MASTER « MÉTIERS DE L'ÉDUCATION, DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA FORMATION »	
Mention	Parcours
Premier degré	M2B

Domaine de recherche : sciences — Centre départemental de Foix

MÉMOIRE

Les obstacles didactiques relatifs à l'enseignement des décimaux

Présenté et soutenu par

Kamal EL BABY

Directeur de mémoire :	**Co-directeur de mémoire :**
Éric LAGUERRE, enseignant chercheur	Jean-François BERGEAUT, enseignant
Membres du jury de soutenance :	
- Éric LAGUERRE, enseignant chercheur - Jean-François BERGEAUT, enseignant	
Soutenu le 23 juin 2016	

Année universitaire 2015-2016

Sommaire

Introduction

« Une dizaine c'est ce qui est rouge » et ***« Une dizaine c'est ce qui vient en premier »*** sont les deux réponses des élèves de CP à la question, « Qu'est-ce qu'une dizaine ? », posée par le maître d'accueil pendant un de mes stages. Les élèves ont été en difficulté face à un exercice nécessitant la maîtrise de leur part de la notion de dizaine. Aucun d'entre eux n'est arrivé à dire que c'est un paquet de 10 unités ou une réponse qui montre l'assimilation de la notion de dizaine. Le maître à fait le choix d'utiliser un fichier qui représente, sur plusieurs pages et dans différents exercices, les dizaines comme dix points encadrés dans un rectangle rouge à gauche, et les unités comme des points à droite de la ou des dizaines. Les choix didactiques de l'enseignant, dans ce cas, sont peut être à l'origine des deux réponses citées, et donc des difficultés que les élèves ont eu.

Cela me rappelle les difficultés que j'avais au primaire par rapport aux nombres décimaux et aux fractions. Des difficultés que j'ai surmontées plus tard sans savoir comment. Néanmoins il me semble que je les ai surmontées au fur et à mesure que l'enseignement que j'avais eu au sujet de ces nombres au primaire s'éloignait. Roditi (2007) a montré que la règle, *« le plus petit nombre est celui dont la partie décimale a le plus de chiffres »*, utilisée par certains élèves pour pallier les erreurs commises à cause de l'autre règle erronée, *« le plus petit nombre est celui dont la partie décimale est la plus petite »*, a tendance à disparaitre chez ceux qui ont quitté l'école.

Aussi mon expérience d'enseignant du primaire pendant dix ans dans mon pays (Maroc), et l'analyse des erreurs commises par mes élèves m'ont appris à mettre en question mes choix didactiques qui, sans doute, ont été plusieurs fois à l'origine des erreurs et des difficultés chez les élèves.

J'ai donc choisi pour mon mémoire de travailler sur la thématique des difficultés, rencontrées par les élèves, relatives à l'enseignement des décimaux. En effet les chercheurs ont montré que ces nombres ne doivent pas être introduits par des situations de conversion d'unités de mesures et de grandeurs et que leur enseignement ne doit plus être indépendant de celui des nombres rationnels. Les programmes français ont évolué dans ce sens puisque les fractions décimales sont introduites avant les nombres décimaux qui sont eux même introduits à partir de ces fractions. Pourtant l’assimilation de ces nombres pose encore des difficultés d’apprentissage persistantes aux élèves, comme le montre les résultats des évaluations nationales (2008, 2010 et 2011 en France) à l’entrée dans l’enseignement secondaire.

Dans un premier temps, je me suis basé sur les résultats des recherches pour conceptualiser ces difficultés d’apprentissages persistantes et j’ai fait des lectures pour savoir quelles sont celles relatives à l’enseignement des nombres décimaux. Ensuite j’ai analysé les instructions officielles de 2008, relatives à l’enseignement des nombres décimaux, et certains manuels d’élève. Enfin, pour voir ce qui se passe pratiquement dans les classes et le comparer au coté théorique, j’ai mis en place un plan d’investigation me permettant de connaitre les différents choix didactiques faits par les enseignants en matière d’enseignement des nombres décimaux et comparer les résultats relatifs aux choix de chaque enseignant.

Cadre théorique

Dans mon introduction j'ai parlé de difficultés d'apprentissage persistantes, Mais dans mes lectures les chercheurs parlent plutôt d'obstacles. J'ai donc cherché une définition à ce concept pour savoir quand est-ce qu'on peut parler d'obstacle au lieu d'une simple difficulté.

A- Les obstacles

D'après A. DUROUX (1982), on peut identifier une liste de conditions pour qu'on puisse parler d'obstacle :

- Un obstacle sera une connaissance, une conception, pas une difficulté ou un manque de connaissance ;
- Cette connaissance produit des réponses adaptées dans un certain contexte, fréquemment rencontré ;
- Mais elle engendre des réponses fausses hors de ce contexte ;
- De plus cette connaissance résiste aux contradictions auxquelles elle est confrontée et à l'établissement d'une connaissance meilleure ;
- Après la prise de conscience de son inexactitude, elle continue à se manifester de façon intempestive et opiniâtre.

Selon Guy Brousseau (1989), « *Fondamentalement cognitifs, les obstacles semblent pouvoir être* ***ONTOGENIQUES, ÉPISTÉMOLOGIQUES, DIDACTIQUES*** *et même* ***CULTURELS*** *selon leur origine et la façon dont ils évoluent.* » [1]

- <u>Obstacles ontogéniques :</u> ils sont liés au développement psychologique de l'individu.
- <u>Obstacles épistémologiques :</u> ils sont historiquement attestés par une réelle difficulté de conceptualisation de la part des mathématiciens. Dans l'enseignement, il y a ceux qui ne sont pas évitables et qui ne doivent pas être ignorés et ceux qui peuvent être contournés.
- <u>Obstacles didactiques :</u> ils sont le résultat d'un enseignement particulier, et peuvent être liés au langage ou à des variables.

[1] Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Construction des savoirs*. Ottawa: CIRADE, 41-63.

C’est donc à ce concept d’obstacle que je vais m’intéresser dans ce mémoire, et plus précisément aux obstacles didactiques relatifs à l’enseignement des nombres décimaux.

B- Les obstacles didactiques et l’enseignement des nombres décimaux

D’après ERMEL, la rupture essentielle entre naturels et décimaux est marquée par les propriétés relatives à l’ordre sur ces nombres, donc à leur comparaison. En effet, l’idée de « successeur » n’a plus de sens. Un naturel a un successeur, alors que cette idée n’a pas de sens sur les décimaux. Aussi les problèmes d’intercalation n’ont pas le même type de solution dans les naturels et dans les décimaux. Entre deux naturels, il y a un nombre fini de naturels, alors qu’entre deux décimaux, il y a une infinité de décimaux. Enfin, les règles de comparaison des décimaux proposées aux élèves sont différentes de celles qui ont été institutionnalisées sur les naturels.

Ces différences fondamentales, entre naturels et décimaux, sont autant de points qui pourraient être à l’origine d’obstacles didactiques relatifs à l’enseignement des décimaux.

D’autre part, les recherches sur les conceptions et les procédures des élèves quant aux nombres décimaux ont montré que certains élèves les considèrent comme une juxtaposition de deux entiers séparés par une virgule. En effet, certain élèves commettent des erreurs du genre 1,24 < 1,167. Grisvard et Léonard (1986) ont montré que d’autres élèves écriraient au contraire que 1,38 > 1,475 en mobilisant une règle implicite selon laquelle la partie décimale et d’autant plus petite que le nombre de ses chiffres est grand. Brousseau (1980) parle des erreurs de calcul du genre 2,3 × 2,3 = 4,9 chez certains élèves qui considèrent les décimaux comme deux entiers séparés par une virgule. ZOOM AVANT n° 11 (Octobre 1978) évoque que lors d’un test passé dans le département de l’Ain par 626 élèves du C.M. 42 % seulement ont intercalé un nombre décimal entre 5,2 et 5,3. Pour les autres élèves ces deux nombres sont deux décimaux consécutifs et ne conçoivent donc pas que l’on puisse intercaler un autre entre eux.

Problématique et questions de recherche

En prenant en compte les difficultés persistantes, relatives aux nombres décimaux, chez les élèves (11ans) montrées par les évaluations nationales à l'entrée dans l'enseignement secondaire. Et d'autre part les types d'erreurs, fréquentes et persistantes, liées aux nombres décimaux que les chercheurs ont relevées chez les élèves. Il me semble que la rupture entre naturels et décimaux ainsi que les résultats des recherches ne sont pas toujours pris en compte par l'enseignement, et plus précisément dans les choix didactiques de l'enseignant. La problématique serait donc :

En quoi, les pratiques enseignantes peuvent-elles générer des obstacles didactiques relatifs à l'enseignement des décimaux ?

