vu que je suis
683 allé jusqu'à 40 vu que, et après j'ai rajouté encore un 5 pour aller à 45. Et c'est comme ça
684 que j'ai trouvé le chiffre 9.

685 -D'accord, d'accord. Donc tu as répété le chiffre 5.

686 -Oui.

687 -Parce qu'il y a 5 amis.

688 -Oui.

689 -D'accord, très bien. Jusqu'à.. jusqu'au chiffre 45, et après tu as compté combien ça
690 faisait.

691 -Oui.

692 -Et tu as trouvé 9. D'accord très bien. Alors pour le problème numéro 2, je vois que tu as
693 fait 300×5 . Qu'est-ce qui t'a permis de trouver qu'il fallait faire une multiplication ?

694 -Vu que je trouvais que y avait un petit chiffre et un plus grand chiffre, je me suis dit
695 que c'était peut-être une multiplication et je l'ai fait.

696 -D'accord, oui, je vois. Donc 300, c'est le plus grand chiffre et 5 c'est un petit chiffre.
697 Et ...Comment tu as fait pour savoir que tu cherchais un nombre encore plus grand que
698 300 puisque tu as trouvé 1500.

699 -Puisque...dans la phrase, dans la phrase on disait combien de... de ... de...de mètres
700 Lilou a fait. Et c'est comme ça que je me suis dit que c'est la multiplication.

701 -Donc c'est la question qui t'a aidé à savoir que c'était quelque chose d'encore plus grand
702 que 300 qu'on cherchait ?

703 -Oui, Oui.

704 -D'accord, très bien, mais c'est parfait. Bravo, je te félicite. Et dans le 3^{eme} est-ce que tu
705 peux m'expliquer parce que dans le 3^{eme} je vois que tu as fait $5+5+5+5+5+5+5+5 = 40$.

706 -C'est pareil comme le numéro un.

707 -Oui. Alors, qu'est-ce qui t'a permis de.. à quoi est-ce que tu as pensé ?

708 -C'est parce qu' on disait dans la phrase « combien Salma fait de fiches pendant 40
709 minutes » et elle, elle finissait toujours les fiches à 5 minutes.

710 -Oui.

711 -C'est égal et c'est comme ça que je me suis dit, combien de fiches elle allait terminer.

712 -D'accord donc ton 5 ici, ça représente les minutes, d'accord. Et comment est-ce que tu
713 as fait, je vois que tu as ajouté $5+5+5+5 \dots$, est ce que tu as fait comme dans le premier ?

714 -Oui et où il y en a 8.

715 -Mais là il y en a 8. D'accord, donc tu as compté pour aller jusqu'à 40 combien il fallait
716 que tu en mettes.

717 -Oui.

718 -Et Ben bravo, je te félicite, c'est très bien, c'est très très bien. Merci *E6C1-S5*.

**ANNEXE 13 : Catégorisation des éléments des verbatims anonymisés des entretiens des élèves
de la classe 1 Séance 5**
(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

Problème 1 : Problème de division partition			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Eléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E1C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné rose / Surligné bleu	Une division. C'est comme maîtresse nous a expliqué, pour pouvoir savoir quel calcul on fait, parce qu'elle a même mis une affiche là-bas, c'est si y a un nombre qui se répète et ben on choisit entre la multiplication ou la division. Et il faut savoir si c'est un nombre plus petit ou un nombre plus grand. Eh euh..évidemment, ça allait être un nombre plus petit que 45 parce que sinon c'est sûr, ils allaient.. Y en aurait qu'un qu'allait en avoir. -Donc du coup il fallait faire une division	L'élève E1C1-S5 précise que la grandeur cherchée est 'évidemment' plus petite que l'information donnée par l'énoncé. Elle verbalise le processus cognitif qu'elle a utilisé à savoir d'abord identifier si la quantité se répète puis si le nombre cherché est plus grand ou petit que celui de l'énoncé. Elle a identifié la catégorie de problème immédiatement. Il semble donc qu'elle n'est pas mobilisée les schémas de problème.
Elève 2 : E2C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Au début, je savais pas que c'était une division.	L'élève E2C1-S1 a inféré le champ multiplicatif mais précise qu'il connaissait pas l'opération à mettre en œuvre. Grâce à la réalisation d'un schéma, qui joue le rôle de soutien à sa réflexion, il s'appuie sur le contrôle sémantique lié à la notion de partage équitable pour trouver la solution. Pour cela il procède par essai-erreur sur son schéma. Il parvient ainsi à choisir l'opération experte comme solution même si il craint toujours de se tromper.
	Surligné bleu / Surligné vert	-Je savais pas comment faire, alors j'ai mis chacun, 10, oui 10 et euh..Et lui, il allait avoir 5. Je me suis dit que si j'enlevais 1 ça faisait... ça faisait 9, j'ai essayé de faire les 3 en même temps. J'ai remarqué que ça faisait 4 et 4 et eux ils avaient tous 9 et là j'avais 4, je l'ai donné à lui et 4 + 5 ça fait 9. -Parce que dans euh.. dans l'énoncé ils disent qu'il y a 5 amis, alors je fais 5 bonhommes. J'ai essayé de les partager en...Chacun euh...à chaque personnage parce	

		que je voulais pas faire une division, sinon je pensais que j'allais me tromper.	
Elève 3 : E3C1-S5			
Reconstruction de la représentation de la situation	Police bleu-ciel	<p>-En fait, ces 5 bonhommes, il leur arrive qu'ils ont des trucs de chocolat. Et...Si je me trompe pas, il faut tout dire, combien ça fait tout ça, combien il y en a dans la boîte.</p> <p>-Oui. Et là il faut tout dire combien il y en a.</p> <p>-Combien y a chacun.</p> <p>-Non, il y a 45 dans les boîtes. Là par contre je me suis pas très bien concentré.</p> <p>-Je pense que tout ça, ça fait 100.</p> <p>-45 + 45 + 45 et + 45 et +45.</p> <p>-D'accord, donc toi tu penses qu'il faut chercher combien y a en tout de chocolats.</p> <p>-Oui, on savait qu'y avait 45 en tout.</p> <p>-Alors, maîtresse, regarde elle t'avait fait un petit dessin aussi pour t'aider et je pense pour dessiner combien chacun avait de chocolats pour partager tes 45.</p> <p>-Oui.</p> <p>-Oui ? Alors, est-ce que 100 c'est ... Est-ce qu'avec tes 100 chocolats, tu as partagé tes 45 chocolats ?</p> <p>-Oui.</p>	L'élève E3C1-S1 a construit une représentation partielle de la situation. En effet, il a qualifié les personnages, mais ne parvient pas à qualifier correctement les 45 chocolats. Il hésite entre 45 chocolats en tout et 45 chocolats pour chacun. De même la qualification du résultat cherché fluctue : soit il s'agit du tout, soit de combien chacun doit avoir. Au cours de l'entretien, sa représentation de la situation n'évolue pas et le défaut de qualification persiste.
Elève 4 : E4C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	<p>Surligné rose /</p> <p>Surligné bleu</p> <p>Surligné bleu</p>	<p>-Bah euh.. déjà, une division pour savoir, ben combien de fois j'ai 5 dans 45. Mais sachant que Ben la table de 5 c'est Ben une des plus simples, je l'ai fait directement de tête et du coup j'ai trouvé 9 directement. Et donc bah voilà.</p> <p>Parce que... bah... c'est... il fallait part..., il fallait partager entre les 5 amis et donc du coup pour les partager, faut faire une division.</p>	L'élève E4C1-S1 a utilisé directement la division. Elle effectue deux contrôles sémantiques liés à ses connaissances opératoires pour expliquer son choix : partager, c'est diviser et 'combien de fois j'ai 5 dans 45'. Tout comme l'élève E1C1-S5, l'absence d'expression caractéristique de l'activation spontanée de schéma tend à

			montrer qu'elle a reconstruit précisément et rapidement la situation.
Elève 5 : E5C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné rose	-Parce que on cherche un nombre plus petit.	Comme ses camarades E1C1-S5 et E4C1-S5, l'élève E5C1-S1 n'utilise pas de formulations montrant l'activation des schémas de problèmes, mais qu'il reconstruit rapidement et précisément la situation grâce au contexte et à un contrôle pragmatique 'y a pas un ami qui prendra 45 chocolats' qui exclut une représentation erronée.
	Surligné jaune	-Elle a 45 chocolats et ils sont 5 amis. Il faut bien que ça soit plus petit que 45 parce que y a pas un ami qui prendra 45 bonbons, chocolats.	
Elève 6 : E6C1-S5			
Reconstruction de la représentation de la situation	Police bleu ciel	<p>-Vu que je sais qu'il y avait 5 amis et que y avait 45, bah alors je me.... vu que je suis allé jusqu'à 40 vu que, et après j'ai rajouté encore un 5 pour aller à 45. Et c'est comme ça que j'ai trouvé le chiffre 9.</p> <p>-C : <i>D'accord, d'accord. Donc tu as répété le chiffre 5.</i></p> <p>-Oui.</p> <p>--C : <i>Parce qu'il y a 5 amis.</i></p> <p>-Oui.</p> <p>--C : <i>D'accord, très bien. Jusqu'à.. jusqu'au chiffre 45, et après tu as compté combien ça faisait.</i></p> <p>-Oui.</p> <p>--C : <i>Et tu as trouvé 9.</i></p>	Malgré une solution exacte, l'élève E6C1-S1 n'a construit qu'une représentation partielle de la situation. Il parvient à qualifier toutes les données (5 amis, 45 chocolats). Il associe la situation au champ multiplicatif car il utilise l'addition itérée, opération non experte. Cependant il semble qu'il ne parviennent pas à qualifier correctement le résultat cherché. En effet, la solution proposée '9 chocolats' est en contradiction avec l'opération. Celle-ci reflète un problème de division quotient où on chercherait le nombre d'amis. Lors de l'entretien l'élève E6C1-S5 n'effectue pas les contrôles pragmatiques nécessaires.

Problème 2 : Problème multiplicatif			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E1C1-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose / Surligné bleu	-Beh comme on cherchait un nombre plus grand que 300, pour calculer en tout combien elle avait fait de...quelle distance elle a avait parcourue. Et pour moi, elle euh...En fait, j'ai des..., j'ai cherché ça et j'ai marqué le résultat là.	L'élève E1C1-S5 construit rapidement et précisément une représentation mentale de la situation. Elle mobilise les schémas de problèmes car elles explique 'En fait, j'ai des...J'ai cherché ça et j'ai marqué le résultat'. Elle exerce un contrôle sémantique liées à ses connaissances 'en tout combien' pour valider l'opération inférée.
Elève 2 : E2C1-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	-Euh... J'ai.. Quand on fait des problèmes avec la maîtresse, elle nous dit : « chercher si c'est une addition ou une multiplication ou une division. Et euh...J'ai cherché, j'ai trouvé que c'était une multiplication. Alors j'ai fait une multiplication. -Euh... (silence) -Euh... Parce que...Parce que je pense que nous ... euh...J'ai juste cherché	L'élève E2C1-S5 mobilise les schémas de problème directement comme le montrent la non réponse (silence) et l'expression 'j'ai juste cherché'.
Elève 3 : E3C1-S1			
Reconstruction PARTIELLE de la représentation de la situation	Police bleu-ciel	-Elle a beaucoup parcouru. combien de tours elle a fait ? -305 -Ah ! Elle en a fait 5 tours alors..	Initialement l'élève E3C1-S5 a une représentation partielle de la situation. Il a compris que 'elle a beaucoup couru', mais ne parvient pas à qualifier le résultat qu'il obtient. Au cours de l'entretien, il parvient à affiner sa représentation même si il ne contrôle pas la cohérence de son résultat (15m). En effet, il utilise l'addition itérée (il compte sur ses doigts), opération non experte du champ multiplicatif.
Reconstruction de la situation	Police jaune	-(silence) Elle a parcouru 15m..	
-Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Parce qu'en fait ça fait 3 là je me suis dit ça fait 1, après 6 et cetera. -C :Donc tu as compter dans ta tête 3 et 3, 6 et 3, 9 et 3, 12 et 3,	

		<p>15, c'est ça ?</p> <p>-Oui</p> <p>-J'ai fait en dessous de la table.</p> <p>-Ça m'est venu vite dans la tête.</p> <p>-Oui, quand tu m'avais dit 300m et ça fait un tour et là, c'est là où ça m'a donné l'idée.</p>	
Elève 4 : E4C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	<p>Surligné rose /</p> <p>Surligné bleu</p>	<p>-Parce que.. bah..du coup Lilou, apparemment donc elle a fait 5 tours de 300m donc elle en a fait du coup 5. On connaît déjà un nombre..enfin 2 nombres. Du coup on connaît le 5 et 300 , sauf que ...C'est le 300, c'est un nombre qui se répète et comme là-bas sur notre affiche y a écrit « est-ce qu'on se répète? » Et du coup je suis allée dans « oui ». Et si on cherche un nombre plus grand ou plus petit et du coup bah plus grand et du coup ça fait une multiplication donc je m'aide un peu de l'affiche et euh.</p>	L'élève E4C1-S5 a construit une représentation exacte de la situation grâce au contexte et a utilisé ses connaissances mathématiques 'c'est un nombre qui se répète' et 'plus grand' pour choisir l'opération. Elle s'est appuyer sur l'affiche mémoire disponible en classe.
Elève 5 : E5C1-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes-	<p>Surligné jaune /</p> <p>Surligné vert</p>	<p>-Euh..Parce que elle fait euh..., aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300m. 300m, c'est beaucoup, donc moi je me suis dit de faire 300 x 5 vu qu'on veut avoir un nombre plus grand que 300.</p>	L'élève E5C1-S5 a inférer l'opération directement grâce au contexte car il précise 'qu'il a pensé ça et du coup..'. Il valide son résultat lors de l'entretien en réalisant un contrôle à la fois pragmatique et sémantique sur la grandeur de la valeur attendue.
Théorie du schéma	<p>Surligné rose</p>	<p>-Non, c'est juste parce que....euh.. (Silence). Je sais pas.... j'ai pensé ça et du coup, j'ai euh.</p>	
Elève 6 : E6C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	<p>Surligné rose</p>	<p>-Vu que je trouvais que y avait un petit chiffre et un plus grand chiffre, je me suis dit que c'était peut-être une multiplication et je l'ai fait.</p> <p>-Puisque...dans la phrase, dans la phrase on disait combien de... de ... de....de mètres Lilou a fait. Et c'est comme ça que je me suis dit que c'est la multiplication.</p>	L'élève E6C1-S5 a inférer le champ conceptuel grâce au contexte. Il n'est pas certain que l'opération choisie soit correcte mais parvient a qualifié correctement la grandeur cherchée. Cela lui permet de valider son opération. Malgré le manque de confiance en lui, il a mobilisé directement les schémas

			de problèmes.
--	--	--	---------------

Problème 3 : Problème de division quotient			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E1C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné bleu	Parce qu'on cherche un nombre plus petit encore une fois. Là on cherche des nombres plus petits, et là un plus grand.	L'élève E1C1-S5 construit la représentation du problème par comparaison avec les précédents.
Elève 2 : E2C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Alors c'était pas si compliqué que celui-là puisque y avait pas 5 ici. Elle nous dit « combien d'exercices elle fait en 5 minutes », alors j'ai décidé de faire des 5. J'ai décidé de faire 5 jusqu'à... plusieurs 5 euh...(silence) -Parce que c'était presque pareil que lui..	L'élève E2C1-S1 a inféré le champ multiplicatif. De nouveau il s'est appuyée sur une représentation schématique pour raisonner et identifier l'opération experte correspondante. La comparaison avec l'exercice 1 a sans doute facilité son choix.
Elève 3 : E3C1-S5			
Absence de représentation de la situation	Police rouge	-Oui parce que là c'est marqué « Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice ». -Euh.. Combien elle a fait en tout de..., combien de minutes elle a fait pour le premier exercice ? -10, 15. Elle a mis 15 minutes. -Parce que j'ai mis 5+5, 5+5 -Je sais pas. --C : Est-ce que tu sais en combien de temps en tout elle fait ses exercices ? -Non. -Non, je sais pas.	Au départ, l'élève E3C1-S5 ne parvient pas à construire une représentation correcte de la situation. Il ne dissocie pas l'énoncé et la question. Au cours de l'entretien il cherche à formuler une réponse en calculant avec le nombre 5 mais n'a pas compris ce qui cherché. Par ailleurs il ne parvient pas à qualifier les données de l'exercice. Au fur et à mesure de l'entretien, du fait de la reformulation et de l'étaillage apporté, il parvient à inférer le champ conceptuel en utilisant l'addition itérée non experte. Il ne réalise pas la distinction entre les données de l'énoncé et le résultat cherché probablement du fait d'un défaut de qualification. Il faut parvenir à la fin de l'entretien pour
Reconstruction PARTIELLE de la situation -Théorie des modèles	Surligné vert	On peut faire 5+5+5+5 et +5 et là ça va faire 45. -Attends 5+ 5, 10,...(compte sur ses doigts) -40. -8.	