Cette problématique donne lieu à des questions de recherches que j'ai regroupées comme suit :

A- Questions liées aux mathématiques

- Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?
- Quelles conceptions les enseignants ont-ils des nombres décimaux ?

B- Questions liées à la didactique

- Y a-t-il des approches de l'introduction des décimaux qui seraient à éviter ?
- Est-ce que certains choix et méthodes d'introduction et d'enseignement des décimaux sont des sources d'obstacles didactiques chez l'élève ?
- Est-ce que les instructions officielles et les commissions d'élaboration des manuels scolaires respectent les résultats des recherches au sujet des nombres décimaux ?
- Comment les enseignants introduisent-ils les nombres décimaux ? À partir de quelles situations ?
- Quelles activités sont proposées par les enseignants pour surmonter les difficultés ?

Méthodologie

A- Recueil de données

Après avoir défini le nombre décimal mathématiquement, mes lectures m'ont permis de faire le point sur les résultats des recherches en liens avec la didactique concernant l'enseignement de ces nombres. Ensuite j'ai analysé les instructions officielles de 2008, relatives à l'enseignement des nombres décimaux, et certains manuels d'élève pour voir s'ils prennent on considération les résultats des recherches.

B- Entretien et analyse de productions d'élèves

Dans un deuxième temps, j'ai fait des entretiens avec quatre enseignants qui ont eu des classes du C.M.1 et C.M.2 pendant, au moins, les deux dernières années scolaires puisque les nombres décimaux sont introduits en C.M.1 et car j'ai voulu que le suivi soit fait avec les élèves du C.M.2. L'objectif étant de savoir les conceptions que ces enseignants ont des nombres décimaux, leurs choix didactiques pour l'introduction et l'enseignement de ces nombres, les difficultés qu'ils constatent chez leurs élèves et les situations mises en place pour les surmonter. Pour cela j'ai posé les questions suivantes aux enseignants :

1- Qu'est-ce qu'un nombre décimale pour vous ?

2- Quelles notions sont nécessaires à l'introduction des décimaux d'après vous ?

3- À partir de quelles situations vous introduisez les décimaux ?

4- Mettez-vous en relation les fractions et les décimaux ? Quand ?

5- Est-ce qu'il vous paraît pertinent d'utiliser des situations de grandeurs et de mesures pour l'introduction des décimaux ? Pourquoi ?

6- Est-ce que vous utilisez un manuel scolaire ? Lequel ?

7- Quelles sont les difficultés concernant les décimaux rencontrées fréquemment par vos élèves ?

8- Quelles en sont les origines selon vous ?

9- Quelles situations proposez-vous pour remédier à ces difficultés ?

10- Des difficultés persistent-elles après la mise en œuvre de ces situations ?

Enfin j'ai proposé aux quatre enseignants des exercices pour leurs élèves du C.M.2. L'analyse des productions des élèves me permettra de vérifier des relations possibles entres certains choix didactiques et des obstacles didactiques liées aux nombres décimaux. Les exercices proposés sont les suivants :

1) Entoure la bonne réponse :

a- Combien y a-t-il de nombres décimaux entre 13,3 et 13,5 ?

Un nombre décimal — Aucun nombre décimal

Plusieurs nombres décimaux

b- Parmi les nombres décimaux suivants, quel est celui qui suit immédiatement 15,7 ?

15,8 — 15,71

2) Calcule sans poser l'opération :

a- $12,57 \times 10 =$ ....

b- $12,57 \times 100 =$ ....

c- $12,57 \times 1000 =$ ....

3) Entoure la bonne réponse :

a- Compare $74 + \frac{3}{100}$ et 74,3 :

$74 + \frac{3}{100}$ est plus grand que 74,3 ; $74 + \frac{3}{100}$ est plus petit que 74,3

$74 + \frac{3}{100}$ est égal à 74,3

b- Trouve une fraction égale à 60,9 :

$\frac{60}{9}$ — $\frac{609}{100}$ — $\frac{609}{10}$

c- Compare (en utilisant les expressions « est plus grand que », « est plus petit que » ou « est égal à ») les nombres décimaux suivants :

15,325 15,7

27,513 27,5

15,07 13,87

25,1..23 unités et 21 dixièmes

4) Calcule mentalement :

a- $2,3 \times 3 =$ ....

b- $3,6 \times 2 =$ ....

c- $5,10 + 5,3 =$ ....

Par ces exercices, je veux vérifier si les élèves ont acquis la notion de la densité de l'ensemble des nombres décimaux (exercice 1), s'ils appliquent la règle du zéro des nombres entiers aux nombres décimaux (exercice 2) et s'ils donnent du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal (exercice 3).

Comme déjà cité, certains élèves conçoivent le nombre décimal comme la juxtaposition de deux entiers séparés par une virgule. L'exercice 4 permettra donc de repérer cet obstacle.

<u>Recueil de données</u>

A- Le nombre décimal

Un nombre est décimal s'il existe un entier b tel que a × 10^{n} = b ; a peut alors s'écrire sous la forme d'une fraction d'entiers dont le dénominateur est une puissance de 10.

a × 10^{n} = b donc a = $\frac{b}{10^{n}}$; $\frac{b}{10^{n}}$ est une fraction décimale.

Exemples :

- $\frac{7}{25}$ est un nombre décimal car il peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale $\frac{28}{100}$;
- $\frac{11}{6}$ n'est pas un nombre décimal. Il ne peut s'écrire sous la forme $\frac{b}{10^{n}}$.

Donc les décimaux sont tout rationnel pouvant s'écrire à l'aide d'une fraction irréductible dont la décomposition en facteurs premiers du dénominateur ne contient que des 2 ou des 5.

Sur ERMEL, édition 2001, page 308, les décimaux sont aussi définis ainsi : « *En fait, seuls les rationnels pouvant s'écrire à l'aide d'une fraction de dénominateur multiple de 2 ou de 5 sont des décimaux.* ».

Cela me semble erroné car $\frac{1}{6}$ n'est pas un nombre décimal même si 6 est multiple de 2, de même $\frac{39}{13}$ est un nombre décimal même si 13 n'est pas multiple de 2 ni de 5.

B- Les apports des chercheurs liés à la didactique des nombres décimaux

Les chercheures ont montré que l'introduction des nombres décimaux par des situations de mesures et de grandeurs, mène certains élèves à considérer ces nombres comme étant deux entiers juxtaposés.

Cette conception est le principal obstacle que pourraient avoir certains élèves quant aux nombres décimaux car elle se traduit par des erreurs de comparaison des décimaux et de calcul. En effet, comme je l'ai déjà cité, certains élèves peuvent écrire 5,42 < 5,267 car pour eux le nombre le plus grand est celui dont la partie décimale comporte le plus de chiffres. D'autres, pour pallier aux erreurs commises à cause de cette règle erronée, écriraient au contraire 1,38 > 1,475 comme l'ont montré Grisvard et Léonard (1981). Aussi Brousseau (1980) montre que certains élèves traitent séparément la partie entière et la partie décimale dans les calculs comme 2,3 × 2,3 = 4,9.

Avant 1980 les nombres décimaux étaient généralement introduits par un codage de mesure de grandeur. C'est C.Comiti et R.Neyret (1979) qui montre les différentes limites de ce choix. Après, pour remédier à cet attachement des nombres décimaux aux entiers et pour leurs donner du sens, les chercheurs ont montré que l'introduction de ces nombres ne doit pas être indépendante des nombres rationnels puisqu'ils doivent être introduits après les fractions et à partir des fractions décimales.

En effet de nombreux chercheurs ont proposé des progressions d'introduction et d'enseignement des décimaux à partir des fractions décimales comme Brousseau (1980) et R.Brissiaud (1999). Ce dernier, en s'appuyant sur les travaux de Brousseau, part du constat que les nombres décimaux doivent être introduits à partir des fractions décimales, ce choix permettra d'associer les décimaux aux fractions décimales et non aux entiers.

R. Brissiaud (1999) accorde une grande importance à l'équivalence entre les fractions représentants une partition de la pluralité et ceux qui correspondent au fractionnement de l'unité. Il préconise de débuter par un conteste de partition de la pluralité pour une meilleure assimilation de cette équivalence. Par exemple 13 tiers évoque une pluralité de quarts d'unité alors que 13 divisé par 3 évoque une pluralité d'unité. Commencer par 13 divisé par 3 permet de donner plus de sens au partage du reste de la division (13/3 = 4 + 1/3).

Une fois l'assimilation de l'équivalence est acquise, les fractions sont travaillées sur des unités de mesure non conventionnelles dans l'objectif de favoriser l'assimilation de fractionnement tout en évitant que les élèvent s'appuient sur leurs pré-acquis (les connaissances relatives aux mesures conventionnelles). Donc c’est après qu’aura lieu le rapprochement avec les mesures traditionnelles.

Dans la mesure où les élèves ont déjà acquis l’écriture sous forme d’addition de la partie entière et la partie fractionnaire (167/10 = 16 + 7/10), et en utilisant la calculatrice, ils vont s’apercevoir que 16,7 est une autre écriture de la fraction décimale 167/10. Enfin il faut oraliser les nombre à virgules en utilisant les termes dixièmes, centièmes et millièmes.

Cet auteur est le seul à avoir met en avant la nécessité de faire le lien entre fractionnement de l’unité et partition de la pluralité. En effet, il me semble très important de prendre cet aspect en considération pour éviter, chez les élèves, ce que Perrin Glorian (1986) nomme une conception « galette » des fractions et des nombres décimaux (certains élèves représentent par exemple 2,3 par une galette circulaire séparé en deux parties par un diamètre horizontal où la partie supérieure est partagée en deux et où la partie inférieure est partagée en trois parts).

Eric Roditi (2007) montre que la capacité à passer d’une représentation des nombres décimaux à une autre et de changer le registre de représentation permet une meilleure assimilation des nombres décimaux qui se traduit par une meilleure capacité à les comparer.

Ce passage par d’autres représentations du nombre décimal, pour une meilleure assimilation, peut aussi être utilisé pour introduire les opérations sur les nombres décimaux.

G. Brousseau (1980) propose une situation pour l’introduction de la soustraction des nombres décimaux qui oblige la majorité des élèves à passer par la représentation des décimaux par des fractions décimales. Dans la situation qu’il propose, un charpentier dispose de sept planches de langueurs différentes (1 m, 1,57 m, 1.1 m, 1,33 m et 0,3 m). Pour faire un support en planche pour un château de 3,2 m, il a pris les planches qui mesurent 1,57 m et 0,3 m. Les élèves doivent trouver la planche qui manque au charpentier. La majorité des élèves procèdent par l’addition à trous et écrivent : 1,57 + 0,3 + $\boxed{1,47}$ = 3,2. Puisque 1,47 ne fait pas partie des langueurs des planches, ils s’aperçoivent qu’il y a une erreur. Donc ils représentent chaque nombre décimal par une fraction décimale et écrivent :

$\frac{157}{100} + \frac{3}{10} + \qquad = \frac{32}{10}$

$\frac{157}{100} + \frac{30}{100} + \frac{133}{100} = \frac{320}{100}$ et $\frac{133}{100} = 1{,}33$

De même pour multiplier des décimaux par 10, par 100 et par 1000 Certains de ces élèves, pour calculer par exemple 1,25 × 10, ont écrit :

$1{,}25 = \frac{125}{100}$

$\frac{125}{100} \times 10 = \frac{1250}{100} = 12{,}50$

Dans la consigne de départ les élèves doivent trouver une technique qui facilitera la multiplication des décimaux par 10, par 100 et par 1000. Ainsi la règle de déplacement de la virgule va être trouvée par les élèves après quelques opérations. Ce qui va leur permettre de donner plus facilement du sens cette règle.

Brousseau montre aussi que certains de ces élèves ont utilisé la transformation des nombres décimaux en fractions décimales pour intercaler un nombre décimal entre deux ou pour le situer sur une droite graduée. Ainsi pour trouver des nombres décimaux entre 0,5 et 0,6 certains élèves ont écrit :

$0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{50}{100}$ et $0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{60}{100}$

Enfin, après l’introduction des nombres décimaux, de leur comparaison, et des opérations sur ces nombres en favorisant le sens, il va falloir un entrainement quotidien qui favorise à la fois les techniques et le sens pour une meilleure automatisation. En effet Brousseau (1987) montre que si un entrainement n’est pas proposé, après une introduction de la comparaison des nombres décimaux favorisant le sens, les élèves seront à chaque fois obligés de passer par les fractions par exemple pour comparer les nombres décimaux.

Pour résumé l’apport des chercheurs pour l’introduction et l’enseignement des nombres décimaux, il me semble qu’il faut retenir les points importants suivant :

Eviter l’introduction des nombres décimaux à partir des situations de conversion d’unités de mesures et de grandeurs, où le nombre décimal est introduit comme un codage de la mesure ou de la grandeur. Car cela pourrait être une source d’obstacles chez l’élève. Surtout concevoir le nombre décimal comme une juxtaposition de deux entiers séparés par virgule.

Introduire plutôt les décimaux après les fractions à partir des fractions décimales.

Favoriser les situations où l’élève peut utiliser le fractionnement de l’unité, mais aussi la partition de la pluralité. Pour pouvoir travailler la décomposition d’une fraction en une somme d’un entier et une fraction inférieur à 1. Ainsi par la suite, une fois la compétence de décomposer la fraction décimale en une somme d’un entier, des dixièmes et des centièmes, l’introduction des décimaux sera mieux assimilée.

Le mieux est d’utiliser des unités de mesure non conventionnelles dans les situations d’introduction. Pour que l’élève n’utilise pas ces pré-requis dans se domaine, et donc comprendre que les entiers ne sont pas suffisants pour résoudre le problème et qu’il faut passer par les fractions.

Il faut continuer à donner du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal lors de l’introduction de la comparaison et des opérations sur les nombres décimaux, en favorisant à chaque introduction une situation sous forme de problème de recherche où l’élève va passer par les fractions décimales par exemple pour donner du sens.

Un entrainement quotidien favorisant à la fois les techniques et le sens est nécessaire.

C- Instructions officielles

Extrait du bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin 2008 :

	Cours moyen première année	**Cours moyen deuxième année**
Nombres et calcule	Fractions - Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le	Fractions - Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.

	vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième. - Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.	- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. - Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.
	Nombres décimaux - Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100ème). - Savoir : les repérer, les placer sur une droite graduée, les comparer, les ranger, et les encadrer par deux nombres entiers consécutifs. - Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.	Nombres décimaux - Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000ème). - Savoir : les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence, les comparer, et les ranger. - Produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001... - Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.
	Calcul Calculer mentalement - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers. - Multiplier mentalement un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000. - Estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat. Effectuer un calcul posé.	Calcul Calculer mentalement - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux. - Diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000. Effectuer un calcul posé - Addition, soustraction, multiplication de deux nombres entiers ou décimaux.

	- Addition et soustraction de deux nombres décimaux. - Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. - Division décimale de deux entiers.	- Division d'un nombre décimal par un nombre entier. - Utiliser sa calculatrice à bon escient.

Donc au regard des programmes, les décimaux sont introduits au CM1 et ne sont pas indépendants des fractions et donc des nombres rationnels puisque ils sont introduits à partir des fractions décimales qui sont introduites avant.

D'autre part, les compétences visés par les programmes dans l'enseignement des décimaux montrent que différents registres de représentation de ces nombres sont pris en compte :

- <u>Registre Symbolique :</u>

Exemples :

$$\begin{cases} 9{,}052 \\ \frac{9052}{1000} \\ 9+\frac{5}{100}+\frac{2}{1000} \end{cases}$$

- <u>Registre graphique :</u>

En effet l'élève va être amené à savoir placer les nombres décimaux sur une droite graduée.

Pour l'élève, il est important de savoir représenter les nombres et de passer d'une représentation à une autre pour la connaissance de la valeur de chacun des chiffres selon sa position : *« La capacité à comparer les nombres n'est donc pas indépendante de la capacité à les représenter et changer de représentation. »*[2]

Or il n'apparait pas dans les programmes l'utilisation de d'autres représentations graphiques comme le carré quadrillé qui peut aussi être une forme graphique de représentation des fractions décimales et donc des décimaux.

[2] Èric Roditi. La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. Anales de didactique et de sciences cognitives, 2007, 12, pp. 55-81.

Aussi il me semble, puisque les décimaux doivent être introduits à partir des fractions décimales, que la compétence d'écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 doit être mise en œuvre au CM1 au lieu du CM2. En effet cette compétence est nécessaire pour l'introduction et l'assimilation des décimaux. Or cette décomposition de la fraction n'est prévue par les programmes qu'en C.M.2.

Par contre, les programmes de 2008 prévoient du calcul mental sur les décimaux qui peut être utilisé comme l'entrainement quotidien préconisé par G. Brousseau (1987) pour travailler les techniques et le sens.

D- Analyse de quelques manuels d'élève :

Dans cette analyse, je me suis intéressé aux différentes progressions proposées par les commissions d'élaboration des manuels d'élève pour l'introduction des nombres décimaux. L'objectif étant de vérifier à quel point les résultats des recherches et les instructions officielles sont-ils respectés.