mentaux			aboutir au résultat correct.
Elève 4 : E4C1-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	<p>-Ben du coup.. Ben déjà c'est encore....J'ai... j'ai... Dès que je vois qu'on a 2 nombres, je cherche quoi faire avec, et souvent très souvent même, c'est... on part...plus on part du plus grand nombre pour le réduire. Et donc, ben... Là on est dans un problème de minute, ça change pas grand chose mais, du coup je... bah... j'ai ...j'ai... je sais pas, je crois d'un coup, j'ai...Je sais pas, j'ai de tête, j'ai.. je me suis dit Bah... ça doit être une division.</p> <p>-Parce que bah...euh...Le... le professeur et du coup, il nous donne 40 minutes, mais on ne peut pas., on peut pas faire plus, c'est du coup... on a que 40 minutes justement, il nous dit c'est 40 minutes pour faire ça. Et on me dit que Samia, du coup elle met 5 minutes pour faire chaque exercice et beh du coup, beh on sait que c'est $40 / 5$.Et Ben pareil, la table de 5, toujours, je la connais bien donc voilà.</p>	L'élève E4C1-S5 montre qu'elle active les schémas de problème car elle utilise la formulation : 'je sais, je crois d'un coup, je me suis dit ça doit être une multiplication'.
Elève 5 : E5C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert Surligné jaune Police rose	<p>Alors dans le problème numéro 3, je vois que tu écris 40×5 et à côté $40 = 5 \times 8$ et tu me proposes comme réponse « elle a fait 8 exercices en 40 minutes ». Est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as fait pour écrire la multiplication et trouver que la réponse c'était 8.</p> <p>-Euh... (silence)</p> <p>-Ah oui mais je me suis trompé, j'ai voulu faire comme ça, divisé sauf que sans faire exprès j'ai mis un « fois ».</p>	L'élève E5C1-S5 a initialement inféré le champ multiplicatif. Le choix de l'opération s'opère grâce au contrôle pragmatique qu'il effectue. En effet, en qualifiant correctement les grandeurs mises en jeu, il parvient à expliquer la cohérence de son résultat et de la division choisie.

		<p>-Parce que tu peux pas... vu que c'est que 40 minutes, elle peut pas faire plus d'exercices, alors dans 40 minutes vu qu'elle fait déjà 5 minutes d'exercice chacun.</p> <p>-Bah euh...Parce qu'elle dit que pour un exercice elle prend 5 minutes.</p> <p>-Une division</p>	
Elève 6 : E6C1-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	<p>-C'est parce qu' on disait dans la phrase « combien Salma fait de fiches pendant 40 minutes » et elle, elle finissait toujours les fiches à 5 minutes.</p> <p>-C'est égal et c'est comme ça que je me suis dit, combien de fiches elle allait terminer.</p> <p>-Oui et où il y en a 8.</p>	<p>L'élève E6C1-S1 a construit une représentation correcte de la situation et à inférer le champ multiplicatif. Il propose une addition itérée, opération non experte. Il semble que les connaissances mathématiques sur la multiplication soient trop fragiles pour lui permettre d'inférer l'opération et de mettre en place le contrôle sémantique nécessaire.</p>

ANNEXE 14 : Comparaison des analyses des verbatims des élèves de la classe 1

Les tableaux ci-dessous présentent la répartition des élèves en fonction des processus cognitifs mis en jeu lors des deux séances d'évaluation.

1. Problèmes multiplicatifs

Processus cognitif mis en jeu	Séance 1	Séance 5
Absence de construction de la situation	E3C1 E6C1	
Reconstruction partielle de la situation-Théorie des modèles mentaux		
Reconstruction de la situation-Théorie des modèles mentaux	E4C1	E4C1 E3C1 E6C1
Activation spontanée des schémas de problèmes - Théorie des schémas	E1C1 E2C1 E5C1	E1C1 E2C1 E5C1

2. Problèmes de division partition

Processus cognitif mis en jeu	Séance 1	Séance 5
Absence de construction de la situation	E3C1 E5C1 E6C1	
Reconstruction partielle de la situation-Théorie des modèles mentaux		E3C1 E6C1
Reconstruction de la situation-Théorie des modèles mentaux	E1C1 E2C1 E4C1	E1C1 E2C1 E4C1 E5C1
Activation spontanée des schémas de problèmes - Théorie des schémas		

3. Problèmes de division quotient

Processus cognitif mis en jeu	Séance 1	Séance 5
Absence de construction de la situation	E3C1 E5C1 E6C1	E3C1
Reconstruction partielle de la situation-Théorie des modèles mentaux		
Reconstruction de la situation-Théorie des modèles mentaux	E1C1 E2C1	E1C1 E2C1 E5C1 E6C1
Activation spontanée des schémas de problèmes - Théorie des schémas	E4C1	E4C1

ANNEXE 15 : Codage des verbatims anonymisés des entretiens des élèves de la classe 2
Séance 1

(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

719

Elève E7C2-S1

720 -Alors *E7C2-S1*, on va discuter un petit peu toutes les deux de ce que tu as fait. Alors je
721 vois que tu as fait le problème un et tout à l'heure dans ta classe, je suis venue te voir
722 parce que tu as utilisé des cubes. Euh... et euh... tu as fait des ... des... Tu as pris 4 cubes
723 que tu as emboîtés l'un sur l'autre pour faire un paquet de 4.

724 -Oui

725 -D'accord, qu'est-ce qui t'a fait penser à faire des paquets de 4 dans dans ce problème
726 là ?

727 -Parce que là..., là, le professeur de musique de 60€ pour acheter des CD, et beh... en
728 fait il fallait faire 4€. Du coup j'ai fait..., j'ai pris 60 cubes et je les ai emboîtés à 4
729 paquets et aprèset après j'ai calculé $16+2$ et ça fait 18. Le professeur a acheté
730 (*Silence*)

731 -18, 18 CD. Alors est-ce que tu te rappelles quand tu as écrit 16, qu'est-ce que tu étais en
732 train de faire ? C'est..., c'est 16 quoi. Tu te rappelles à quoi ça correspond ces 16?

733 -16, en fait j'avais compté les 4 paquets ça faisait 16.

734 -D'accord donc tu disais qu'il y avait 16 paquets, c'est ça ? Que tu as fait avec tes cubes?

735 -Oui

736 -D'accord ?

737 -Et il restait 2 paquets, enfin, 1 ou 2 petits cubes. Du coup, j'ai marqué + 2.

738 -D'accord. D'accord, très bien et bien je te remercie pour ces explications. Alors je vois
739 que tu n'as pas fait le problème numéro 2, ni le problème numéro 3. Pourquoi tu ne les as
740 pas fait ?

741 -Beh parce-que là, j'ai fini lui, j'ai..., j'ai pris 75 pour, j'ai pris 15 cubes, j'ai fait 15
742 paquets.

743 -Ah tu avais commencé le numéro 2 avec des cubes, donc tu avais pris combien de
744 cubes ?

745 -J'ai pris, euh. En fait, j'ai pris 15 et je les ai emboîtés en comptant 15 caquettes.

746 -D'accord, très bien. Et bien écoute, je te remercie. Et est-ce que tu as essayé de faire le
747 numéro 3?

748 -Non

749 -Non, tu n'as pas essayé ? D'accord. Donc pour le un et le 2, tu as utilisé les cubes et
750 pourquoi est-ce que tu as besoin d'utiliser les cubes ?

751 -Parce que j'arrivais pas à faire 60€, euh.

752 -D'accord donc ça t'aide d'utiliser les cubes ?

753 -Oui

754 -D'accord, c'est très bien, c'est bien.

755 -Pour avoir moins de place.

756 -Mais c'est bien, c'est très bien Pour avoir moins de place, c'est à dire, tu trouves que
757 c'est plus facile d'utiliser les cubes que de dessiner ?

758

759 -Bah dessiner ça fait mal un peu au poignet quand on dessine beaucoup et aussi ça prend
760 plus de place pour écrire la réponse.

761 -D'accord, d'accord, donc, c'est plus pratique d'utiliser les cubes.

762 -Oui.

763 -D'accord. C'est très bien parce que tu as bien réussi ton premier problème avec les
764 cubes c'est bien, bravo je te félicite. Et puis le 2, t'as pas eu le temps de le finir mais
765 c'est pas grave ça, d'accord ? Est-ce que ça t'a paru difficile?

766 -Un peu

767 -Un petit peu. D'accord, bon et écoute, je te remercie, on va. On va travailler, du coup,
768 on va aller chercher..., on va s'arrêter toutes les deux.

769

Elève E8C2-S1

770 -Alors donc *E8C2-S1*, on va travailler un petit peu sur les problèmes que tu as fait tout à
771 l'heure en classe. Alors, donc je vois que tu as fait le problème 1, d'accord ? Et tout à
772 l'heure, on t'a réexpliqué l'énoncé, d'accord, et on a dit que les CD, c'est comme quand
773 tu vas faire tes courses, quand tu as 60€ pour acheter des CD, que tu vas au magasin, un
774 CD coûte 4,00€, combien tu peux en acheter, c'est à dire combien tu peux en ramener
775 chez toi? D'accord, alors, est-ce que tu veux bien m'expliquer les dessins que tu as fait
776 ici, je vois ça ressemble à des billets de vingt.

777 -Oui

778 -D'accord. Alors, qu'est-ce qui t'a fait penser à dessiner des billets de 20 ?

779 -Ben c'était pour faire 60€ du coup là ça fait 40 et j'en ai encore un donc ça fait 60 et là
780 du coup bah j'ai fait les CD et j'avais marqué 4€ dans les CD et j'ai effacé.

781 -On avait dit qu'il ne fallait pas effacé. Mais c'est pas grave, c'est pas grave.

782 -Et après ben.. du coup ben... j'ai compté et ça faisait 60, 4 + 4 .

783 -D'accord, c'est les petits ronds qu'on voit là dessous, les CD ?

784 -Oui.

785

786 -D'accord, donc dans les petits ronds qu'on voit dessous effectivement je vois qu'y avait
787 4, 4, 4, 4, donc tu as dessiné 1 CD et tu as mis que 1 CD coûtait 4 euros et tu as compté
788 après, c'est ça que tu as fait.

789 -Oui.

790 -D'accord. Alors qu'est-ce qui t'a fait penser à dessiner les CD comme ça ?

791 -Bah... c'était pour que ce soit plus facile.

792 -D'accord, très bien, c'est une bonne..., c'est un bon moyen, c'est un très bon moyen et
793 au départ, regarde-moi, je reviens sur les billets de vingt que tu as dessinés. Qu'est-ce
794 qui t'a fait penser à dessiner des billets de 20 ?

795 -C'était pour faire 60 en fait, c'était pour les CD. Bah 4+4 Ben du coup je faisais 4+4+4
796 et y avait 60

797 -D'accord OK.

798 -Et voilà.

799 -D'accord très bien, donc tu t'es dit que c'était plus facile de raisonner sur les CD que sur
800 les billets ?

801 -Oui.

802 -D'accord très bien. Alors je vois que tu as commencé à réfléchir sur le problème 2
803 parce que tu as stabyloté. Alors tu n'as rien écrit, mais ce n'est pas grave. Je te rassure
804 tout de suite, ce n'est absolument pas grave. D'accord. Donc par contre moi ce qui
805 m'intéresse c'est de savoir, je vois que tu as surligné le début du problème "au mois de
806 juillet, Lili a récolté 75 kilos de courgettes", et que tu as surligné également, "chaque
807 cagette pèse le même poids de courgette". Qu'est-ce qui t'a ... Qu'est-ce qui t'a permis...
808 Qu'est-ce qui t'a décidé à souligner uniquement cette partie là de la consigne de
809 l'énoncé ?

810 -C'est parce que ben..., c'est le plus important dans le problème. Du coup ben.. je me
811 suis dit que c'était ça que j'allais faire en premier.

812 -D'accord et et je vois que tu l'as fait également pour le premier. Tu as surligné le plus
813 important.

814 -Oui, voilà.

815 -D'accord, OK, mais c'est très bien. C'est quelque chose que tu as l'habitude de faire
816 peut être avec ta maîtresse ?

817 -Oui, Oui, je le fais tout le temps.

818 -C'est très bien. Et donc comment tu as su que c'était cette partie de l'énoncé, donc ce
819 que tu as surligné en violet, qui est le plus important ? Comment tu as fait pour savoir
820 que c'était cette partie et cette partie de l'énoncé est importante ?

821 -Ben parce que.... Bah après ça, c'est quand même important, mais on peut, on peut le
822 faire en dernier du coup bah... ça je l'ai calculé en premier. Enfin du coup j'ai pas le
823 temps mais je l'ai surligné.

824 -D'accord.

825

826 -Et ben.. parce que on voit qu'au mois de juillet, au mois de juillet il a récolté 75 kilos
827 de courgettes et que chaque cagette pèse le même poids de courgette donc bah.. du coup
828 j'ai surligné.

829 -D'accord, OK. Très bien, très bien, alors je vois que tu n'as pas fait le problème 3.
830 Encore une fois, ce n'est absolument pas grave, d'accord, hein. Est-ce que tu peux
831 m'expliquer pourquoi tu ne l'as pas fait ?

832 -Parce que celui-là, j'avais pas eu le temps de le faire.

833 -D'accord, très bien. Ok Ben.. écoute, je te remercie, c'est très gentil à toi de m'avoir
834 expliqué comment tu as fait pour ces problèmes et pourquoi tu avais surligné. Merci
835 beaucoup. Alors on a fini toutes les deux.

Elève E9C2-S1

836 -Alors ma grande, donc E9C2-S1, on va discuter ensemble des problèmes que tu as fait
837 tout à l'heure dans ta classe.

838 -Oui

839 -D'accord alors. Euh... donc dans le problème un où c'est le problème du professeur de
840 musique qui a 60€ qui achète des CD à 4€ chacun on te demandait combien le
841 professeur de musique peut-il en acheter ? Je vois que tu as fait une multiplication.

842 -Oui.

843 -Est-ce que tu peux m'expliquer qu'est-ce qui t'a fait penser à faire une multiplication ?

844 -Qu'il disait qu'il a 60€ pour acheter des CD qui coûtent 4€. Alors je me suis dit que si je
845 faisais 60€ x 4, ben ça pouvait marcher. Du coup, j'ai fait ça parce qu'ils disent que ça
846 coûte 4€ chacun.

847 -D'accord

848 -Et du coup ça m'a fait penser à ça.

849 -Donc c'est le chacun qui t'a aidé.

850

851 -Oui

852 -C'est le mot chacun.

853 -Le chacun parce que c'est pour tout le monde et je me suis dit ça serait plus simple de
854 faire une multiplication.

855 -D'accord, d'accord très bien donc tu t'es dit que comme chaque CD coûte 4€ tu as fait
856 une multiplication, c'est bien ça ?

857 -Oui.

858 -OK très bien. Maintenant je vois que dans l'exercice 2, donc celui où il y a les 75 kilos
859 de courgettes qu'on range dans 15 cagettes, et on cherche quel est le poids de courgettes.
860 Donc tu avais commencé à faire un dessin et puis après, c'est là où..., c'est pour cet
861 exercice là où tu as pris les cubes?

862 -Oui, c'est ça.

863 -Alors déjà, est-ce que tu peux me dire que représentait le dessin que tu avais commencé
864 à faire?

865 -Euh. Aux courgettes.

866 -D'accord, donc, comme tu as fait des paquets : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Donc un rond,
867 c'est une courgette ?

868 -Oui.

869 -D'accord. Donc tu as fait des paquets de 10 courgettes.

870 -Oui.

871 -D'accord. Et, qu'est-ce qui t'a fait penser à faire des paquets de 10 courgettes.

872 -Parce que ça met 75. Et pour aller enfin plus vite, j'ai..., je me suis dit de faire 10
873 paquets de courgette et après j'ai rajouté 5.

874 -D'accord.

875 -Et euh

876 -Et donc, qu'est-ce qui t'a fait changer d'avis et qu'est-ce qui t'a fait prendre les cubes
877 après ?

878

879 -Parce que je trouvais que c'était plus difficile de faire euh..., de dessiner. Alors je me
880 suis dit qu'avec les cubes, ça ira un peu plus vite.

881 -D'accord, et donc je vois que ici, pour l'opération, tu l'as écrite avant ou après les cubes,
882 l'opération, tu te rappelles ?

883 -Après.

884 -Après. Donc, une fois que tu as utilisé les cubes, tu nous proposes l'opération $75+15 =$
885 90 , qu'est ce qui t'a fait ? **Qu'est ce qui t'a permis de choisir l'addition ici ?**

886 -Beh, après quand j'avais fini de faire les cubes, je me suis dit que ça pouvait marcher
887 parce que.. euh

888 -Parce que?

889 -Euh...

890 -Peut être que tu te rappelles plus pourquoi mais c'est pas grave ? C'est pas grave pour
891 moi, c'est pas grave, alors je vois que tu n'as pas fait le problème 3.

892 -Oui et pourquoi tu n'as pas pourquoi tu n'as pas fait ?

893 -J'ai commencé à le lire, je trouvais qu'il était un peu compliqué.

894 - D'accord et Ben écoute c'est très bien, mais je te remercie et on a fini toutes les deux.

Elève E10C2-S1

895 -Donc *E10C2-S1*, on va discuter un petit peu toutes les deux des problèmes que tu as
896 fait tout à l'heure en classe ? Donc est-ce que... Je vois que tu as fait les trois
897 problèmes, c'est très bien. Alors je vois que tu as à chaque fois que tu as surligné des
898 petites choses, soit dans le premier, tu as surligné « 60€, 4€ chacun ». Dans le 2^{ème} tu as
899 surligné « 75 kilos, 15 cagettes ». Dans le 3^{ème}, tu as surligné « 7€ pièce, elle en
900 commande 48 ». Qu'est-ce qui te permet de choisir les mots que tu as surlignés ?

901 -En fait là y a 60€, donc pour essayer de, de... parce que 60€ c'est un peu le..., c'est le
902 mot qu'on a un peu besoin dans le problème, pour essayer de faire le problème.

903 -D'accord.

904 -Et « 4 euros chacun », pour après faire le calcul, combien il en achète pour pas
905 dépasser 60€.

906 -D'accord très bien. Alors je vois dans le premier que tu as fait des petits ronds qui
907 représentent les CD je pense?

908 -Euh oui.

909 -Et tu as écrit 4 à l'intérieur. Qu'est-ce qui t'a donné l'idée de de faire des petits ronds et
910 d'écrire 4 à l'intérieur ?

911 -Bah les petits ronds c'est les CD et les 4 c'est « 4€ chacun ».

912 -D'accord.

913 -Mais après pour faire un peu comme là le calcul.

914 -D'accord. Donc là, dans l'exercice 2, tu as fait aussi des petits ronds pour les cagettes et
915 tu as écrit 5 parce que tu as.. Est-ce que tu peux m'expliquer d'où..., comment tu as fait
916 pour trouver 5 ?

917 -Mais déjà j'ai fait 15 cagettes.

918 -Oui.

919 -Après j'ai mis un trait dans chaque. Après j'ai mis 2 après 3 après 4 après 5, après je j'ai
920 vu que..., et beh que..., que ça faisait le même. Et surtout parce dedans en fait j'ai compté
921 après tout et ça faisait 75 kilos.

922 -D'accord. D'accord, donc tous tes petits traits, c'est ça que tu as compté ?

923 -Oui.

924 -Et tu t'es rendu compte que ça faisait 75 kilos. D'accord.

- 925 -J'ai fait juste quelques uns, c'est égal et j'ai trouvé 5 kilos chacun dans chaque cagette.
- 926 -D'accord. Et qu'est-ce qui t'a donné l'idée de dessiner des cagettes et puis après de
927 mettre un petit trait par cagette jusqu'à 75.
- 928 -Parce que ben.... Parce que pour moi c'est plus facile.
- 929 -D'accord très bien. Alors dans le dernier, tu n'as pas dessiné mais par contre tu écris
930 $7+7+7+7+7+7$ et cetera. Qu'est-ce qui t'a permis..., qu'est ce qui t'a fait penser à
931 $7+7+7+7+7+7+7$.
- 932 -Ben pour après.. Après j'ai pas compté 7, 7, 7.
- 933 -D'accord.
- 934 -Mais j'ai fait 48 parce que y en a 48 fois le 7.
- 935 -Oui je vois que tu écris juste au-dessus 48.
- 936 -Oui pour pas me perdre et après du coup j'ai fait 48×7 . Après j'ai fait mon calcul, j'ai
937 trouvé ça du coup.
- 938 -D'accord, et comment tu as pensé à passer de ton dessin 7, 7, 7, 7, 7 et cetera à la
939 multiplication, 48×7 que tu as écrit?
- 940 -Parce que en fait il y a 48 et 7.
- 941 -Oui
- 942 -Et du coup, du coup, j'ai écrit 48.
- 943 -D'accord.
- 944 -Et après ben j'ai fait $X 7$ parce que y avait que des sept.
- 945 -D'accord OK mais regarde là tu vois tu as 5,5,5,5,5 et là 4,4,4,4,4 et il n'y a que dans le
946 dernier où tu as écrit la multiplication. Et dans le premier et dans le deuxième, tu n'as
947 pas écrit la multiplication.
- 948 -Parce qu'en fait là, c'était le premier, du coup je savais pas trop comment je pouvais
949 faire.
- 950 -Donc tu as commencé par le numéro 3 ?
- 951 -Oui.
- 952 -D'accord, d'accord très bien.

- 953 -Et après j'ai fait le 2 et le 3.
- 954 -Et à ton avis, est ce que dans le problème 1 et le problème 2 c'est une multiplication ou
955 pas.
- 956 -Je sais pas.
- 957 -Tu sais pas. Mais c'est pas grave de pas savoir.
- 958 -Humm Moi j'ai fait comme ça , mais après.
- 959 -Mais c'est très bien, c'est très très bien, c'est un très bon moyen. Et puis tu as bien
960 résolu le problème c'est ça, tu as raison hein .Est-ce que... Pourquoi tu n'as pas écrit de
961 multiplication ou une autre opération dans les 2 autres ?
- 962 -Parce que je...Je pense que ça aura pas été mené au même résultat.
- 963 -D'accord, OK. Eh ben très bien, je te remercie, merci *E10C2-S1*.

Elève E11C2-S1

964 -Donc alors attends, on va..., bah tu es juste en dessous. Donc E11C2-S1, on va discuter
965 un petit peu de la façon dont tu as réfléchi pour résoudre les problèmes. Alors dans le
966 problème un je vois que tu as commencé par faire une multiplication avec des trous.
967 Est-ce que tu peux m'expliquer. Qu'est-ce qui t'a fait penser à faire une multiplication à
968 trous ?

969 -Parce qu'en fait, comme c'est 4€, j'ai commencé par faire $4 \times 5 = 20$ donc ça faisait 20
970 euros, $20 \times 3 = 60$ € comme il a 60€ mais il pouvait acheter 15 euh, 15 CD puisque $5 \times$
971 $3 = 15$. Ici, les nombres à trous, c'est les nombres qui sont dans les trous. Donc le
972 professeur de musique peut acheter 15 CD.

973 -D'accord OK. Donc c'est les nombres qui sont dans les trous. Ok très bien. Et pourquoi
974 t'as choisi une faire une multiplication à trous.

975 -Euh.. J'ai choisi de faire une multiplication à trous parce que si j'aurais fait des +, ça
976 aurait rempli toute une page entière et donc en faire des multiplications, ça prend moins
977 de place et ça te permet de pouvoir chercher et de réfléchir.

978 -D'accord, parce que tu dis que si t'avais fait une addition, ça aurait pris plus de place,
979 donc tu aurais fait $4+4+4+4+4+4$ et cetera, et cetera. D'accord OK, très bien. Alors dans
980 le problème deux, excuse-moi, dans le problème deux je vois que tu as fait aussi une
981 multiplication 75×15 . Donc tu as posé ta multiplication donc c'est très bien.

982 -J'ai fait ça parce qu'il y a 75 kg de courgettes qu'elle a rangé dans 15 cagettes, donc le
983 15 c'est chaque cagette et 75, j'ai oublié de mettre le kilogramme.

984 -C'est pas grave ça.

985 -qui est dans chaque cagette, qui est du coup, j'ai fait la multi., l'addition qui a pu faire
986 1125.

987 -Alors donc tu penses que dans ...

988 -+ 125 donc 1125 kg.

989 -D'accord donc pour toi dans une cagette il y a 75 kg de courgettes?

990 -Oui parce qu'elle dit « Lili a récolté 75 kg de courgettes qu'elle a rangé dans 15
991 cagettes, qu'elle euh, chaque cagette pèse le même poids de courgettes. Quel poids de
992 courgettes chaque cagette contient-elle ? » et moi du coup j'ai trouvé 1,125 - 1125 kg.

993 -D'accord et 1125 kg, ça c'est le.... Est-ce que tu peux m'expliquer à quoi ça correspond
994 tes 1125 kg ?

995 -1125 kg, ça correspond...(silence) En fait, ça correspond au nombre de kilogrammes
996 qu'il y a dans chaque courgette..., dans chaque cagette.

997 -Oui

998 -Donc dans une cagette, il y a 1125.

999 -Non dans les 15.

1000 -Donc dans les 15 cagettes y a 1125 kg d'accord et donc dans une cagette, cagette
1001 pardon, si j'ai bien compris il y a 75 kg. D'accord OK très bien. Et dans le 3^{eme} exercice,
1002 tu ne me proposes comme opération 48 X 7. Alors qu'est-ce qui t'a fait penser à faire
1003 une multiplication ?

1004 -Ce qui m'a fait penser à faire une multiplication, c'est que en fait, c'est « 7€ pièce »,
1005 elle en commande 48, donc la première idée qui m'est venue par la tête comme les deux
1006 premiers problèmes, mais c'est que je fais 4 ou 40 X 7 donc ça fait une addition donc je
1007 fais une addition et 8 X 7 égale en fait, égale 56, donc 7 + 4 = 10, euh non égale 11 plus
1008 les 5.

1009 -Oui, alors ça, c'est le calcul de l'opération, mais ça, c'est pas ça qui m'intéresse. Moi ce
1010 qui m'intéresse, regarde là tu as fait un fois, est-ce qu'il y a des mots, ou qu'est-
1011 ce, comment tu as pensé à faire une addition, une multiplication, pardon. Tu me disais
1012 tout à l'heure, tu as insisté sur « le 7 euros pièce ». Est-ce-que ces mots ils ont quelque
1013 chose d'important pour toi ?

1014 -Euh non, c'est juste que « 7 euros pièce », il faut savoir que c'est avec des pièces
1015 qu'elle le paye, donc en fait que j'ai essayé de calculer et pour faire 366 je fais 48 X 7 ce
1016 qui m'a amené à aller à 336€ pièce.

1017 -Ah parce que d'accord donc « 7 euros pièce », ça veut dire que je vais acheter avec des
1018 pièces.

1019 -Oui.

1020

1021 -Alors combien coûte 1 fichier ici, à ton avis?

1022 -Un fichier à 7€ pièce, beh... un fichier va coûter 7€.

1023 -1 fichier va coûter 7€ .

1024 -Oui.

1025 -Et je vais le, et je vais l'acheter avec des pièces?

1026 -Oui.

1027 -C'est ça? D'accord. Donc, malgré tout, un fichier coûte 7€. Ok très bien. Bien. Bon
1028 écoute, je te remercie.

Elève E12C2-S1

- 1029 -Je vois que tu as fait les 3 problèmes, alors est-ce que tu veux bien m'expliquer
1030 comment tu as fait pour le 4^{ème}, pour le premier problème pardon, parce que je vois que
1031 tu as écrit des 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, est-ce que tu peux un petit peu m'expliquer ?
- 1032 -Bah en fait j'ai fait 4 X 15. Et enfin..., d'abord, j'ai fait 4 X 20 et du coup j'avais trouvé
1033 que ça faisait 60. Du coup, et ben moi j'ai.. j'ai enlevé 5 et après j'ai fait 4 X 15 et ça
1034 me.. j'ai trouvé 60. Du coup, j'ai marqué le 15.
- 1035 -D'accord donc. Et qu'est-ce qui t'a fait penser à dessiner 4, 4,4, des paquets de 4 ?
- 1036 -Beh puisque 5 fois, 15 fois j'ai dessiné 4 fois, euh, 15 fois les cubes.
- 1037 -D'accord.
- 1038 -Et j'ai mis des 4 dedans comme ça, ça fait 4.
- 1039 -D'accord, OK très bien et tu m'as dit que tu avais fait d'abord 4 X 20, et puis après 4 X
1040 15. Qu'est-ce qui t'a fait penser, même si tu ne l'as pas écrit, à faire des fois, 4 X 20, 4 X
1041 15?
- 1042 -Beh.. puisque je m'aide tout le temps de ça pour faire des calculs. Et des fois des +
1043 aussi.
- 1044 -Oui mais là pourquoi t'as choisi le X ? Est-ce que..., qu'est-ce qui t'a..., ce qui t'a fait
1045 penser à choisir le X plutôt que le + par exemple quand tu parlais.
- 1046 -Hum parce que...
- 1047 -Comment est-ce que tu as su, qu'il fallait faire un X là plutôt qu'un + ?
- 1048 -Ben parce que j'ai..
- 1049 -Même si c'est dans ta tête, c'est pas grave ça.
- 1050 -Ben j'ai fait 4 euros, ça coûte 4€ du coup 60. 4 pour aller à 60 et du coup j'ai utilisé des
1051 X.
- 1052 -D'accord OK très bien. Alors dans le 2^{ème} exercice, bon, tu nous as dessiné la
1053 calculatrice, OK très bien, et est-ce que tu peux m'expliquer..., qu'est-ce que c'est la.. la
1054 petite tour ?
- 1055 -C'est parce que je voulais en fait.., le calcul, il avait dit qu'il avait rangé, il avait rangé
1056 dans 15 cagettes.
- 1057 -ah, oui ?

- 1058 -Chaque cagette pèse le même poids de courgette. Du coup, et ben moi je ai fait..., j'ai
1059 fait 15 cagettes.
- 1060 -Ah d'accord, donc ça, ce sont les cagettes ?
1061 -Oui.
- 1062 -OK d'accord. Alors je vois que tu nous proposes 0,2, est-ce que tu peux m'expliquer
1063 d'où vient ce 0,2 ?
- 1064 -Beh parce qu'en fait j'ai pris la calculatrice et j'ai mis 15 / 75, euh 15 / 75.
- 1065 -D'accord ?
- 1066 -Et du coup, j'ai trouvé 0,2.
- 1067 -D'accord OK très bien. Et euh..., tu me parles là de division que tu as fait dans ta tête et
1068 que tu as posé à la calculatrice. Qu'est-ce qui t'a fait penser...Pourquoi tu as choisi la
1069 division ? Qu'est-ce qui t'a fait penser à choisir la division ?
- 1070 -Parce que j'arrivais pas à trouver avec les X, du coup j'ai fait avec la division.
- 1071 -D'accord, et qu'est-ce que tu n'arrivais pas à trouver avec les X ?
- 1072 -Beh 15 j'arrive pas à calculer avec 15, c'est un nombre vraiment ... c'est impair.
- 1073 -Oui. Et donc, même si tu avais la calculette, tu aurais pu faire des X, mais pourquoi tu
1074 as choisi la division ?
- 1075 -Parce que c'était plus court.
- 1076 -D'accord, OK. Alors dans le 3^{ème}, je vois que tu nous proposes $48 \times 7 = 56$. Cette fois,
1077 ça, c'est la calculatrice là que tu as dessiné aussi.
- 1078 -Non, c'est mon ardoise.
- 1079 -Ah, c'est ton ardoise,d'accord, OK. Et est-ce que tu peux me dire qu'est-ce qui t'a
1080 permis de choisir le X ici, cette fois ? Parce que là tu l'as écrit.
- 1081 -Parce que 7 x...7 euros et elle commande 48. Du coup, du coup, j'ai fait le X parce que
1082 c'était, c'était un peu plus, plus facile pour moi.
- 1083 -D'accord. et tu dis que ça a été plus facile, mais est-ce qu'il y a quelque chose dans
1084 l'énoncé qui te... qui te.. qui te permet de dire « Ah bah oui, c'est plus facile, donc je
1085 fais un X ».
- 1086 -Ouais dans ma tête je fais comme ça.
- 1087 -D'accord, OK, et bien écoute, je te remercie.