Dans la mesure où les décimaux sont introduits à partir des fractions décimales, je me suis intéressé aussi aux compétences relatives aux fractions travaillées avant l'introduction des décimaux.

Enfin j'ai choisi un manuel d'élève dont il me semble que la progression proposée est intéressante car les auteurs ont pris en considération les résultats des recherches en matière d'introduction et d'enseignement des nombres décimaux.

Les résultats de cette analyse sont présentés dans le tableau suivant :

Manuel scolaire	Compétences relatives aux fractions travaillées avant l'introduction des décimaux	Situations d'introduction des décimaux	Interprétation
Maths +, CM1	-Nommer les fractions simples en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart et les utiliser dans des cas	Situations de conversion d'unités de mesures	- Aucune utilisation des fractions décimales pour l'introduction des

	simples de partage -Placer des fractions décimales (dixièmes, centièmes) sur des droites graduées et les utiliser dans des cas simples de partage en utilisant des carrés quadrillés		nombres décimaux - L'introduction à partir des situations de mesures risque d'amener certains élèves à les considérer comme une juxtaposition de deux entiers
Outils pour les Maths, CM1	- Lire, écrire et représenter des fractions simples - Placer des fractions sur une droite graduée - Utiliser des fractions dans des situations de partage et de mesures - Connaître les fractions décimales et les placer sur une droite graduée - Les décomposer en somme d'un entier et une fraction inférieure à 1 (dixièmes et centièmes)	Des situations qui permettent l'introduction des nombres décimaux comme une autre représentation des fractions décimales.	- Le travail, fait avant l'introduction, sur la décomposition des fractions décimales en somme d'un entier et une fraction inférieure à 1 (dixièmes et centièmes), facilite l'introduction et l'assimilation des décimaux

Cap Maths, CM1	- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire demi, tiers, quart, dixième, centième - Utiliser ces fractions pour exprimer des longueurs ou des aires - Les placer sur une ligne graduée - Les décomposer en somme d'un entier et une fraction inférieure à 1 (dixièmes et centièmes)	Des situations qui permettent l'introduction des nombres décimaux comme une autre écriture des fractions décimales.	D'abord la révision permet de rappeler aux élèves qu'une fraction décimale peut être décomposée en partie entière additionnée à des dixièmes et des centièmes Ensuite la situation proposée oblige l'élève à chercher une autre écriture de la fraction décimale
J'apprends les maths, CM1	- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire demi, tiers, quart - Comparer des fractions inférieures à l'unité - Additionner des fractions décimales : demi, quart, dixièmes, centièmes - Décomposition de la fraction décimale en somme d'un entier,	- deux situation pour l'introduction des dixièmes puis des centièmes l'élève est mené à réécrire des fractions décimales en utilisant un entier, des dixièmes et des centièmes puis comparer avec l'affichage de la calculatrice en divisant le	Les deux situations me sembles convenables pour l'introduction des décimaux à partir des fractions décimales en s'appuyant sur l'affichage de la calculatrice et la compétence de décomposition des fractions décimales en

	des dixièmes et des centièmes	numérateur et le dénominateur	entier, dixièmes et centièmes
Pour comprendre les Mathématiques, CM1	- Nommer, écrire et utiliser des fractions simples - Placer une fraction sur une droite graduée - Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et des fractions inférieures à 1 - Lire et écrire une fraction décimale - La décomposer en somme d'un entier et des fractions inférieurs à 1 - Savoir utiliser les fractions simples dans des situations de mesures	Introduction du nombre décimale comme étant une autre écriture de la fraction décimale	Le travail sur la décomposition des fractions décimales en somme d'un entier et des fractions inférieures à 1 pour faciliter l'introduction et l'assimilation du nombre décimale comme étant une autre écriture de la fraction décimale
Euro Maths, CM1	- Nommer et écrire les fractions simples : quart, tiers et moitié - Les utiliser dans des partages de longueurs - Utiliser les fractions pour coder des longueurs et des positions de points	Introduction du nombre décimale comme étant une autre écriture de la fraction décimale	Le travail sur la décomposition des fractions décimales en somme d'un entier et des fractions inférieures à 1 me semble susceptible de facilité

	- Utiliser les fractions dans des partages d'aires - Décomposer une fraction en somme d'un entier et des fractions inférieurs à 1 - Placer des fractions sur la droite numérique - Fraction décimale et familiarisation avec l'addition des fractions décimales		l'introduction du nombre décimale comme étant une autre écriture de la fraction décimale
Petit phare Mathématique, CM1	- Nommer les fractions simples et les utiliser lors d'un partage et lors du codage d'une longueur - Lire et représenter une fraction décimale - Repérer et placer une fraction décimale sur une droite graduée	Situation de conversion d'unités de mesures	Utilisation de la monnaie
Au rythme des maths, CM1	- Nommer et utiliser les fractions simples pour représenter un partage - Utiliser les fractions	Situation de conversion d'unités de mesures	Utilisation de la monnaie

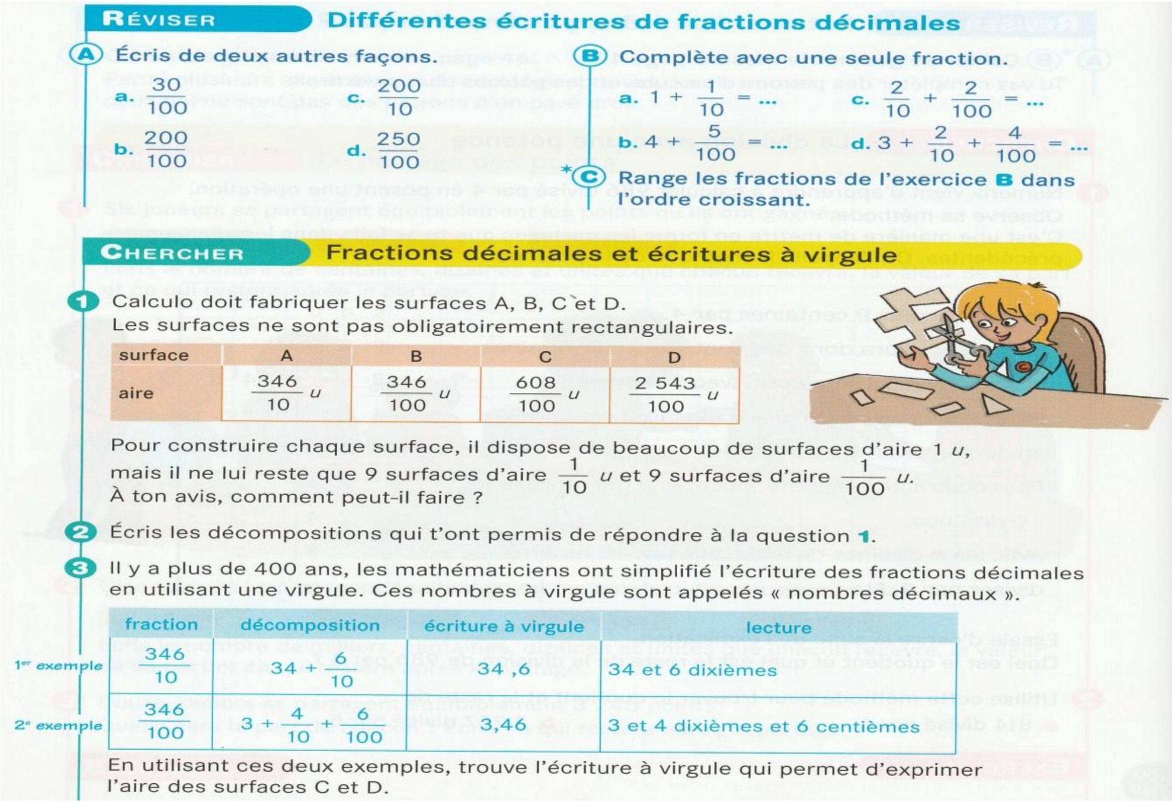
	pour mesurer des longueurs et pour mesurer des aires - Nommer et utiliser des fractions décimales - Placer les fractions décimales sur une droite graduée		
La clé des maths, CM1	- Découvrir les fractions usuelles (demi, tiers et quart) - Les utiliser dans des partages - Comparer des fractions de même dénominateur ou de même numérateur - Pour une fraction trouver une autre écriture fractionnaire - Placer des fractions sur un axe gradué - Décomposer une fraction usuelle en somme d'entier et des fractions inférieures à 1	Situation de conversion d'unités de mesures	Utilisation de la monnaie et des unités de mesure de masses et donc le travail fait sur la décomposition des fractions n'est pas exploité
Maths tout terrain, CM1	- Utiliser les fractions usuelles dans des situations de partage - Utiliser les fractions décimales dans des	Introduction du nombre décimale comme étant une autre écriture de la fraction	Le travail sur la décomposition des fractions décimales en somme d'un entier

	situations de partage - Comparer des fractions de même dénominateur - Décomposer une fraction usuelle en somme d'entier et des fractions inférieures à 1 - Placer des fractions sur une ligne graduée	décimale	et des fractions inférieures à 1 facilitera l'introduction du nombre décimale comme étant une autre écriture de la fraction décimale

Ainsi parmi les dix manuels analysés, quatre introduisent les nombres décimaux à partir de situations de mesures. Les progressions proposées par ces manuels peuvent être regroupé en trois catégories :

Les manuels proposants des situations permettant l'introduction des nombres décimaux à partir des problèmes de recherche qui amènent les élèves à mobiliser leurs compétences relatives aux fractions décimales. Puis à chercher une autre représentation de ces fractions. La présence possible des mesures dans ces problèmes est juste pour donner du sens aux situations. Ces manuels travaillent la compétence de décomposition de la fraction décimale en une addition d'un entier et une fraction décimale inférieure à 1avant l'introduction des décimaux. Pour cette catégorie je donne l'exemple de Cap Math (dont je vais présenter la situation d'introduction des décimaux qu'il propose) et d'Euro Maths.

Voici un extrait de Cap Math :



RÉVISER **Différentes écritures de fractions décimales**

A Écris de deux autres façons.

a. $\frac{30}{100}$ c. $\frac{200}{10}$

b. $\frac{200}{100}$ d. $\frac{250}{100}$

B Complète avec une seule fraction.

a. $1 + \frac{1}{10} = \dots$ c. $\frac{2}{10} + \frac{2}{100} = \dots$

b. $4 + \frac{5}{100} = \dots$ d. $3 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100} = \dots$

***C** Range les fractions de l'exercice **B** dans l'ordre croissant.

CHERCHER **Fractions décimales et écritures à virgule**

1 Calculo doit fabriquer les surfaces A, B, C et D.
Les surfaces ne sont pas obligatoirement rectangulaires.

surface	A	B	C	D
aire	$\frac{346}{10}$ *u*	$\frac{346}{100}$ *u*	$\frac{608}{100}$ *u*	$\frac{2\,543}{100}$ *u*

Pour construire chaque surface, il dispose de beaucoup de surfaces d'aire 1 *u*, mais il ne lui reste que 9 surfaces d'aire $\frac{1}{10}$ *u* et 9 surfaces d'aire $\frac{1}{100}$ *u*.
À ton avis, comment peut-il faire ?

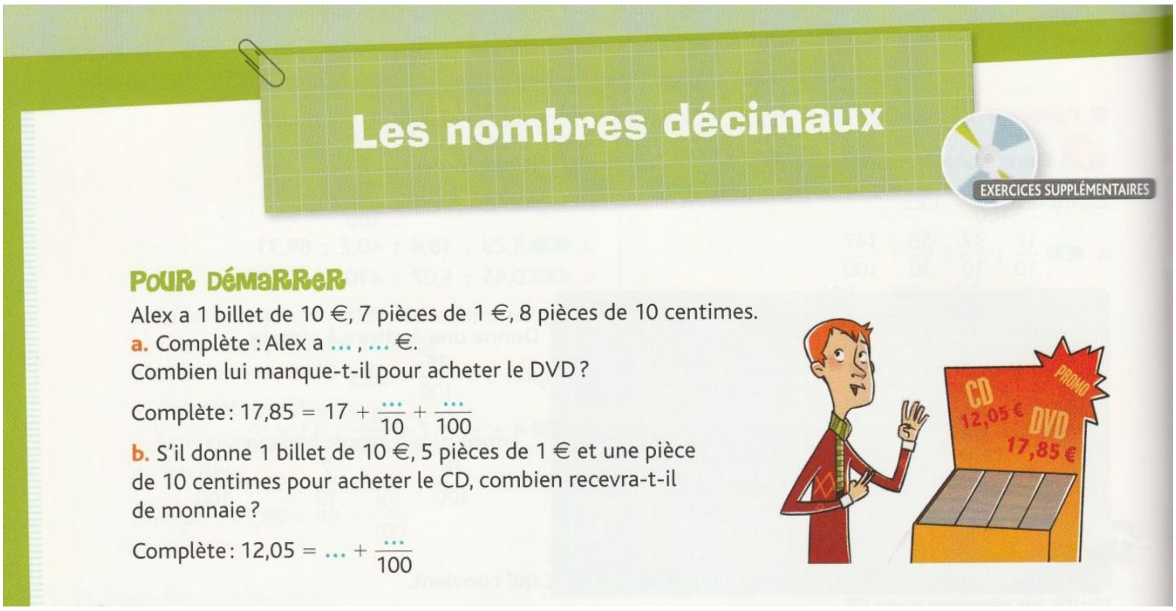
2 Écris les décompositions qui t'ont permis de répondre à la question **1**.

3 Il y a plus de 400 ans, les mathématiciens ont simplifié l'écriture des fractions décimales en utilisant une virgule. Ces nombres à virgule sont appelés « nombres décimaux ».

	fraction	décomposition	écriture à virgule	lecture
1er exemple	$\frac{346}{10}$	$34 + \frac{6}{10}$	34 ,6	34 et 6 dixièmes
2e exemple	$\frac{346}{100}$	$3 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$	3,46	3 et 4 dixièmes et 6 centièmes

En utilisant ces deux exemples, trouve l'écriture à virgule qui permet d'exprimer l'aire des surfaces C et D.

Les manuels proposant des situations de mesures où l'élève peut utiliser ces connaissances relatives aux mesures pour résoudre le problème sans passer par les fractions malgré la présence de celles-ci dans les situations. Généralement ces manuels ne font pas un travail spécifique sur la compétence de décomposition de la fraction décimale, en une addition d'un entier et une fraction décimale inférieure à 1, avant l'introduction des décimaux. C'est le cas par exemple de : Au rythme des maths dont voici un extrait :



Les nombres décimaux

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

POUR DÉMARRER

Alex a 1 billet de 10 €, 7 pièces de 1 €, 8 pièces de 10 centimes.

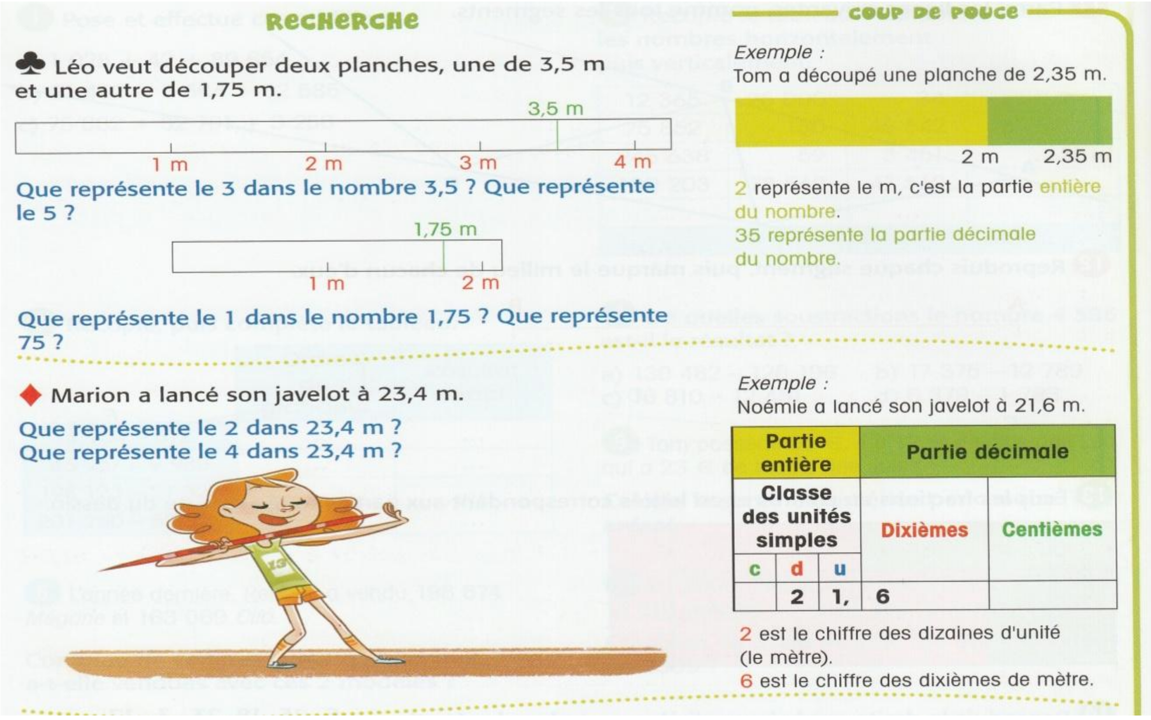
a. Complète : Alex a … , … €.
Combien lui manque-t-il pour acheter le DVD ?