**ANNEXE 16 : Catégorisation des éléments des verbatims anonymisés des entretiens des élèves
de la classe 2 Séance 1**
(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

Problème 1 : Problème de division quotient			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E7C2-S1			
Reconstruction de la situation <i>PARTIELLE</i> -Théorie des modèles mentaux	Police verte	-Parce que là..., là, le professeur de musique de 60€ pour acheter des CD, et beh... en fait il fallait faire 4€. Du coup j'ai fait..., j'ai pris 60 cubes et je les ai emboîtés à 4 paquets et aprèset après j'ai calculé 16+2 et ça fait 18. Le professeur a acheté (<i>Silence</i>)	L'élève E7C2-S1 a utilisé des cubes comme outil de différenciation afin de l'aider à construire une représentation de la situation pas à pas. Elle ne parvient pas à qualifier correctement le résultat obtenu. Ce sont « des paquets » relatifs aux regroupements effectués mais pas « des CD » comme indiqué dans l'énoncé. Par ailleurs, elle avait prélevé 62 cubes et non 60. Du fait de l'absence de qualification correcte des cubes restants, elle ne sait pas comment les inclure et donc les additionne.
	Police marron	-16, en fait j'avais compté les 4 paquets ça faisait 16. -D'accord donc tu disais qu'il y avait 16 paquets, c'est ça ? Que tu as fait avec tes cubes? -Oui -Et il restait 2 paquets, enfin, 1 ou 2 petits cubes. Du coup, j'ai marqué + 2.	
Elève 2 : E8C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police verte	-Ben c'était pour faire 60€ du coup là ça fait 40 et j'en ai encore un donc ça fait 60 et là du coup bah j'ai fait les CD et j'avais marqué 4€ dans les CD et j'ai effacé. -Et après ben.. du coup ben... j'ai compté et ça faisait 60, 4 + 4 . -C'était pour faire 60 en fait, c'était pour les CD. Bah 4+4 Ben du coup je faisais 4+4+4 et y avait 60	L'élève E8C2-S1 a eu besoin d'un étayage supplémentaire, processus de différenciation de la part de son enseignante, lors de la séance. Pour parvenir au résultat, il a utilisé deux schémas qui montrent l'évolution de sa représentation. Au départ, elle a dessiné les billets et elle précise qu'elle a cherché à représenter la somme globale. Ensuite sa représentation a évolué vers le nombre de CD cherchés « pour faire 60 ». Elle appuie son raisonnement sur un second schéma qui lui permet d'aboutir au résultat.

Elève 3 : E9C2-S1			
Reconstruction <i>PARTIELLE</i> de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police bleu- ciel	-Qu'il disait qu'il a 60€ pour acheter des CD qui coûtent 4€. Alors je me suis dit que si je faisais $60€ \times 4$, ben ça pouvait marcher. Du coup, j'ai fait ça parce qu'ils disent que ça coûte 4€ chacun. -Et du coup ça m'a fait penser à ça.	L'élève E9C2-S1 a construit une représentation la situation qui mobilise le champ conceptuel multiplicatif. Cependant, elle ne parvient pas à associer l'opération correcte. En effet, l'expression « 4€ chacun », qui implique une répétitivité, est corrélée avec une multiplication. Elle n'envisage pas la division comme un outil mobilisable également. Les connaissances mathématiques non maîtrisées sur la division empêchent le contrôle sémantique. Par ailleurs, elle oublie le sens du contexte en ne différenciant pas la valeur de chacun des CD avec l'usage collectif et choisit de réaliser l'opération qu'elle maîtrise, c'est-à-dire la multiplication.
	Surligné orange	-Le chacun parce que c'est pour tout le monde et je me suis dit ça serait plus simple de faire une multiplication.	
Elève 4 : E10C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police verte	-En fait là y a 60€, donc pour essayer de, de... parce que 60€ c'est un peu le..., c'est le mot qu'on a un peu besoin dans le problème, pour essayer de faire le problème. -Et « 4 euros chacun », pour après faire le calcul, combien il en achète pour pas dépasser 60€. -Bah les petits ronds c'est les CD et les 4 c'est « 4€ chacun ». -Mais après pour faire un peu comme là le calcul.	L'élève E10C2-S1 a surligné dans l'énoncé certains éléments qu'elle présente comme nécessaire à la résolution de problème. Elle s'appuie sur un schéma pour construire une représentation correcte de la situation. Cependant elle n'associe pas le problème au champ conceptuel multiplicatif ni à l'opération attendue. Elle apporte une réponse correcte en s'appuyant sur son schéma uniquement.
Elève 5 : E11C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	Parce qu'en fait, comme c'est 4€, j'ai commencé par faire $4 \times 5 = 20$ donc ça faisait 20 euros, $20€ \times 3 = 60€$ comme il a 60€ mais il pouvait acheter 15 euh, 15 CD puisque $5 \times 3 = 15$. Ici, les nombres à trous, c'est les nombres qui sont dans les trous. Donc le professeur de musique peut acheter 15 CD.	L'élève E11C2-S1 a directement inféré le champ conceptuel mobilisé dans ce problème. Il mobilise la multiplication à trous, opération non experte. Ses connaissances mathématiques sur la division ne semblent pas suffisamment consolidées pour lui permettre de réaliser un contrôle sémantique. En effet, il a identifié

			la répétitivité du 4 qui « aurait rempli toute une page entière » et la situation de partage via le trou dans la multiplication mais il n'a pas réalisé le lien avec la division.
Elève 6 : E12C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné bleu	<p>-Bah en fait j'ai fait 4×15. Et enfin..., d'abord, j'ai fait 4×20 et du coup j'avais trouvé que ça faisait 60. Du coup, et ben moi j'ai.. j'ai enlevé 5 et après j'ai fait 4×15 et ça me.. j'ai trouvé 60. Du coup, j'ai marqué le 15.</p> <p>-Beh puisque 5 fois, 15 fois j'ai dessiné 4 fois, euh, 15 fois les cubes.</p> <p>-Et j'ai mis des 4 dedans comme ça, ça fait 4.</p> <p>-Ben j'ai fait 4 euros, ça coûte 4€ du coup 60. 4 pour aller à 60 et du coup j'ai utilisé des X.</p>	L'élève E12C2-S1 a utilisé un schéma comme support de la construction mentale de la situation. Il mobilise le champ conceptuel multiplicatif en s'appuyant sur ses connaissances mathématiques, « 4×20 d'abord », pour parvenir au résultat.

Problème 2 : Problème de division partition			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Eléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E7C2-S1			
	Police rose	-J'ai pris, euh. En fait, j'ai pris 15 et je les ai emboîtés en comptant 15 cagettes.	L'élève E7C2-S1 n'a pas résolu le problème 2. Elle a commencé à aller chercher les 15 cubes dont elle a besoin et qu'elle parvient à qualifier correctement. Le temps imparti ne lui a pas permis de finaliser la représentation de la situation
Elève 2 : E8C2-S1			
			L'élève E8C2-S1 n'a pas résolu le problème 2. Elle a uniquement eu le temps de surligner les éléments de l'énoncé qui lui semblaient important.
Elève 3 : E9C2-S1			
Absence de construction de la représentation		<p><i>-C : Alors déjà, est-ce que tu peux me dire que représentait le dessin que tu avais commencé à faire?</i></p> <p><i>-Euh. Aux courgettes.</i></p> <p><i>-C : D'accord, donc, comme tu as fait des paquets : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Donc un rond, c'est une courgette ?</i></p> <p><i>-Oui.</i></p> <p><i>-C : D'accord. Donc tu as fait des paquets de 10 courgettes.</i></p> <p><i>-Oui.</i></p> <p><i>-C : D'accord. Et, qu'est-ce qui t'a fait penser à faire des paquets de 10 courgettes.</i></p> <p><i>-Parce que ça met 75. Et pour aller enfin plus vite, j'ai..., je me suis dit de faire 10 paquets de courgette et après j'ai rajouté 5.</i></p> <p><i>-C : Et donc, qu'est-ce qui t'a fait changer d'avis et qu'est-ce qui t'a fait prendre les cubes après ?</i></p> <p><i>-Parce que je trouvais que c'était plus difficile de faire euh..., de</i></p>	L'élève E9C2-S1 a commencé à réaliser un schéma représentant des paquets de 10 courgettes au lieu de 10 kg de courgettes, ce qui indique une faible qualification. Puis elle a choisi de changer de type de représentation pour utiliser les cubes «parce que c'était difficile de dessiner». Ce propos indique que la construction de la représentation est très coûteuse et ne peut pas être mener à son terme. Le choix de l'addition comme opération confirme l'absence de représentation.

		<p>dessiner. Alors je me suis dit qu'avec les cubes, ça ira un peu plus vite.</p> <p>-C : <i>Qu'est ce qui t'a permis de choisir l'addition ici ?</i></p> <p>-Beh, après quand j'avais fini de faire les cubes, je me suis dit que ça pouvait marcher parce que.. euh</p>	
Elève 4 : E10C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police verte	<p>-Mais déjà j'ai fait 15 cagettes.</p> <p>-Après j'ai mis un trait dans chaque. Après j'ai mis 2 après 3 après 4 après 5, après je j'ai vu que.., et beh que.., que ça faisait le même. Et surtout parce dedans en fait j'ai compté après tout et ça faisait 75 kilos.</p> <p>-J'ai fait juste quelques uns, c'est égal et j'ai trouvé 5 kilos chacun dans chaque cagette.</p> <p>-Parce que ben.... Parce que pour moi c'est plus facile.</p>	L'élève E10C2-S1 a surligné dans l'énoncé certains éléments qu'elle présente comme nécessaire à la résolution de problème. Elle s'appuie sur un schéma pour construire une représentation correcte de la situation. Cependant elle n'associe pas le problème au champ conceptuel multiplicatif ni à l'opération attendue. Elle apporte une réponse correcte en s'appuyant sur son schéma uniquement.
Elève 5 : E11C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police rose / Police marron	<p>-J'ai fait ça parce qu'il y a 75 kg de courgettes qu'elle a rangé dans 15 cagettes, donc le 15 c'est chaque cagette et 75, j'ai oublié de mettre le kilogramme.</p> <p>-qui est dans chaque cagette,</p> <p>-C : <i>D'accord donc pour toi dans une cagette il y a 75 kg de courgettes?</i></p> <p>-Oui</p>	L'élève E11C2-S1 a construit une représentation partiellement correcte de la situation. Il infère le champ conceptuel multiplicatif et parvient à qualifier correctement le nombre de cagettes. Cependant son propos montre une qualification faible du nombre 75 : il identifie que ce sont des kilogrammes mais les associe au poids d'une cagette et non au poids total. Par la suite il reste cohérent sur sa représentation et ne met pas en œuvre de contrôle de cohérence du résultat obtenu.
	Police jaune	<p>-1125 kg, ça correspond... (silence) En fait, ça correspond au nombre de kilogrammes qu'il y a dans chaque courgette..., dans chaque cagette.</p> <p>-Oui</p> <p>-C : <i>Donc dans une cagette, il y a 1125.</i></p> <p>-Non dans les 15.</p>	
Elève 6 : E12C2-S1			
Activation spontanée	Surligné rose	-Beh parce qu'en fait j'ai pris la calculatrice et j'ai mis 15 / 75, euh	L'élève E12C2-S1 a mobilisé les schémas de problèmes pour

<p>des schémas de problèmes- Théorie du schéma</p>		<p>15 / 75. -Et du coup, j'ai trouvé 0,2. -Parce que j'arrivais pas à trouver avec les X, du coup j'ai fait avec la division. -Parce que c'était plus court.</p>	<p>identifier directement l'opération mise en jeu. Il exclut la multiplication parce qu'il n'arrivait « pas à trouver ». Il faut noter que même si il mobilise la bonne opération, elle n'est pas formulée correctement : 15 / 75 au lieu de 17 / 15. Il n'a pas contrôler la cohérence de son résultat.</p>
--	--	--	--

Problème 3 : Problème multiplicatif			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E7C2-S1			
			L'élève E7C2-S1 n'a pas résolu le problème 3.
Elève 2 : E8C2-S1			
			L'élève E8C2-S1 n'a pas résolu le problème .
Elève 3 : E9C2-S1			
			L'élève E9C2-S1 n'a pas résolu le problème 3.
Elève 4 : E10C2-S1			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné bleu	-Mais j'ai fait 48 parce que y en a 48 fois le 7. -Oui pour pas me perdre et après du coup j'ai fait 48 x 7. Après j'ai fait mon calcul, j'ai trouvé ça du coup. -Et du coup, du coup, j'ai écrit 48. -Et après ben j'ai fait X 7 parce que y avait que des sept.	L'élève E10C2-S1 a de nouveau surligné dans l'énoncé certains éléments. Elle s'appuie sur un schéma pour construire une représentation correcte de la situation. Grâce au schéma et à ses connaissances mathématiques, elle infère la bonne opération.
Elève 5 : E11C2-S1			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	-Ce qui m'a fait penser à faire une multiplication, c'est que en fait, c'est « 7€ pièce », elle en commande 48, donc la première idée qui m'est venue par la tête comme les deux premiers problèmes, mais c'est que je fais 4 ou 40 X 7 donc ça fait une addition donc je fais une addition et 8 X 7 égale en fait, égale 56, donc 7 + 4 = 10, euh non égale 11 plus les 5.	L'élève E11C2-S1 a utilisé les schémas de problèmes car c'est « la première idée » qui lui « est venue par le tête ». Cependant le mot « pièce » amène deux représentations : d'une part le prix d'un fichier qu'il parvient à qualifier correctement et d'autre part le fait de payer avec des pièces de monnaie. Cette seconde représentation, même erronée dans le contexte du problème, n'empêche pas l'élève de solliciter les bon schémas.
	Police bleu-ciel / Police rose	-Euh non, c'est juste que « 7 euros pièce », il faut savoir que c'est avec des pièces qu'elle le paye, donc en fait que j'ai essayé de calculer et pour faire 366 je fais 48x7 ce qui m'a amené à aller à	

		<p>336€ pièce.</p> <p>-Ah parce que d'accord donc « 7 euros pièce », ça veut dire que je vais acheter avec des pièces.</p> <p>-Oui.</p> <p>-Un fichier à 7€ pièce, beh... un fichier va coûter 7€.</p>	
Elève 6 : E12C2-S1			
<p>Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma</p>	<p>Surligné rose</p>	<p>-Parce que $7 \times \dots 7$ euros et elle commande 48. Du coup, du coup, j'ai fait le X parce que c'était, c'était un peu plus, plus facile pour moi.</p> <p>-Ouais dans ma tête je fais comme ça.</p>	<p>L'élève E12C2-S1 a mobilisé de nouveau les schémas de problèmes pour identifier directement l'opération mise en jeu. Il fait « comme ça » de tête. Cependant ; même si il a choisi la bonne opération, le calcul mental effectué et donc le résultat correspondent à une addition.</p>

ANNEXE 17 : Codage des verbatims anonymisés des entretiens des élèves de la classe 2
(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

Elève E7C2-S5

- 1088 -On va discuter ensemble des problèmes que tu viens de résoudre dans ta classe. Alors,
1089 déjà, je vois que tu as surligné des choses en jaune, est-ce que tu veux bien m'expliquer
1090 pourquoi tu as fait ça ?
- 1091 -Pour... Maîtresse elle nous dit que quand c'est difficile, on entoure ce qui est lepour
1092 nous aider.
- 1093 -D'accord. Donc tu as tu as surligné l'énoncé qui t'a..., le bout d'énoncé qui va t'aider.
1094 Dans le premier problème, tu me proposes comme opération 45×5 . Qu'est-ce qui t'a fait
1095 penser à faire une multiplication dans ce premier problème ?
- 1096 -Parce que maîtresse, elle dit que quand on a la réponse, il faut trouver une....quand c'est
1097 la division, c'est....c'est moins, et quand c'est la soustraction, la multiplication, c'est plus.
1098 Là, on a trouvé la y a la réponse, y a 45 chocolats, mais ce qu'on veut trouver c'est
1099 combien elle va prendre, quand on a., on va distribuer de... de chocolats à nos amis, nos
1100 5 amis.
- 1101 -Donc tu penses qu'on va distribuer plus de chocolats puisque tu m'as dit que quand on
1102 faisait un « fois », c'était.. c'était un nombre plus grand.
- 1103 -Oui.
- 1104 -D'accord, et est-ce que tu peux m'expliquer, je vois que tu as fait un schéma ici, est-ce
1105 que tu peux m'expliquer ce que représente ton schéma ma grande ?
- 1106 -Là, je... je sais pas combien de ronds, j'en ai fait plusieurs mais je sais pas combien il y
1107 en a, pour en avoir 45 et pour partager 45 amis dans tous les chocolats.
- 1108 -D'accord. Alors dans le 2^{ème} problème, je vois que tu as également aussi fait une
1109 multiplication.
- 1110 -Oui.
- 1111 -Tu as fait 300×5 .
- 1112 -Parce que y a le nombre.... 5 tours et de 300 m, alors il y a le nombre, mais il n'y a
1113 pas... combien Lilou a-t-elle parcouru, quelle distance.
- 1114 -D'accord. Donc comment tu as su qu'il fallait faire une multiplication ?
- 1115 -C'est pareil maîtresse elle m'a dit avant de faire celui-là et que je commence celui-là,
1116 elle m'a dit de faire un., de souligner pareil et j'ai...et j'ai...et Maîtresse elle m'a dit de..