Complète : $17,85 = 17 + \frac{\dots}{10} + \frac{\dots}{100}$

b. S'il donne 1 billet de 10 €, 5 pièces de 1 € et une pièce de 10 centimes pour acheter le CD, combien recevra-t-il de monnaie ?

Complète : $12,05 = \dots + \frac{\dots}{100}$

Les manuels proposant clairement des situations de mesures, suivies du tableau numérique, sans aucune présence des fractions décimales. Les nombres décimaux sont présentés comme des nombres à virgule. Pour cette catégorie je donne l'exemple de Maths + dont voici un extrait :



RECHERCHE

♣ Léo veut découper deux planches, une de 3,5 m et une autre de 1,75 m.

3,5 m

1 m 2 m 3 m 4 m

Que représente le 3 dans le nombre 3,5 ? Que représente le 5 ?

1,75 m

1 m 2 m

Que représente le 1 dans le nombre 1,75 ? Que représente 75 ?

◆ Marion a lancé son javelot à 23,4 m.

Que représente le 2 dans 23,4 m ?
Que représente le 4 dans 23,4 m ?

COUP DE POUCE

Exemple :
Tom a découpé une planche de 2,35 m.

2 m 2,35 m

2 représente le m, c'est la partie entière du nombre.
35 représente la partie décimale du nombre.

Exemple :
Noémie a lancé son javelot à 21,6 m.

Partie entière			Partie décimale	
Classe des unités simples			Dixièmes	Centièmes
c	d	u		
	2	1,	6	

2 est le chiffre des dizaines d'unité (le mètre).
6 est le chiffre des dixièmes de mètre.

Parmi les progressions proposées, celle de Cap Maths me parait très intéressante. En effet, pour l'introduction des fractions simples, les auteurs proposent une situation sous forme d'activité d'émission réception. Le groupe d'élèves émetteur doit mesurer une bande de papier en utilisant une bande unité, puis émettre un message. En se basant sur le message, le groupe récepteur doit construire une bande identique à celle mesurée par le groupe émetteur. Bien évidemment les mesures des bandes ne sont pas multiples de la langueur de la bande unité. Les élèves donc se rendent compte que les nombres entiers ne sont pas suffisants pour réaliser l'activité. Ils doivent donc utiliser les fractions.

L'importance de cette activité, en plus de montrer aux élèves l'intérêt des fractions, se trouve dans le fait qu'elle permet de travailler à la fois les fractions supérieures à 1 et celles inférieures à 1. Car dans un second temps, et avec l'intervention de l'enseignant, les élèves pourront reformuler, par exemple, le message 2 + 3/5 par 13/5 en utilisant uniquement des cinquièmes de bande de mesure.

Cette manipulation favorise de mettre en œuvre une décomposition des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et une fraction inférieure à 1. Cette décomposition, en plus de favoriser l'assimilation des fractions, facilite l'introduction et l'assimilation des nombres décimaux par la suite.

C'est cette même activité d'émission-réception qui est utilisée pour aborder les fractions décimales. Cette fois un découpage de bandes en 10 où 100 parts égales est utilisé, ce qui permet de faire immédiatement le lien entre dixièmes et centièmes. Il faut noter que ce lien immédiat entre dixièmes et centièmes n'est pas présent dans la plus part des autres manuels dans la mesure où ils sont introduits les dixièmes dans un premier temps puis l'introduction des centièmes vient plus tard.

Que ça soit après l'introduction des fractions simples ou celles des fractions décimales un travail de manipulation est proposé. En effet, les élèves vont travailler sur les équivalences des fractions de même écriture ou d'écritures différentes (fractions ou somme d'entier et de fractions inférieures à 1). Aussi ils vont travailler sur la comparaison, le rangement, l'encadrement d'une fraction entre deux entiers et surtout la décomposition d'une fraction en somme d'entier et d'une fraction inférieure à 1. Car la décomposition d'une fraction décimale en la somme d'un entier, de dixièmes et de centièmes prépare le passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale, et permettra par la suite à l'élève de donner plus facilement du sens au rang de chaque chiffre dans l'écriture décimale.

Après ce travail rigoureux et qui favorise le sens, les nombres décimaux vont être introduits comme l'écriture décimale de la fraction décimale.

Analyse des entretiens avec les enseignants

L'entretien a concerné quatre enseignants. Chacun d'eux a eu à la fois des C.M.1 et des C.M.2 pendant au moins les deux dernières années scolaires. Cela parce que, d'une part, les nombres décimaux sont introduits au C.M.1 et d'autre part pour suivre au C.M.2 les résultats des choix et pratiques des enseignants par l'analyse de productions de leurs élèves. Pour répertorier les choix et pratique de chaque enseignant, je vais les appeler enseignant 1, enseignante 2, enseignant 3 et enseignante 4.

A- Enseignant 1

- Conceptions relatives au nombre décimal :

Pour l'enseignant le nombre décimal est l'écriture à virgule de la fraction décimale. Et la fraction décimale est toute fraction pouvant s'écrire avec un dénominateur puissance de 10.

- Notions qui doivent être maitrisées avant l'introduction des nombres décimaux :

Pour l'enseignant il s'agit de la maitrise du nombre entier en donnant du sens au rang de chaque chiffre, de la compréhension de la fraction et la fraction décimale comme un partage de parts d'unité.

- Situations d'introduction :

Après l'introduction des fractions décimales, l'enseignant juge plus judicieux d'introduire les nombres décimaux à partir de situations de mesures tout en utilisant les unités de mesure conventionnelles (mètre, décimètres, centimètres ...). Cela, d'après l'enseignant, pour mobiliser les pré-requis des élèves et car les situations de grandeurs et de mesures leur permet de travailler avec des situations plus familières.

- Les difficultés rencontrées fréquemment par les élèves :

D'après l'enseignant, certains élèves ont des difficultés à comparer les nombres décimaux car le sens est délissé au profit de la technique. Et ce délaissement du sens provoque aussi des difficultés dans le calcul. L'enseignant considère que ces difficultés sont dues à la langue, dans la mesure où la représentation oralisée du nombre décimal fait que les élèves conçoivent le nombre décimal comme deux entiers séparés par virgule.

- Situations proposées pour remédier aux difficultés :

L'enseignant propose des exercices où les élèves doivent placer des nombres décimaux sur une ligne graduée. Il propose aussi de représenter des aires sur un papier millimétré. L'enseignant constate que même ces situations représentent des difficultés à certains élèves et donc que les difficultés persistent.

Ainsi, malgré que l'enseignant à une conception du nombre décimal comme tout rationnel pouvant s'écrire sous forme de fraction décimale, il introduit les décimaux à partir des situations de mesures. Il me semble qu'il fait ce choix car pendant l'introduction des fractions et des fractions décimales, Il se limite au fractionnement de l'unité au détriment de la partition de la pluralité. Il n'ya donc pas assez de manipulation des fractions, et surtout pas de travail sur la décomposition de la fraction en somme d'un entier et une fraction inférieure à 1 (comme ${}^{11}/_{4} = 2 + {}^{3}/_{4}$ ou ${}^{124}/_{100} = 1 + {}^{2}/_{10} + {}^{4}/_{100}$).

B- Enseignante 2

- Conceptions relatives au nombre décimal :

Pour l'enseignante, le nombre décimal est l'écriture à virgule de la fraction décimale qui est toute fraction pouvant s'écrire avec un dénominateur puissance de 10.

- Notions qui doivent être maitrisées avant l'introduction des nombres décimaux :

Il s'agit, d'après l'enseignante, de maitriser la numération décimale, les fractions et les fractions décimales. Aussi l'élève doit être capable de manipuler ces fractions en les représentant sous différents registres (registre symbolique et registre graphique) tout en passant d'une représentation à une autre, en les rangeant, en les plaçant sur une droite graduée et surtout en décomposant les fractions décimales en somme d'un entier, des dixièmes et des centièmes.

- Situations d'introduction :

Pour l'introduction des nombres décimaux l'enseignante utilise la progression proposée par le manuel Cap Maths. Les situations d'introductions sont des problèmes de recherche qui favorisent à la fois le fractionnement de l'unité et la partition de la pluralité. Cela permet de manipuler les fractions et de les décomposer en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Une fois que l'élève a maitrisé la décomposition de la fraction décimale en une somme d'un entier, des dixièmes et des centièmes, le nombre décimal est introduit comme l'écriture à virgule de la fraction décimale.