1117 parce que les nombres plus grands, quand on a notre résultat, enfin un nombre plus
1118 grand, du coup plus grand c'est la multiplication.

1119 -D'accord, et comment tu as su qu'il fallait trouver un nombre plus grand ici dans le 2^{ème}
1120 problème ?
1121 -Parce que y a 5 tours et de 300 m.

1122 -D'accord.
1123 -Et la réponse d'accord, sauf qui...

1124 -D'accord et dans le problème numéro 3 tu me proposes aussi une multiplication. Alors,
1125 qu'est-ce qui t'a fait penser à faire une multiplication ?

1126 -A pareil parce que là on a 45 minutes, ça c'est le nombre total.

1127 -Oui.

1128 -En 45 Minutes, combien d'exercices va faire en 45 minutes, en 40 minutes.

1129 -Donc ça c'est 40 minutes, c'est le nombre total de minutes et on cherchait des minutes.

1130 -Ouuuu, Non.

1131 -Qu'est-ce qu'on cherchait ?

1132 -Les combien d'exercices Samia a fait.

1133 -Oui. Et donc pour savoir combien on faisait d'exercices, on a pris les 40 minutes du
1134 total, tu m'as dit et tu as multiplié par 5.

1135 -Oui, parce que...Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de
1136 mathématiques, Samia met 5 minutes, du coup 40 « plus », « fois » 5, je sais pas
1137 combien ça fait.

1138 -Oui, peu importe le résultat, ça fait 200. Est-ce qu'on peut faire 200 exercices selon toi
1139 en 40 minutes ?

1140 -Non. On peut pas faire ça.

1141 -D'accord, alors que toi tu m'écris 4 exercices. $40 \times 5 = 4$ exercices.

1142 -Faut faire moins.

1143 -Faut faire moins ? Alors pourquoi tu penses qu'il faut faire moins ?

1144 -Parce que là, si on fait 200 exercices, ça peut., on peut pas. Et si on fait moins 40, 39,
1145 38, 37, 36, 35, là, ça se peut.

- 1146 -Là ça se peut ? On peut faire 35 exercices en 40 minutes ?
- 1147 -Euh, non, non.. AH ! On va diviser alors !
- 1148 -Ah bah je sais pas.
- 1149 -Parce que la division..
- 1150 -C'est toi qui me dis ça.
- 1151 -Division, là on a pas le nombre total en fait. On a....combien de minutes, on a 40
- 1152 minutes, du coup il faut faire une division.
- 1153 -Et moi, je voudrais que tu m'expliques 4 tu as écrit 4 exercices, comment tu as trouvé 4
- 1154 exercices ?
- 1155 -C'est mieux au pire parce que je savais pas.
- 1156 -D'accord.
- 1157 -Ça se peut, on peut faire en 40 minutes, 4 exercices.
- 1158 -D'accord, bon et beh écoute, je te remercie de m'avoir expliqué tout ça.

Elève E8C2-S5

- 1159 -Comme la dernière fois E8C2-S5, on va discuter des problèmes que tu as résolus tout à
1160 l'heure en classe, d'accord. Alors dans le premier problème, tu me proposes comme
1161 opération $45 - 5$, comment tu as su qu'il fallait faire un « moins » ?
- 1162 -Parce qu'on peut pas faire « plus ». Du coup bah..j'avais essayer de faire « plus » mais
1163 j'arrivais pas. Du coup j'ai fait « moins ».
- 1164 -Alors tu arrivais pas à faire $45 + 5$?
1165
1166 -Oui.
- 1167 -D'accord, c'est le calcul que tu n'arrivais pas à trouver ?
1168 -Oui.
- 1169 -Et pourquoi tu as fait un « moins » ?
1170 -Bah...(silence)
- 1171 -Alors on va s'aider du schéma que tu as fait à côté. Je vois que tu as fait des colonnes,
1172 est-ce que tu peux me dire à quoi correspondent les colonnes ?
- 1173 -Bah je voulais faire.., j'avais fait 45 chocolats et je voulais.... et j'ai barré les.... J'en ai
1174 barré 5...Et euh..
- 1175 -Alors, pourquoi tu en as barré 5 ?
1176 -Parce qu'il y avait 5 amis, donc je me suis dit que c'était peut-être pour ça.
- 1177 -D'accord, et donc ça voulait dire que 5 amis prenaient chacun un chocolat ? D'accord et
1178 donc tous les chocolats que tu n'as pas barrés, tous les ronds que tu n'as pas barrés, c'est
1179 les chocolats que les amis n'ont pas pris.
- 1180 -Oui.
- 1181 -D'accord. Donc qu'est-ce que tu cherchais à calculer, enfin, à représenter avec ton
1182 schéma ?
- 1183 -Bah je voulais voir du coup s'il y avait le résultat.
- 1184 -Donc des 45 chocolats tu as en enlevé 5 pour que les amis en prennent un et tu
1185 cherchais combien il reste de chocolats ?
- 1186 -(Hochement de tête positif).
- 1187 -Mais d'après l'énoncé à ton avis dans la boîte, est-ce-qu'il reste des chocolats ?

1188 -Bah oui !

1189 -Oui, qu'est-ce qui te fait penser dans l'énoncé qu'il reste des chocolats ?

1190 -Bah parce que là j'en ai que j'ai pas barré.

1191 -Alors ça c'est le dessin, mais dans l'énoncé regarde on te dit, 5 amis avaient une boîte
1192 de 45 chocolats que tu as dessinés et ils ont tous pris le même nombre de chocolats. Et
1193 la question c'est combien de chocolats chacun a-t-il pris ?

1194 -(silence)

1195 -Alors est-ce-que dans la boîte, il reste des chocolats ?

1196 -Euh Non ? (silence)

1197 -Est-ce que tu penses grâce à l'énoncé que tous les chocolats ont été pris, ou est-ce qu'il
1198 en reste des chocolats ?

1199 -Bah y en a., il en reste.

1200 -Il en reste des chocolats ? Donc s'il en reste c'est pour ça que tu as fait le moins pour
1201 calculer le nombre de chocolats qu'il reste ?

1202 -Oui.

1203 -D'accord, très bien, merci. Alors maintenant, dans le 2^{ème} problème, je vois que tu as
1204 fait $300 + 300 + 300 + 300 + 300$, d'accord. Est-ce que tu peux m'expliquer comment tu
1205 as fait pour trouver qu'il fallait faire cette opération $300 + 300$ et cetera ?

1206 -Ben parce que... il y avait marqué « pour préparer le cross Lilou s'entraîne en faisant le
1207 tour de son jardin » et je me suis dit que c'est un peu « plus ». Du coup, j'ai fait $300 +$
1208 $300 + 300..$

1209 -D'accord. Et pourquoi... enfin, est-ce que... comment tu as su que c'était un « plus »
1210 parce que tu viens de me dire : je me disais que c'était un « plus ». Mais comment tu as
1211 su que c'était un « plus »?

1212 -Parce que y a marqué : « quelle distance Lilou a-t-elle parcouru » et qu'elle a effectué 5
1213 tours de 300 m.

1214

1215 -D'accord, donc là on cherchait la distance totale, combien elle a parcouru ?

1216 -(silence)

1217 -Tu as raison. On pouvait trouver le résultat avec des « plus », hein. Je dis pas que c'est
1218 faux, je suis pas en train de dire que c'est faux. Moi je cherche juste à savoir pourquoi tu
1219 as mis des « plus », c'est tout. D'accord ? Donc dans le problème 3, je vois que tu as

1220 essayé une addition et une division à côté mais que tu as barré les 2. Alors moi je
1221 voudrais savoir, quand tu as lu l'énoncé, qu'est ce qui t'a fait penser qu'il fallait d'abord
1222 faire $40 + 5$?

1223 -Parce que vous citez comme... un partage parce que il a dit..., euh oui, il a dit qu'il
1224 donne 40 minutes pour faire des exer., des exercices de mathématiques et Samia met 5
1225 minutes. Donc bah, j'ai voulu calculer les deux là et je me dis que c'était un « plus ».

1226 -Alors oui et tu l'as barré et tu viens de me dire que c'est un partage. Si c'est un partage,
1227 est-ce que l'opération c'est un « plus » ?

1228 -Euh, non.

1229 -Alors pourquoi tu as essayé ici de faire une division ?

1230 -Bah parce que ici j'avais pas réussi. Du coup je me suis dit qu'avec une division bah j'ai
1231 réussi.

1232
1233 -Alors pourtant regarde, là tu as réussi ton addition, alors qu'est-ce que tu n'as pas réussi
1234 avec l'addition ?

1235 -(Silence)

1236 -Peut être que.... qu'est-ce qu'on... à ton avis, qu'est ce qu'on cherchait dans le dans
1237 l'énoncé numéro 3 ?

1238 -Que...Combien d'exercices Samia a fait en 40 minutes ?

1239 -Et est ce que tu crois qu'on peut faire 45 exercices en 40 minutes ?

1240 -Hmm, Non.

1241 -Non ?

1242 -(Silence)

1243 -Alors si on peut pas faire 45 exercices en 40 minutes, pourquoi tu as cherché à faire
1244 une division ? Qu'est-ce qui t'a fait penser à faire une division ?

1245 -(Silence)

1246 -Tu as dis tout à l'heure que c'était un partage. Donc si c'est un partage à ton avis,
1247 d'après ce que t'as appris avec ta maîtresse, c'est quelle opération qu'on doit faire ?

1248 -La division

1249 -La division, c'est peut-être pour ça que tu as fait une division. Parce que tu t'es rappelé
1250 ce que maîtresse avait dit. Peut-être ?

1251 -Je sais pas. (*Silence*)

1252 -C'est pas grave. Je vais pas t'embêter plus longtemps, je te remercie.

Elève E9C2-S5

1253 -C'est parti, donc E9C2-S5 nous allons discuter ensemble des problèmes que tu viens de
1254 résoudre. Alors, est-ce que tu peux m'expliquer un petit peu ... Dans le premier
1255 problème, je vois que tu as fait des croix pour barrer, pour me montrer que c'est pas bon
1256 donc ça c'est très bien comme ça va me permettre de voir comment tu as réfléchi et
1257 justement, est-ce que tu peux m'expliquer toi avec tes mots ce qui ce qui te gênait ici, je
1258 vois que tu as barré 45×5 , je vois que tu l'as barré, est-ce que tu peux me dire pourquoi
1259 tu l'as barré ?

1260 -Parce que ... je l'ai barré parce qu'en fait j'ai trouvé que ça serait plus simple de faire
1261 une division parce que j'avais trouvé le nombre 45 « fois » quelque chose égale 5.
1262 J'avais trouvé et du coup je trouvais que c'était pas le bon résultat alors ça m'a..., je l'ai
1263 barré.

1264 -Oui parce que tu as trouvé 225 et donc tu as trouvé que c'était pas le bon résultat.
1265 Comment, comment tu... Tu me dis que tu as trouvé que c'est le pas le bon résultat, mais
1266 comment tu as su que c'était pas le bon résultat ?

1267 -Parce que je savais que 5×9 ça faisait 45 et que ça faisait pas ça.

1268 -Ça faisait pas 225. D'accord, alors après tu... tu as fait un autre schéma ici, à côté tu
1269 veux bien me l'expliquer le schéma que tu as fait ici ?

1270 -Euh.. j'ai fait 5... Puisque je sais que c'est 5×9 ça fait 45, j'ai fait 5 ronds et 9 ronds et
1271 après j'ai copié 9 ronds et comme ça là je savais que j'avais 45 euh...

1272 -D'accord. Donc les 5 ronds c'est pour les amis et les 9 ronds c'est pour les chocolats,
1273 c'est ça ?

1274 -Non, là y en a 45 et je voulais en fait que 5 amis, il en a 45.

1275 -D'accord, très bien. Et donc tu m'a écrit la réponse 5 « fois » quelque chose, donc 9
1276 égale 45.

1277 -Oui.

1278 -D'accord. Maintenant dans le deuxième problème, je vois que tu as fait la même chose,
1279 donc tu as barré ce qui te paraissait faux.

1280 -Oui.

- 1281 -Tu avais écrit au départ 300×5 .
- 1282 -Oui.
- 1283 -Est-ce que tu peux me dire ce qui t'a gêné dans cette opération puisque tu l'as barrée.
- 1284 -Au début je pensais pas....enfin, je me disais que ça devait pas faire le même résultat,
1285 mais après je me suis dit que.... Bah faut que j'essaye et je trouvais que c'était....que, en
1286 fait, c'était bien ce que j'avais fait.
- 1287 -Oui, parce que je vois que tu as écrit du coup la multiplication, la même en dessous. Et
1288 pourquoi finalement tu as pensé que... que c'était...c'était bien. Comment est-ce que tu as
1289 fait, est ce que c'est dans l'énoncé ? Est-ce que c'est en t'aidant de ton schéma ?
1290 Comment tu as su que finalement cette opération 300×5 , elle était bien ?
- 1291 -Bah je me suis dit de me faire confiance et voilà. C'est la maîtresse qui est venue voir.
1292 Voilà.
- 1293 -Tu as raison, il faut se faire confiance. Et donc là je vois que tu as fait un petit dessin.
- 1294 -Oui.
- 1295 -Comment t'es venue l'idée de faire ce petit dessin ?
- 1296 -Ben parce qu'il disait...Elle s'aidait de son jardin pour s'entraîner au cani-cross donc j'ai
1297 fait le jardin et j'ai fait les 5 tours qu'elle avait ...qu'elle avait fait.
- 1298 -D'accord, merci. Et donc dans le problème du bas, là tu n'as pas fait de schéma. Tu
1299 peux me dire pourquoi t'as pas fait de schéma ? Tu sais, c'est pas une critique, c'est juste
1300 pour savoir pourquoi dans les 2 premiers tu as fait un schéma et pas dans le dernier.
- 1301 -Parce que.....(silence)
- 1302 -Alors comment tu as fait pour trouver ?
- 1303 -Parce que je trouvais que c'était un peu plus simple de faire comme ça que dans le
1304 schéma, parce que j'avais pas trouvé le schéma qu'il fallait faire.
- 1305 -D'accord, donc, toi tu as fait directement l'opération et tu ... tu as trouvé que faire le
1306 schéma, c'était trop difficile, que n'as pas su lequel faire.
- 1307 -Oui.
- 1308 -Alors y a pas de problème hein. Donc l'opération que tu proposes c'est $5 \times 8 = 40$.
- 1309 -Non, 5 « fois » quelque chose égale 40.
- 1310 -Pardon 5 « fois », j'avais pas vu 5 « fois » petits points égale 40 et ensuite tu as écrit 8.