- Les difficultés rencontrées fréquemment par les élèves :

Certains élèves trouvent des difficultés dans la comparaison des nombres décimaux. Aussi, certains élèves posent d'une façon erronée les opérations quant l'un des nombres décimaux est un entier ou quant les nombres n'ont pas le même nombre de chiffres après la virgule.

- Situations proposées pour remédier aux difficultés :

L'enseignante amène les élèves à passer par l'écriture fractionnaire pour donner du sens et mobiliser les connaissances acquis. Elle constate que généralement les difficultés ne persistent pas.

A noter que, par rapport à une question sur la pertinence de l'introduction des nombres décimaux à partir de situations de mesures et de grandeurs, l'enseignante juge qu'il faut les éviter pour une meilleure assimilation des nouveaux nombres. Elle trouve aussi pertinent d'éviter les unités de mesures et de grandeurs conventionnelles dans les situations d'introduction, pour que les élèves n'utilisent pas leurs connaissances concernant ces unités.

C- Enseignant 3

- Conceptions relatives au nombre décimal :

L'enseignant a défini le nombre décimal comme le nombre à virgule, et que c'est un nombre dont les possibilités sont à l'infini. J'ai demandé alors si $^1/_6$ représente t-il un nombre décimal. L'enseignant répond que oui en s'appuyant sur le fait que la division de 1 par 6 donne un nombre à virgule. Il a donc une conception du nombre décimal qui ne correspond pas à la définition mathématique de ce nombre (voir la page). Aussi pour lui la fraction décimale est seul la fraction qui a comme dénominateur une puissance de 10. Ainsi il considère que $^{3}/_{4}$ n'est pas une fraction décimale. Ce qui n'est pas vrai car $^{3}/_{4}$ est une fraction irréductible dont la décomposition en facteurs premiers du dénominateur ne se compose que des 2. Cette fraction peut donc s'écrire sous forme de fraction d'un dénominateur puissance de 10. En effet $^{3}/_{4} = {}^{75}/_{100}$.

- Notions qui doivent être maitrisées avant l'introduction des nombres décimaux :

L'enseignant considère que les élèves doivent maitriser les nombres entiers, en connaissant la valeur de chaque chiffre par rapport à sa position.

- Situations d'introduction :

L'enseignant introduit les décimaux avant les fractions. Il explique ce choix par la volonté d'exploiter le travail fait au mois de septembre sur les nombres entiers. Ce travail concerne le sens du rang de chaque chiffre dans un nombre entier (ce que l'enseignant appelle l'ordre avant la virgule), et il est exploité par ce que l'enseignant appelle le travail sur l'ordre après la virgule.

La situation d'introduction est une situation de mesure où le nombre décimal est introduit comme un codage de la mesure. Dans la situation d'introduction les unités de mesure conventionnelles sont utilisées car l'enseignant veut que les élèves utilisent leurs pré-requis.

- Les difficultés rencontrées fréquemment par les élèves :

L'enseignant dit que certains élèves ont des difficultés à comparer les nombres décimaux. Aussi Certains élèves commettent des erreurs dans les opérations sur ces nombres, car ils ne posent pas correctement les opérations et ne maitrisent pas la place de la virgule dans une opération de multiplication.

D'après l'enseignant, certains élèves ne donnent pas du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal car ils le conçoivent comme deux entiers séparés par une virgule.

- Situations proposées pour remédier aux difficultés :

L'enseignant essaye de redonner du sens en utilisant du matériel (la monnaie), et en passant par la droite graduée (placer des nombre décimaux sur une droite graduée).

D- Enseignante 4

- Conceptions relatives au nombre décimal :

Pour l'enseignante, un nombre décimal est tout nombre à virgule. Ainsi elle considère par exemple que $^1/_6$ représente un nombre décimal car la division de 1 par 6 donne un nombre à virgule. Ce qui ne correspond pas à la définition mathématique du nombre décimal. L'enseignante considère aussi comme fractions décimales, seules les fractions qui ont comme dénominateur une puissance de 10. Ainsi, pour elle $^3/_4$ n'est pas une fraction décimale. Ce qui n'est pas vrai comme je l'ai expliqué pour l'enseignant 3.

- Notions qui doivent être maitrisées avant l'introduction des nombres décimaux :

Pour l'enseignante, il s'agit d'introduire les fractions puis les fractions décimales (comme elle conçoit ces derniers).

- Situations d'introduction :

L'enseignante introduit les nombres décimaux à partir de situations de mesures. Dans ces situations, où les unités de mesures conventionnelles sont utilisées (mètre, décimètres, centimètres…), le nombre décimal est introduit comme un codage de mesure. Et ce n'est qu'après l'introduction des nombres décimaux que l'équivalence entre fraction décimale et décomposition de la fraction décimale est travaillée. Elle explique ce choix par la volonté de faciliter l'introduction en permettant aux élèves de mobiliser leurs connaissances relatives aux unités de mesures, avant de mettre en rapport les fractions et les nombres décimaux.

- Les difficultés rencontrées fréquemment par les élèves :

D’après l’enseignante, certains élèves ne donnent pas du sens au rang de chaque chiffre dans la partie décimale et ont des difficultés à comparer les nombres décimaux.

- Situations proposées pour remédier aux difficultés :

L’enseignante amène les élèves à passer par les fractions décimales pour donner du sens.

Analyse des productions des élèves

37 élèves de C.M.2, répartis sur 4 classes ont reçu les exercices proposés (voir page). Les élèves de l'enseignant 1 (18 élèves), Les 2 élèves de l'enseignante 2, les élèves de l'enseignant 3 (9 élèves) et les élèves de l'enseignante 4 (8 élèves).

Dans un premiers temps je vais analyser les erreurs commises par l'ensemble des élèves. Puis je vais faire une analyse comparative des erreurs commises par chaque classe en relation avec les choix de l'enseignant.

A- Analyse des erreurs

À la question : combien y'a-t-il de nombres décimaux entre 13,3 et 13,5 ?

54,05 % seulement ont répondu que c'est plusieurs nombres décimaux. 45,94 % ont répondu que c'est un seul nombre décimal. La réponse de ces élèves montre qu'ils n'ont pas assimilé la densité de l'ensemble des nombres décimaux. En effet, ils pensent que seul le nombre 13,4 peut être intercalé entre 13,3 et 13,5. 0,01 % seulement ont répondu qu'entre 13,3 et 13,5 il n'y a aucun nombre décimal.

À la question Parmi les nombres décimaux suivants, quel est celui qui suit immédiatement 15,7 ? 15,8 ou 15,71. 45,95 % des élèves ont répondu que c'est 15,8. Cette réponse aussi montre que ces élèves n'ont pas intégré la densité de l'ensemble des décimaux, et qu'ils croient que chaque nombre décimal a un successeur comme pour le nombre entier.

35,13 % seulement des élèves ont répondu correctement à ces deux questions. 64,87 % des élèves donc n'ont pas compris la densité de ce nouvel ensemble de nombres.

Dans l'exercice 2, les élèves doivent multiplier 12,57 par 10, par 100 et par 1000. Seulement 40,54 % ont répondu correctement (125,7 ; 1257 ; 12570).

24,32 % ont commis une erreur de déplacement de la virgule (par exemple 1,257 ; 1257 ; 0,1257). Cette erreur montre que ces élèves ne donnent pas du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal. En effet, dans l'absence du sens, ils utilisent la technique pour faire le calcul, et dans l'exercice ils confondent la technique de multiplication et celle de la division.

35,14 % ont utilisé la règle du zéro relative au nombre entier de trois manières différentes. En effet, certain élèves ont ajouté les zéros à la partie entière (120,57 ; 1200,57 ; 12000,57), d'autres ont ajouté les zéros à la partie décimale (12,570 ; 12,5700 ; 12,57000) et quelques uns ont ajouté les zéros à la fois la partie entière et la partie décimale.

À la consigne : compare 74 + $\frac{3}{100}$ et 74,3. 40,54 % des élèves ont répondu que les deux nombres sont égaux et 13,51 % ont répondu que 74 + $\frac{3}{100}$ est plus grand que 74,3. Ces deux erreurs montrent aussi que certains élèves ne maitrisent pas la valeur de chaque chiffre selon son rang dans le nombre décimal. En effet, les premiers confondent les dixièmes et les centièmes en considérant que $\frac{3}{100}$ = 0,3. Alors, me semble-t-il, que ceux qui considèrent que 74 + $\frac{3}{100}$ est plus grand que 74,3 ne maitrisent pas les rangs dans la décomposition fractionnaire et ajoutent ainsi 74 à 3. D'autre part, il est possible qu'ils confondent le signe de la fraction ($\frac{\dots}{100}$) avec le codage de la virgule (…,100). Mais on ne peut savoir cela qu'on demandant aux élèves d'argumenter leurs réponses. Néanmoins, la consigne suivante (à savoir : trouve une fraction égale à 60,9) montre bien que certains élèves confondent le signe de la fraction et le codage de la virgule. Ainsi certains ont répondu $\frac{60}{9}$ à la cosigne. À noter que seulement 43,24 % des élèves ont répondu correctement à la fois aux deux dernières questions.