- 1311 -Oui.
- 1312 -Comment tu as fait pour trouver que c'était 5 « fois » quelque chose que tu devais
1313 écrire ?
- 1314 -Euh...C'est que je sais combien donc j'ai..., j'ai essayé de trouver combien ...5, combien
1315 de paquets de 5 égale 40. Et je sais que dans la table de cinq $5 \times 8 = 40$ et du coup j'ai
1316 trouvé.
- 1317 -D'accord et comment tu as fait pour trouver que c'était cette opération, que c'était une
1318 multiplication qu'il fallait faire dans cette..., dans ce problème. Comment tu as su qu'il
1319 fallait faire une multiplication à trous ?
- 1320 *-(silence)*
- 1321 -Quand tu as fait le l'énoncé... euh, quand tu as fait le problème.
- 1322 *-(silence) Euh..il...*
- 1323 -Peut-être que ça t'est venu comme ça, ou peut-être que c'est un mot de l'énoncé ?
- 1324 -C'est un mot de l'énoncé.
- 1325 -Alors, c'est lequel ?
- 1326 -Quand ils ont dit euh..*(silence, relecture de l'énoncé)*. C'est combien d'exer., non c'est
1327 ça. Enfin, ça m'est venu comme ça.
- 1328 -Et Ben c'est très bien. Y a pas ... c'est une bonne réponse aussi. Enfin y a pas de
1329 mauvaise réponse. Je te remercie beaucoup.

Elève E10C2-S5

1330 -Alors E10C2-S5, donc comme la dernière fois, on va parler des problèmes que tu viens
1331 de résoudre. Je vois que tu as surligné des petites choses, est-ce que tu peux me dire
1332 comment tu as fait pour choisir ce que tu voulais surligner ?

1333 -Parce que du coup.. j'ai surligné 5 amis et 45 chocolats. Parce que du coup pour ..
1334 .Parce que du coup, on veut savoir combien les 5 amis ont de chocolats, chacun. Du
1335 coup... du coup, j'ai surligné ça pour pour que ...après je vais mettre le 5 là et du coup,
1336 j'ai surligné aussi 45 chocolats parce que c'est pour savoir le résultat que je... que j'aurai.
1337 Du coup, j'ai... j'ai fait 5 de 5 amis, j'ai fait « fois », du coup j'ai fait une opération à
1338 trous, j'ai mis le résultat là. Et du coup, j'ai... puisque dans la table de 5 pour 45, c'est 9.
1339 Du coup j'ai écrit 9 et euh..du coup j'ai fait ma réponse.

1340 -Oui, je vois que tu as fait ta phrase réponse. Et alors, qu'est-ce qui t'a fait penser à faire
1341 une..une opération à trous 5 « fois » quelque chose égale 45. Tu m'as dit.., comment tu
1342 as su qu'il fallait faire une opération...une multiplication à trous.

1343 -Et euh...Parce que euh...

1344 -C'est ce que tu as surligné qui t'a aidé ?

1345 -Oui.

1346 -D'accord. Alors, dans le problème numéro 2, je vois que tu avais commencé à faire
1347 quelque chose ici, c'est 300 et 35, c'est ça ?

1348 -Non, c'est 300 et 5.

1349 -D'accord et qu'est-ce que tu avais fait ici ?

1350 -Euh .. une division.

1351 -Tu avais commencé à poser une division d'accord, OK. .Et pourquoi tu l'as barrée ta
1352 division alors ?

1353 -Parce que je pensais qu'elle était pas bonne et qu'il fallait pas faire comme ça du coup...
1354 Du coup, j'ai essayé avec une..., une un « fois » mais j'ai plus vite....réussi, enfin j'ai
1355 plus vite trouvé le résultat.

1356 -D'accord et donc tu es passé de la division à la multiplication et qu'est-ce qui t'a fait
1357 changer d'avis ? Parce que tu me dis : je pensais que c'était pas une division. Comment
1358 tu as su que c'était pas une division quand tu faisais le problème ? Peut être que tu t'es
1359 dis quelque chose ?

1360 -Oui, je me suis dit que la division je... ça marcherait peut être pas, du coup j'ai essayé
1361 avec la multiplication.

- 1362 -Et pourquoi tu as pensé que ça ne marcherait peut-être pas ?
- 1363 -Beh..Parce que du coup...Comment dire...Du coup, j'ai...parce que quand j'allais... là,
1364 quand j'allais commencer, j'ai essayé sauf que j'ai pas tout de suite réussi.
- 1365 -C'est parce que le calcul était trop dur, c'est pour ça ?
- 1366 -Euh oui, d'accord. Le calcul de $300 / 5$ était trop difficile alors après tu te dis que tu
1367 allais faire une multiplication.
- 1368 -Oui.
- 1369 -Ok merci. Et maintenant, si on parlait un petit peu du 3^{ème} problème ? Alors je vois que
1370 tu n'as pas fait de calcul mais tu as fait un schéma.
- 1371 -Oui.
- 1372 -Comment tu as fait pour réaliser ce schéma ici ?
1373
- 1374 -Déjà j'ai écrit...J'ai écrit là que ça avait... du coup on avait le résultat, donc j'ai écrit 40
1375 dans le haut et pour arriver jusqu'à 40 avec des 5, beh du coup, j'ai mis plusieurs 5 et
1376 après j'ai compté et ça m'a donné 9. Du coup, j'ai....Du coup, après, ça m'a....donné..
- 1377 -D'accord. À ton avis, est ce que tu peux me dire, une fois que tu as fait ce schéma, à
1378 quelle opération est-ce que elle peut..il peut correspondre ce schéma ?
- 1379 -Euh... $40 / 5$?
- 1380 -Comment tu sais que c'est $40 / 5$?
- 1381 -Euh...(silence) Parce que 40×5 ça aurait pas donné le numéro 9, ça aurait donné un
1382 nombre plus grand.
- 1383 -D'accord d'accord, très bien et bien écoute, je te remercie beaucoup.

Elève E11C2-S5

1384 -Alors, comme la dernière fois E11C2-S5, je vais enregistrer ce qu'on va se dire pour
1385 que tu puisses m'expliquer ce que tu as..., ce que tu as pensé, ce que tu as fait, et
1386 comment tu as fait surtout les problèmes que la maîtresse t'a proposés tout à l'heure.
1387 Alors dans le problème 1, je vois que tu m'as écrit $5 \times 9 = 45$, est-ce que tu peux
1388 m'expliquer comment tu as fait pour trouver qu'il fallait faire $5 \times 9 = 45$.

1389 -Mais parce que en fait comme on avait 5 amis qui avaient une boîte de 45 chocolats
1390 qu'ils en ont tous pris le même, chacun, du coup j'ai eu l'idée de faire l'opération $5 \times 9 =$
1391 45 . Comme ça, je savais qu'il prenait tous 9 chocolats parce que c'était comme une
1392 division à trou, c'était comme une multiplication à trou. Enfin, c'était comme une
1393 division. Du coup que j'ai posée en multiplication, mais je voulais pas trop faire une
1394 division. De base je voulais faire une multiplication normale.

1395 -Alors pourquoi tu préfères faire une multiplication normale comme tu dis plutôt qu'une
1396 division ?

1397 -Parce que les division, comme on commence à peine à les apprendre j'avais un peu de
1398 mal et je voulais pas trop me lancer dessus.

1399 -D'accord, OK je comprends mais y a pas de problème. Dans le 2^{ème}, tu me proposes 300
1400 $\times 5$ c'est pareil, est-ce que tu peux m'expliquer comment tu as fait pour...

1401 -Bah comme elle faisait le tour de son jardin et qu'elle a effectué 5 tours de 300.. de 300
1402 m, en fait, j'ai eu l'idée de faire d'abord $300 / 5 = 60$, sauf que maîtresse, elle m'avait dit
1403 de me relire. Du coup j'ai eu l'idée de faire 300×5 , ce qui allait faire 1500 et du coup
1404 j'ai dit qu'elle allait parcourir 1500 km.

1405 -Alors, comment tu es passé de $5 / 300$ à 300×5 ?

1406 -Mais parce que en fait comme la multiplication, c'est exactement pareil que la division,
1407 ben j'ai plutôt eu l'idée de faire... J'ai plutôt eu l'idée de faire une multiplication.

1408 -D'accord et dans le dernier, tu me proposes $5 \times 8 = 40$, est-ce que tu peux m'expliquer
1409 comment tu as fait ?

1410 -Parce que en fait, comme il a donné 40 minutes, il fallait forcément trouver une
1411 opération, une division qui allait faire 40 et du coup, comme j'ai eu l'idée, car comme
1412 sur le premier, pour avoir $5 \times 9 = 45$ pour qu'ils aient tous le même chocolat, beh là je
1413 fais $5 \times 8 = 40$ pour que elle... en fait on sache quel nombre... combien d'exercices elle
1414 a fait en 5 minutes et du coup, elle en a fait 8.

1415 -D'accord, et là tu viens de me dire que tu as pensé qu'il fallait faire une division, que tu
1416 as transformé après en multiplication à trous et comment tu as su qu'il fallait faire une
1417 division là dans le dernier ?

1418 -Ben parce que en fait comme.. enfin.. c'est pas du tout une division ça ... c'est plutôt...

- 1419 Enfin, comme sur le premier de base, je voulais pas faire une division, je voulais faire
1420 une multiplication normale.
- 1421 -D'accord et donc dans la division c'est de poser le calcul qui te pose problème, c'est
1422 pour ça que tu n'as pas voulu faire une division.
- 1423 -Oui.
- 1424 -D'accord.
- 1425 -Comme j'apprends à peine et que du coup ça me fait..
- 1426 -D'accord y a pas de problème. Ben écoute je te remercie.

Elève E12C2-S5

- 1427 -Installe-toi. Comme la dernière fois, tu vas m'expliquer un petit peu comment tu as fait
1428 pour résoudre les problèmes que je t'ai proposés, d'accord ? Alors dans le problème 1,
1429 est-ce que tu peux m'expliquer, je vois que tu as fait $5 \times 8 = 40$, $5 \times 9 = 45$ et là 5 je
1430 pense une division $5 / 5$.
- 1431 -Non c'est ...En fait, je voulais pas faire ça parce que...
- 1432 -Alors, dis-moi.
- 1433 -En fait je voulais faire $45 / 5$ mais là j'étais là : non, ça va pas marcher puisque...Enfin,
1434 je.. je sais pas pourquoi je fais ça, mais j'ai préféré passer par la multiplication parce que
1435 y avait 45 et $5 \times 9 = 45$. Du coup, eh beh.. ça m'a beaucoup aidé.
- 1436 -D'accord. Et pourquoi tu as pensé que la division elle irait pas ?
- 1437 -Parce que je me suis dit : Ah oui, ça va être plus facile de faire la multiplication.
- 1438 -D'accord parce qu'en fait, c'est une multiplication à trous que tu as faite. Tu as fait 5
1439 « fois » quelque chose égale 45. Donc, c'était plus facile pour toi la multiplication que la
1440 division. Et comment tu as su alors qu'il fallait faire 5 « fois » quelque chose égale 45.
- 1441 -Parce que moi je connais par cœur ma table de 5.
- 1442 -D'accord, ça, c'est pour le résultat. Mais qu'est ce qui t'a fait penser à faire le « fois »,
1443 l'opération, la multiplication ?
- 1444 -Beh parce que 45 , et beh je me suis dit : Ah oui, 5×9 , c'est égal à 45. Du coups, j'ai
1445 fait 5×9 et en fait j'avais fait 5×8 mais je me suis.. je me suis dit : Ah oui je me suis
1446 trompé, du coup je vais faire $5 \times 9 = 45$ et après j'ai trouvé ça et j'ai... j'ai marqué et
1447 voilà.
- 1448 -D'accord, alors dans le deuxième, tu me proposes 5×300 aussi.
- 1449 -Oui.
- 1450 -D'accord. Est-ce que tu peux me dire comment tu as fait pour trouver qu'il fallait faire
1451 une multiplication 5×300 ?
- 1452 -Beh puisque le problème, c'est pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en
1453 faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300m. Et du coup, là,
1454 je me suis dit : Ah ouais, elle a fait 5 tours, donc $5 \times$.., 5×300 enfin le ..quand elle fait
1455 le tour ça fait 300 m. Et du coup bah je... me suis dit : Ah oui, elle a fait 5 tours, donc 1,
1456 enfin 1, 2, 3 je et voilà jusqu'à 5.
- 1457 -Jusqu'à 5, d'accord. Et donc dans le dernier exercice, tu me proposes alors, qu'est-ce
1458 que c'est là, qu'est-ce que tu as écrit ? 5 « fois »..

1459 -Non parce que.. non..., c'est parce que j'étais là ... et en fait c'est pareil que la division
1460 que j'avais fait avant.

1461 -Oui.

1462 -Et en fait, je me suis trompé, mais en fait, je m'étais pas trompé.

1463 -Alors pourquoi tu penses que tu t'es trompé sur le coup et que après tu penses que tu ne
1464 t'es pas trompé ?

1465 -Ben parce que 5 « fois », 5 « fois » et moi j'aurais dû.., j'avais fait ça. 5 « fois », et
1466 après moi, j'avais.., j'avais dit : Ah ouais et du coup, et ben après j'ai dit : Ah oui 5 X 8.

1467 -Ah d'accord. Alors si je comprends bien, tu avais commencé par écrire 5 « fois »
1468 quelque chose, tu t'es dit : oh non et puis finalement tu as écrit $5 \times 8 = 40$ et tu t'ai dis :
1469 Oh oui.

1470 -Hum.

1471 -D'accord. Alors pour le problème 1 et le problème 3, tu as fait à chaque fois 5 « fois »
1472 quelque chose.

1473 -Oui parce que j'aime bien passer par la multiplication.

1474 -D'accord, et comment tu as su pour le problème 1 et le problème 3 qu'il fallait passer
1475 par la multiplication comme tu dis.

1476 -Beh, parce que... en fait je sais pas comment dire.

1477 -Est-ce que c'est quelque chose de l'énoncé ou ça t'es venu comme ça ?

1478 -Ça m'est venu comme ça, mais je sais pas l'expliquer.

1479 -D'accord, c'est pas grave. Bon je te laisse, je vois qu'il est midi et que tu manges à la
1480 maison.

ANNEXE 18 : Catégorisation des éléments des verbatims anonymisés des entretiens des élèves de la classe 2 Séance 5
(La légende utilisée est la même que dans l'annexe 10)

Problème 1 : Problème de division partition			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Eléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E7C2-S5			
Reconstruction <i>PARTIELLE</i> de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police bleu-ciel	-Parce que maîtresse, elle dit que quand on a la réponse, il faut trouver une...quand c'est la division, c'est...c'est moins, et quand c'est la soustraction, la multiplication, c'est plus. Là, on a trouvé la y a la réponse, y a 45 chocolats, mais ce qu'on veut trouver c'est combien elle va prendre, quand on a., on va distribuer de... de chocolats à nos amis, nos 5 amis. -C : <i>Donc tu penses qu'on va distribuer plus de chocolats puisque tu m'as dit que quand on faisait un « fois », c'était.. c'était un nombre plus grand.</i> -Oui.	L'élève E7C2-S5 a construit une représentation partielle et fragile de la situation. En effet, au départ elle qualifie correctement le nombre 45 comme 45 chocolats puis la qualification devient incorrecte puisque le 45 se rapporte aux amis. Par ailleurs, elle ne réalise pas de contrôle sémantique : elle a identifié le partage puisqu'il « distribuer » aux amis, mais a associé cette notion à une multiplication.
	Police marron	-Là, je... je sais pas combien de ronds, j'en ai fait plusieurs mais je sais pas combien il y en a, pour en avoir 45 et pour partager 45 amis dans tous les chocolats.	
Elève 2 : E8C2-S5			
Absence de construction de la représentation de la situation	Police rouge / Police rose	-Parce qu'on peut pas faire « plus ». Du coup bah..j'avais essayé de faire « plus » mais j'arrivais pas. Du coup j'ai fait « moins ». -C : <i>Alors tu arrivais pas à faire 45 + 5 ?</i> -Oui. -C : <i>D'accord, c'est le calcul que tu n'arrivais pas à trouver ?</i> -Oui.	L'élève E8C2-S5 n'a pas construit de représentation de la situation. En effet, elle parvient à qualifier les nombres 45 et 5 mais elle n'a pas associé le partage de tous les chocolats entre les 5 amis. Dans sa représentation, chacun ami prend un chocolat et il faut chercher les chocolats restants. La soustraction proposée est cohérente avec ce schéma mental. Malgré les

	<p><i>-C : Et pourquoi tu as fait un « moins » ?</i></p> <p><i>-Bah...(silence)</i></p> <p><i>-C : Alors on va s'aider du schéma que tu as fait à côté. Je vois que tu as fait des colonnes, est-ce que tu peux me dire à quoi correspondent les colonnes ?</i></p> <p><i>-Bah je voulais faire..., j'avais fait 45 chocolats et je voulais.... et j'ai barré les.... J'en ai barré 5...Et euh..</i></p> <p><i>-C : Alors, pourquoi tu en as barré 5 ?</i></p> <p><i>-Parce qu'il y avait 5 amis, donc je me suis dit que c'était peut-être pour ça.</i></p> <p><i>-C : D'accord, et donc ça voulait dire que 5 amis prenaient chacun un chocolat ? D'accord et donc tous les chocolats que tu n'as pas barrés, tous les ronds que tu n'as pas barrés, c'est les chocolats que les amis n'ont pas pris.</i></p> <p><i>-Oui.</i></p> <p><i>-C : D'accord. Donc qu'est-ce que tu cherchais à calculer, enfin, à représenter avec ton schéma ?</i></p> <p><i>-Bah je voulais voir du coup s'il y avait le résultat.</i></p> <p><i>-C : Donc des 45 chocolats tu as enlevé 5 pour que les amis en prennent un et tu cherchais combien il reste de chocolats ?</i></p> <p><i>-(Hochement de tête positif).</i></p> <p><i>-C : Mais d'après l'énoncé à ton avis dans la boîte, est-ce-qu'il reste des chocolats ?</i></p> <p><i>-Bah oui !</i></p> <p><i>-C : Oui, qu'est-ce qui te fait penser dans l'énoncé qu'il reste des chocolats ?</i></p> <p><i>-Bah parce que là j'en ai que j'ai pas barré.</i></p> <p><i>-C : Alors ça c'est le dessin, mais dans l'énoncé regarde on te dit, 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats que tu as dessinés et ils</i></p>	<p>questions posées lors de l'entretien, sa représentation n'évolue pas. Un élément explicatif pourrait se trouver dans le fait qu'elle a surligné dans l'énoncé uniquement « 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats ». Elle n'a pas pris en compte la notion de notion complet précisé dans la suite de l'énoncé.</p>
--	---	--

		<p><i>ont tous pris le même nombre de chocolats. Et la question c'est combien de chocolats chacun a-t-il pris ?</i></p> <p><i>-(silence)</i></p> <p><i>-C : Alors est-ce que dans la boîte, il reste des chocolats ?</i></p> <p><i>-Euh Non ? (silence)</i></p> <p><i>-C : Est-ce que tu penses grâce à l'énoncé que tous les chocolats ont été pris, ou est-ce qu'il en reste des chocolats ?</i></p> <p><i>-Bah y en a..., il en reste.</i></p> <p><i>-C : Il en reste des chocolats ? Donc s'il en reste c'est pour ça que tu as fait le moins pour calculer le nombre de chocolats qu'il reste ?</i></p> <p><i>-Oui.</i></p>	
Elève 3 : E9C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	<p>Surligné bleu /</p> <p>Surligné jaune</p> <p>Police rose</p>	<p>je l'ai barré parce qu'en fait j'ai trouvé que ça serait plus simple de faire une division parce que j'avais trouvé le nombre 45 « fois » quelque chose égale 5. J'avais trouvé et du coup je trouvais que c'était pas le bon résultat alors ça m'a..., je l'ai barré.</p> <p>-Parce que je savais que 5 X 9 ça faisait 45 et que ça faisait pas ça.</p> <p>-Non, là y en a 45 et je voulais en fait que 5 amis, il en a 45.</p>	<p>L'élève E9C2-S5 a réalisé un contrôle pragmatique qui lui a permis de faire évoluer sa représentation initiale. En effet, initialement elle avait inféré le champ multiplicatif et avait réalisé une multiplication. Cependant elle s'est rendu compte « que c'était pas le bon résultat » du fait de son incohérence. En effet son schéma et son propos montrent qu'elle a parfaitement qualifié les nombres 5 et 45, sachant ainsi qu'on ne peut avoir obtenu un nombre plus grand que 45. Le contrôle sémantique qu'elle réalise lui a permis ensuite de mettre en lien la division avec l'opération à trous « 45 « fois » quelque chose égale 45 ».</p>
Elève 4 : E10C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles	<p>Surligné vert</p>	<p>-Parce que du coup.. j'ai surligné 5 amis et 45 chocolats. Parce que du coup pour .. Parce que du coup, on veut savoir combien les 5 amis ont de chocolats, chacun. Du</p>	<p>L'élève E10C2-S5 a inféré directement le champ conceptuel multiplicatif et construit une représentation correcte de la situation qu'elle reformule.</p>

mentaux		<p>coup... du coup, j'ai surligné ça pour pour que ...après je vais mettre le 5 là et du coup, j'ai surligné aussi 45 chocolats parce que c'est pour savoir le résultat que je... que j'aurai. Du coup, j'ai... j'ai fait 5 de 5 amis, j'ai fait « fois », du coup j'ai fait une opération à trous, j'ai mis le résultat là. Et du coup, j'ai... puisque dans la table de 5 pour 45, c'est 9. Du coup j'ai écrit 9 et euh..du coup j'ai fait ma réponse.</p>	<p>Cependant elle sollicite l'opération non experte, la multiplication à trous. Elle ne réalise pas de contrôle sémantique pour valider le choix de son opération. Il est possible que les compétences liées à la division ne soient pas suffisamment consolidées pour permettre ce contrôle.</p>
Elève 5 : E11C2-S5			
<p>Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma</p>	<p>Surligné rose</p>	<p>-Mais parce que en fait comme on avait 5 amis qui avaient une boîte de 45 chocolats qu'ils en ont tous pris le même, chacun, du coup j'ai eu l'idée de faire l'opération $5 \times 9 = 45$. Comme ça, je savais qu'il prenait tous 9 chocolats parce que c'était comme une division à trou, c'était comme une multiplication à trou. Enfin, c'était comme une division. Du coup que j'ai posée en multiplication, mais je voulais pas trop faire une division. De base je voulais faire une multiplication normale.</p>	<p>L'élève E11C2-S5 a inféré l'opération experte directement. Il précise en effet que « c'était comme une division ». Il n'a cependant pas proposé l'opération experte car il ne maîtrise pas pleinement le calcul posé puisqu'il « commence à peine à les apprendre » et a préféré utilisée la multiplication à trous correspondante.</p>
Elève 6 : E12C2-S5			
<p>Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma</p>	<p>Surligné rose</p>	<p>-En fait je voulais faire $45 / 5$ mais là j'étais là : non, ça va pas marcher puisque...Enfin, je.. je sais pas pourquoi je fais ça, mais j'ai préféré passer par la multiplication parce que y avait 45 et $5 \times 9 = 45$. Du coup, eh beh.. ça m'a beaucoup aidé. -Beh, parce que... en fait je sais pas comment dire. -Ça m'est venu comme ça, mais je sais pas l'expliquer.</p>	<p>L'élève E12C2-S5 indique qu'il ne sait « pas pourquoi » il a choisi la division. Ceci montre qu'il a activé les schémas de problèmes. Cependant, il semble que la maîtrise partielle de la technique opératoire de la division lui fasse préférer la multiplication à trous correspondante.</p>

Problème 2 : Problème multiplicatif			
Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E7C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police rose	-Parce que y a le nombre... 5 tours et de 300 m, alors il y a le nombre, mais il n'y a pas... combien Lilou a-t-elle parcouru, quelle distance.	L'élève E7C2-S5 a inféré le champ conceptuel multiplicatif en utilisant le contexte. Elle qualifie parfaitement les données de l'énoncé ainsi la grandeur cherchée. Pour choisir l'opération, elle s'appuie sur la relation entre chercher un nombre plus grand et la multiplication.
	Surligné bleu	-C'est pareil maîtresse elle m'a dit avant de faire celui-là et que je commence celui-là, elle m'a dit de faire un..., de souligner pareil et j'ai...et j'ai....et Maîtresse elle m'a dit de.. parce que les nombres plus grands, quand on a notre résultat, enfin un nombre plus grand, du coup plus grand c'est la multiplication.	
	Surligné vert	-Parce que y a 5 tours et de 300 m.	
Elève 2 : E8C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police verte	-Ben parce que... il y avait marqué « pour préparer le cross Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin » et je me suis dis que c'est un peu « plus ». Du coup, j'ai fait $300 + 300 + 300..$ -Parce que y a marqué : « quelle distance Lilou a-t-elle parcouru » et qu'elle a effectué 5 tours de 300 m.	L'élève E8C2-S5 a construit une représentation mentale correcte. Cependant, elle n'infère pas le champ multiplicatif et reste dans le champs additif. Ses connaissances mathématiques ne lui permettent pas de relier l'addition itérée à la multiplication.
Elève 3 : E9C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné bleu	-Au début je pensais pas....enfin, je me disais que ça devait pas faire le même résultat, mais après je me suis dit que.... Bah faut que j'essaye et je trouvais que c'était....que, en fait, c'était bien ce que j'avais fait. -Bah je me suis dit de me faire confiance et voilà. C'est la	Initialement l'élève E9C2-S5 a douté de l'opération, pourtant experte, qu'elle avait choisie. Elle s'est appuyée sur un schéma pour conforter son raisonnement. Le réconfort émotionnel apporté par son enseignante qui l'a rassurée en lui disant « de se faire confiance », a sans doute était déterminant dans

		maîtresse qui est venue voir. Voilà.	son choix.
Elève 4 : E10C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Euh .. une division. -Parce que je pensais qu'elle était pas bonne et qu'il fallait pas faire comme ça du coup... Du coup, j'ai essayé avec une..., une un « fois » mais j'ai plus vite....réussi, enfin j'ai plus vite trouvé le résultat.	L'élève E10C2-S5 a inféré dès le départ le champ conceptuel multiplicatif mais initialement choisi la division pour opération. Elle s'est ravisée pour deux raisons. D'une part elle pensait « qu'il fallait pas faire comme ça » sans spécifier les contrôles réalisés. D'autre part, elle précise que le choix d'abandonner la division est lié à la difficulté qu'elle rencontre a effectué le calcul posé.
Elève 5 : E11C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	Bah comme elle faisait le tour de son jardin et qu'elle a effectué 5 tours de 300.. de 300 m, en fait, j'ai eu l'idée de faire d'abord $300 / 5 = 60$, sauf que maîtresse, elle m'avait dit de me relire. Du coup j'ai eu l'idée de faire 300×5 , ce qui allait faire 1500 et du coup j'ai dit qu'elle allait parcourir 1500 km.	L'élève E11C2-S5 a inférer directement le champ multiplicatif et propose initialement une division. Il met en place un contrôle sémantique en place sur l'invitation à se « relire » de sa maîtresse. A ce moment, ses connaissances sur les liens entre la multiplication et la division qui sont « exactement pareils » lui permettent de proposer l'opération experte.
	Surligné bleu	-Mais parce que en fait comme la multiplication, c'est exactement pareil que la division, ben j'ai plutôt eu l'idée de faire... J'ai plutôt eu l'idée de faire une multiplication.	
Elève 6 : E12C2-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes-	Surligné rose	-Beh puisque le problème, c'est pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300m. Et	L'élève E12C2-S5 infère directement l'opération exacte à partir du contexte. Il n'a pas eu besoin de réfléchir puisqu'il s'est dit «Ah ouais, elle fait 5 tours,

Théorie du schéma	<p>du coup, là, je me suis dit : Ah ouais, elle a fait 5 tours, donc 5X., 5 X 300 enfin le ..quand elle fait le tour ça fait 300 m. Et du coup bah je me suis dit : Ah oui, elle a fait 5 tours, donc 1, enfin 1 2, 3, je... et voilà jusqu'à 5.</p>	<p>donc 5 X 300 ».</p>
-------------------	--	------------------------

Problème 3 : Problème de division quotient

Processus cognitif mis en jeu	Codage	Éléments des verbatims	Analyse
Elève 1 : E7C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Police rose	<p>-En 45 Minutes, combien d'exercices va faire en 45 minutes, en 40 minutes.</p> <p>-Les combien d'exercices Samia a fait.</p> <p>-Oui, parce que....Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de mathématiques, Samia met 5 minutes, du coup 40 « plus », « fois » 5, je sais pas combien ça fait..</p>	<p>L'élève E7C2-S5 qualifie parfaitement les données de l'énoncé ainsi que ce qu'on cherche. Elle a inféré le champ conceptuel puisqu'elle propose une multiplication mais sans pouvoir en donner le résultat correct. Je le lui donne au cours de l'entretien et elle utilise le contrôle pragmatique et se rend compte de l'incohérence de son résultat. Elle parvient ainsi à modifier sa représentation pour aboutir à la division. C'est également grâce à ce contrôle pragmatique qu'elle avait initialement proposé au hasard la réponse « 4 exercices » car « on peut faire en 40 minutes 4 exercices ».</p>
	Surligné jaune / Surligné vert	<p>-C : Oui, peu importe le résultat, ça fait 200. Est-ce qu'on peut faire 200 exercices selon toi en 40 minutes ?</p> <p>-Non. On peut pas faire ça.</p> <p>-Faut faire moins.</p> <p>-Parce que là, si on fait 200 exercices, ça peut., on peut pas. Et si on fait moins 40, 39, 38, 37, 36, 35, là, ça se peut.</p> <p>-C : Là ça se peut ? On peut faire 35 exercices en 40 minutes ?</p> <p>-Euh, non, non.. AH ! On va diviser alors !</p> <p>-Division, là on a pas le nombre total en fait. On a....combien de minutes, on a 40 minutes, du coup il faut faire une division.</p> <p>-Ça se peut, on peut en faire 40 minutes, 4 exercices.</p>	
Elève 2 : E8C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné jaune / Surligné vert / Surligné	<p>-Parce que vous citez comme... un partage parce que il a dit..., euh oui, il a dit qu'il donne 40 minutes pour faire des exer., des exercices de mathématiques et Samia met 5 minutes. Donc bah, j'ai voulu calculer les deux là et je me dis que c'était un « plus ».</p>	<p>L'élève E8C2-S5 parvient à inférer le champ conceptuel grâce au contexte car elle a identifié qu'il s'agit qu'un « partage ». Cependant, elle ne parvient pas à choisir l'opération correspondante. Elle avait commencé par écrire une addition qu'elle a ensuite rayé</p>

	bleu / Police rose	<p>-C : Alors oui et tu l'as barré et tu viens de me dire que c'est un partage. Si c'est un partage, est-ce que l'opération c'est un « plus » ?</p> <p>-Euh, non</p> <p>-Bah parce que ici j'avais pas réussi. Du coup je me suis dit qu'avec une division bah j'ai réussi.</p> <p>-C : Peut être que.... qu'est-ce qu'on... à ton avis, qu'est ce qu'on cherchait dans le dans l'énoncé numéro 3 ?</p> <p>-Que...Combien d'exercices Samia a fait en 40 minutes ?</p> <p>-C : Et est ce que tu crois qu'on peut faire 45 exercices en 40 minutes ?</p> <p>-Hmm, Non.</p> <p>-C : Tu as dis tout à l'heure que c'était un partage. Donc si c'est un partage à ton avis, d'après ce que t'as appris avec ta maîtresse, c'est quelle opération qu'on doit faire ?</p> <p>-La division</p>	<p>au profit d'un division. Elle utilise le contrôle sémantique u cours de l'entretien pour justifier l'utilisation de la division mais son affirmation reste fragile. Lors de l'entretien, en utilisant le résultat qu'elle avait initialement proposé, elle parvient à qualifier correctement ce qu'on chercher et également à concevoir que la division est bien l'opération à mettre en œuvre ici.</p>
Elève 3 : E9C2-S5			
<p>Activation spontanée des schémas- Théorie du schéma</p>	<p>Surligné rose</p> <p>Surligné bleu /</p> <p>Surligné marron</p>	<p>-Quand ils ont dit euh..(silence, relecture de l'énoncé). C'est combien d'exer., non c'est ça. Enfin, ça m'est venu comme ça.</p> <p>-Euh...C'est que je sais combien donc j'ai..., j'ai essayé de trouver combien ...5, combien de paquets de 5 égale 40. Et je sais que dans la table de cinq $5 \times 8 = 40$ et du coup j'ai trouvé.</p>	<p>L'élève E9C2-S5 mobilise les schémas de problème même si elle n'associe pas directement l'opération experte. En effet, après plusieurs phase de silence, elle précise que « ça lui est venu comme ça ». Elle mobilise ses connaissances mathématiques pour expliquer sa démarche : « combien de paquet de 5 égale 40 » qui correspond à la division cherché. A ce moment il apparaît que ses connaissances relatives à la division ne soient pas suffisante pour formuler l'opération experte. Elle utilise la multiplication correspondante.</p>

Elève 4 : E10C2-S5			
Reconstruction de la situation -Théorie des modèles mentaux	Surligné vert	-Déjà j'ai écrit...J'ai écrit là que ça avait... du coup on avait le résultat, donc j'ai écrit 40 dans le haut et pour arriver jusqu'à 40 avec des 5, beh du coup, j'ai mis plusieurs 5 et après j'ai compté et ça m'a donné 9. Du coup, j'ai....Du coup, après, ça m'a....donné... -Euh... 40 / 5 ?	L'élève E10C2-S5 a construit sa représentation pas à pas en s'appuyant sur un schéma. Au cours de l'entretien, elle indique la division correspondante. Elle exclut la multiplication en réalisant un contrôle pragmatique de l'ordre de grandeur qu'elle aurait obtenu.
	Surligné jaune	-Euh...(silence) Parce que 40 x 5 ça aurait pas donné le numéro 9, ça aurait donné un nombre plus grand.	
Elève 5 : E11C2-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	-Parce que en fait, comme il a donné 40 minutes, il fallait forcément trouver une opération, une division qui allait faire 40 et du coup, comme j'ai eu l'idée, car comme sur le premier, pour avoir $5 \times 9 = 45$ pour qu'ils aient tous le même chocolat, beh là je fais $5 \times 8 = 40$ pour que elle... en fait on sache quel nombre... combien d'exercices elle a fait en 5 minutes et du coup, elle en a fait 8.	L'élève E11C2-S5 a construit directement une représentation correcte de la situation-problème. Au cours de l'entretien, il précise qu'il ne voulait pas « faire une division » mais « une multiplication normale ». La maîtrise imparfaite de la technique opératoire explique son choix.
Elève 6 : E12C2-S5			
Activation spontanée des schémas de problèmes- Théorie du schéma	Surligné rose	Non parce que.. non..., c'est parce que j'étais là ... et en fait c'est pareil que la division que j'avais fait avant. -Beh, parce que... en fait je sais pas comment dire. -Ça m'est venu comme ça, mais je sais pas l'expliquer.	L'élève E12C2-S5 mobilise les schéma de problème. Il verbalise qu'il faut utiliser une division, mais il préfère mettre en œuvre la multiplication correspondante car il « aime bien passer par la multiplication ».

ANNEXE 19 : Comparaison des analyses des verbatims des élèves de la classe 2

Les tableaux ci-dessous présentent la répartition des élèves en fonction des processus cognitifs mis en jeu lors des deux séances d'évaluation.

1. Problèmes multiplicatifs

Processus cognitif mis en jeu	Séance 1	Séance 5
Absence de réponse	E7C2 E8C2 E9C2	
Absence de construction de la situation		
Reconstruction partielle de la situation-Théorie des modèles mentaux		
Reconstruction de la situation-Théorie des modèles mentaux	E10C2	E7C2 E8C2 E9C2 E10C2 E11C2
Activation spontanée des schémas de problèmes - Théorie des schémas	E11C2 E12C2	E12C2

2. Problèmes de division partition

Processus cognitif mis en jeu	Séance 1	Séance 5
Absence de réponse	E7C2 E8C2	
Absence de construction de la situation	E9C2	E8C2
Reconstruction partielle de la situation-Théorie des modèles mentaux	E11C2	E7C2
Reconstruction de la situation-Théorie des modèles mentaux	E10C2	E9C2 E10C2
Activation spontanée des schémas de problèmes - Théorie des schémas	E12C2	E12C2 E11C2

3. Problèmes de division quotition

Processus cognitif mis en jeu	Séance 1	Séance 5
Absence de réponse		
Absence de construction de la situation		
Reconstruction partielle de la situation-Théorie des modèles mentaux	E7C2 E9C2	
Reconstruction de la situation-Théorie des modèles mentaux	E8C2 E10C2 E11C2 E12C2	E7C2 E8C2 E10C2
Activation spontanée des schémas de problèmes - Théorie des schémas		E9C2 E11C2 E12C2

ANNEXE 19 : Exemples de productions écrites d'élèves

Problème 1 : Le professeur de musique dispose de 60 euros pour acheter des CD qui coûtent 4 euros chacun.

Combien de CD le professeur de musique peut-il acheter ?

Il va pouvoir acheter 14 CD

$$\begin{array}{l}
 60 - 4 = 56 \\
 56 - 4 = 52 \\
 52 - 4 = 48 \\
 48 - 4 = 44 \\
 44 - 4 = 40 \\
 40 - 4 = 36 \\
 36 - 4 = 32 \\
 32 - 4 = 28 \\
 28 - 4 = 24 \\
 24 - 4 = 20 \\
 20 - 4 = 16 \\
 16 - 4 = 12 \\
 12 - 4 = 8 \\
 8 - 4 = 4 \\
 4 - 4 = 0
 \end{array}$$

Problème 2 : Au mois de juillet, Lili a récolté 75 kg de courgettes qu'elle a rangées dans 15 cagettes. Chaque cagette pèse le même poids de courgette.

Quel poids de courgette chaque cagette contient-elle ?

$$75 \div 15 = 5$$

$$15 \times ? = 75 =$$

$$10 \times$$

Problème 3 : À l'école des Rosiers, la directrice commande des fichiers de mathématiques à 7 euros pièce. Elle en commande 48.

Combien la directrice devra-t-elle payer ?

$$7 \times 48 = 102 + 144 = 246 \text{€}$$

$$4 \times 48 = 102 +$$

$$3 \times 48 = 144$$

Elle va devoir payer 246€

Problème sq 4 CM1 évaluation diagnostique

Problème 1 : Le professeur de musique dispose de **60 euros** pour acheter des CD qui **coûtent 4 euros** chacun.

Combien de CD le professeur de musique peut-il **acheter** ?

Il peut acheter 15 CD avec 60€.

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 16 \\ + 16 \\ \hline 48 \end{array}$$

Problème 2 : Au mois de juillet, Lili a récolté **75 kg** de courgettes qu'elle a rangées dans **15 cagettes**. Chaque cagette pèse le même poids de courgette.

Quel poids de courgette chaque **cagette** contient-elle ?

Chaque cagette contient 5 kg de courgettes.

Problème 3 : À l'école des Rosiers, la directrice commande des fichiers de mathématiques à **7 euros** pièce. Elle en commande **48**.

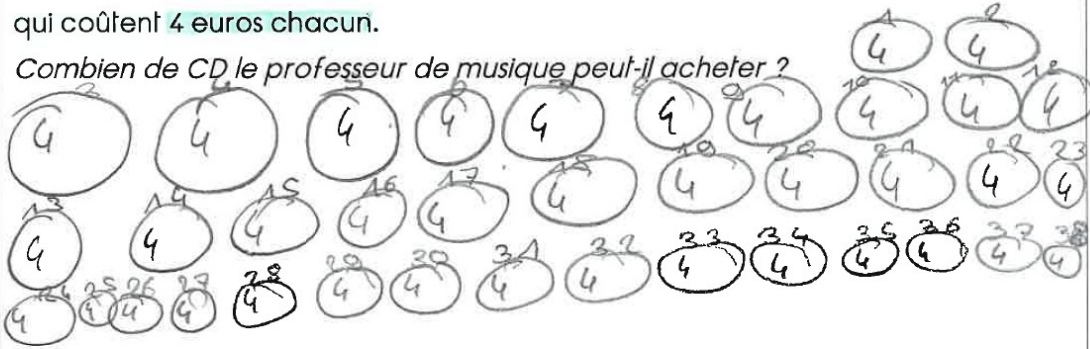
Combien la directrice devra-t-elle **payer** ?

$$\begin{array}{r} 548 \\ \times 7 \\ \hline 336 \end{array}$$

La directrice devra payer 336 €.

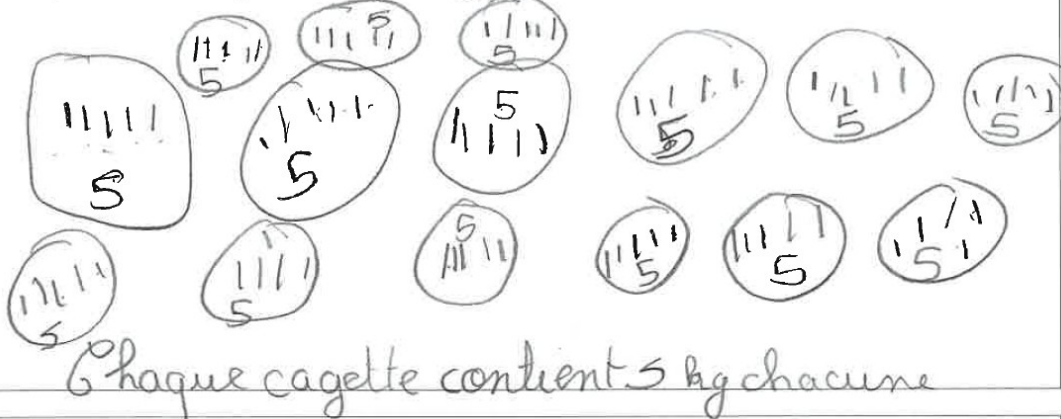
Problème 1 : Le professeur de musique dispose de 60 euros pour acheter des CD qui coûtent 4 euros chacun.

Combien de CD le professeur de musique peut-il acheter ?



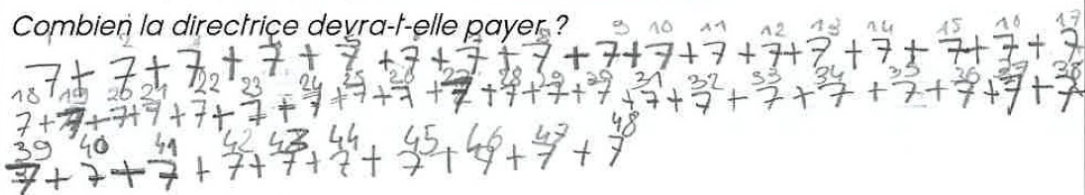
Problème 2 : Au mois de juillet, Lili a récolté 75 kg de courgettes qu'elle a rangées dans 15 cagettes. Chaque cagette pèse le même poids de courgette.

Quel poids de courgette chaque cagette contient-elle ?



Problème 3 : À l'école des Rosiers, la directrice commande des fichiers de mathématiques à 7 euros pièce. Elle en commande 48.

Combien la directrice devra-t-elle payer ?



$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 7 \\ \hline 336 \end{array}$$

Elle devra payer 336 euros

Problème 1 : 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats. Ils ont tous pris le même nombre de chocolats.

Combien chacun a-t-il pris de chocolats ?

$$45 : 5$$

$$45 = (5 \times 9) + 0$$

Il^s ont tous pris 9 chocolats.

Problème 2 : Pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300 mètres.

Quelle distance Lilou a-t-elle parcourue ?

$$5 \times 300_m = 1500_m \quad 5 \times 3 = 15$$



Lilou a parcouru 1500 mètres.

Problème 3 : Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de mathématiques. Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice.

Combien d'exercices Samia va-t-elle faire en 40 minutes ?

$$\underline{40 : 5}$$

$$40 = (5 \times 8) + 0$$

Samia peut faire 8 exercices en 40 minutes.

Problème 1 : 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats. Ils ont tous pris le même nombre de chocolats.

Combien chacun a-t-il pris de chocolats ?

$$45 \div 5 = \cancel{9} \quad \text{39} \quad \text{45}$$



Les 5 amis a chacun 9 chocolats.

Problème 2 : Pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300 mètres.

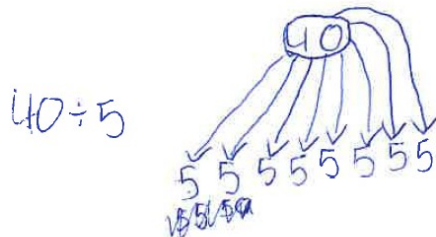
Quelle distance Lilou a-t-elle parcourue ?

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 5 \\ \hline 1500 \end{array}$$

Lilou a parcourue 1500 mètres.

Problème 3 : Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de mathématiques. Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice.

Combien d'exercices Samia va-t-elle faire en 40 minutes ?



Samia ~~va~~ faire 8 exercices.

Problème 1 : 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats. Ils ont tous pris le même nombre de chocolats.

Combien chacun a-t-il pris de chocolats ?

$$45 \div 5 = \cancel{9} \quad \text{39} \quad \text{45}$$



Les 5 amis a chacun 9 chocolats.

Problème 2 : Pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300 mètres.

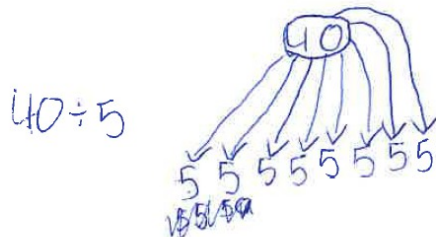
Quelle distance Lilou a-t-elle parcourue ?

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 5 \\ \hline 1500 \end{array}$$

Lilou a parcourue 1500 mètres.

Problème 3 : Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de mathématiques. Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice.

Combien d'exercices Samia va-t-elle faire en 40 minutes ?



Samia ~~va~~ faire 8 exercices.

Problème 1 : 5 amis avaient une boîte de 45 chocolats. Ils ont tous pris le même nombre de chocolats.

Combien chacun a-t-il pris de chocolats ?

$$45 \div 5 = \cancel{9} \quad \text{39} \quad \text{45}$$



Les 5 amis a chacun 9 chocolats.

Problème 2 : Pour préparer le cross de son école, Lilou s'entraîne en faisant le tour de son jardin. Aujourd'hui, elle a effectué 5 tours de 300 mètres.

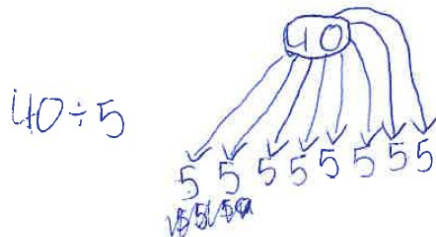
Quelle distance Lilou a-t-elle parcourue ?

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 5 \\ \hline 1500 \end{array}$$

Lilou a parcourue 1500 mètres.

Problème 3 : Le professeur a donné 40 minutes pour faire des exercices de mathématiques. Samia met 5 minutes pour faire chaque exercice.

Combien d'exercices Samia va-t-elle faire en 40 minutes ?



Samia ~~va~~ faire 8 exercices.