Concernant la comparaison des nombres décimaux, la comparaison de 15,325 et 15,7 qui ont la même partie entière, conduit à l'erreur les élèves qui pourraient utiliser la règle selon laquelle le nombre le plus grand est celui dont la partie décimale contient le plus de chiffres. 16,22 % des élèves ont utilisé cette règle.

Au contraire, la comparaison de 27,513 et 27,5 conduit à l'erreur les élèves qui pourraient utiliser la règle selon laquelle le plus petit nombre et celui qui a le plus de chiffre dans la partie décimale. 10,81 des élèves ont utilisé cette règle.

Alors que la comparaison de 15,07 et 13,87 conduit à l'erreur les élèves qui pourraient utiliser la règle selon laquelle le nombre qui a 0 après la virgule est le nombre le plus petit. 27,03 des élèves ont utilisé cette règle.

Ces erreurs de comparaison montrent encore une fois que certains élèves ne donnent pas du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal. Ce constat est beaucoup plus évident avec la comparaison entre 25,1 d'une part, et 23 unités et 21 dixièmes d'autre part. En effet, seulement 29,73 % ont comparé correctement ces deux nombres. 70,7 % n'ont pas fait les échanges nécessaires entre dixièmes et unités pour pouvoir comparer correctement. Ainsi la plupart ont répondu que 25,1 est plus grand en comparant, me semble-t-il, 25 et 23 sans faire l'échange de 20 dixièmes en 2 unités.

Les erreurs relatives à la maitrise de la densité de l'ensemble des nombres décimaux, l'utilisation de la règle de zéros relative aux entiers et certaines erreurs de comparaison sont le résultat de la conception que certains élèves ont des nombres décimaux. En effet, ces erreurs montrent que certains élèves conçoivent les nombres décimaux comme des couples d'entiers séparés par virgule.

Cet obstacle apparait clairement dans le dernier exercice. Ainsi, 3,6 × 2 pour 48,65 % des élèves est égale à 6,12 en multipliant séparément la partie entière et la partie décimale par 2 et sans faire l'échange nécessaires des dixièmes par les unités. Aussi 5,10 + 5,3 pour certains élèves est égale à 10,13. Ces élèves additionnent la partie entière avec la partie entière et la partie décimale avec la partie décimale ce qui montre qu'ils ont cette conception des décimaux comme juxtaposition de deux entiers, en plus de la confusion des dixièmes et des centièmes.

B- Analyse comparative des productions des élèves

Pour cette analyse comparative, je vais appeler « groupe 1 », « groupe 2 », « groupe 3 » et « groupe 4 » les élèves de l'enseignant 1, de l'enseignant 2, de l'enseignant 3 et de l'enseignant 4, dans cet ordre.

Groupe 2

Je commence par le groupe 2 car il me semble qu'il a bénéficié de la progression qui respecte le plus les résultats des recherches concernant les nombres décimaux. En effet, les situations d'introductions sont des problèmes de recherches favorisants le partage en tant qu'un fractionnement de l'unité, mais aussi comme une partition de la pluralité. Il y a aussi un travail sur la manipulation des fractions et des fractions décimales, à savoir le travail sur les équivalences, la comparaison, l’emplacement sur une droite graduée et surtout la décomposition des fractions en somme d’un entier et d’une fraction inférieure à 1. Et c’est sur cette décomposition que se base la manipulation des fractions dans un premier temps et l’introduction des nombres décimaux par la suite.

Donc malgré le faible effectif du groupe 2 (deux élèves), je l’ai gardé pour l’analyse puisque c’est le seul qui a bénéficier de cette progression.

Les deux élèves du groupe 2 ont répondu correctement aux deux questions de l’exercice 1. Ce qui montre qu’ils ont compris la densité de l’ensemble des nombres décimaux.

Tous les deux ont aussi multiplié correctement 12,57 par 10, par 100 et par 1000. Ils n’utilisent donc pas la règle du zéro des entiers.

Généralement, ils ont aussi réussi les équivalences et les comparaisons de l’exercice 3. Ce qui montre qu’ils donnent du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal. Mais les deux élèves ont répondu que 25,1 est plus grand que 23 unités et 21 dixièmes. Cette dernière représentation du nombre décimal leur pose donc une difficulté. Mais, ils peuvent la surmonter en faisant appelle à leurs connaissances pour faire les échanges nécessaires entre les rangs du nombre décimal puisqu’ils maitrisent déjà le sens de chaque rang.

Enfin, ces deux élèves ont effectué correctement les calculs de l’exercice 4. Donc Ils n’ont pas cette conception des nombres décimaux comme juxtaposition de deux entiers, comme on peut aussi le remarquer dans les autres exercices.

Groupe 1

Pour le groupe 1, moins de 23 % des élèves ont répondu correctement aux deux questions de l’exercice 1. La plus part des élèves du groupe n’ont pas assimilé la densité de l’ensemble des nombres décimaux.

Pour multiplier un nombre décimal par les puissances de 10, 38,89 % des élèves du groupe utilisent la règle du zéro des entiers et 16,67 déplacent incorrectement la virgule. Ce qui montre que plus de la moitié des élèves du groupe ne donnent pas du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal car ils ont une conception des nombres décimaux comme juxtaposition de deux entiers.

Ce constat est le même dans le troisième exercice. En effet, 38,89 % des élèves du groupe seulement ont fait les équivalences correctement entre la représentation fractionnaire de chaque nombre décimal et son écriture à virgule (question a et b de l'exercice 3).

La comparaison des nombres décimaux qui ont la même partie entière montre qu'environ 17 % des élèves du groupe considèrent le nombre qui a le plus de chiffres après la virgule comme étant le plus grand et, au contraire, environ 28 % considèrent le nombre qui a le plus de chiffres après la virgule comme étant le plus petit. Aussi, pour environ 33 % des élèves du groupe, le nombre qui a Zéro après la virgule est le plus petit. Enfin, moins de 17 % seulement ont dit que 25,1 est égale à 23 unités et 21 dixièmes.

La conception des nombres décimaux comme deux couples d'entiers séparés par une virgule, est à l'origine de la plut part des erreurs des élèves du groupe. Ce qui est confirmé par les erreurs commises dans l'exercice 4. En effet, pour plus de 55 % des élèves du groupe, le produit de 6,3 et 2 est 6,12. Et pour plus de 33 % d'eux la somme de 5,10 et 5,3 est 10,13.

En m'appuyant sur les résultats de l'analyse de l'entretien avec l'enseignant 2, il me semble que l'introduction des nombres décimaux à partir des situations de mesures est à l'origine du principal obstacle à savoir la conception que certains élèves du groupe1 ont des nombres décimaux. Et cela, malgré que les fractions sont introduites avant les décimaux, car le lien n'est pas fait entre fractions décimales et nombre décimaux en passant par la décomposition des fractions. S'agissant d'un obstacle didactique, les exercices de placement des nombres décimaux et de représentations des aires sur papier millimétré n'ont pas suffit pour le surmonter. Car comme le montre A. DUROUX (1982), une meilleure connaissance n'est pas suffisante pour que la précédente disparaisse. Ainsi pour le franchissement de l'obstacle, il faut d'abord l'identifier puis incorporer son rejet dans le nouveau savoir.

Groupe 3

Concernant le groupe 3, moins de 12 % des élèves ont répondu correctement aux deux questions de l'exercice 1. Comme pour le groupe 2, la plus part des élèves du groupe n'ont pas assimilé la densité de l'ensemble des nombres décimaux.

Et pour multiplier un nombre décimal par les puissances de 10, environ 33% des élèves du groupe utilisent la règle du zéro des entiers et aussi 33 % déplacent incorrectement la virgule. Ce qui montre qu'environ 67 % des élèves du groupe ne donnent pas du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal car ils ont une conception des nombres décimaux comme juxtaposition de deux entiers.

C'est ce qui est confirmé dans le troisième exercice. Puisque, environ 33 % des élèves du groupe seulement ont fait les équivalences correctement entre la représentation fractionnaire de chaque nombre décimal et son écriture à virgule (question a et b de l'exercice 3).

La comparaison des nombres décimaux qui ont la même partie entière montre qu'aucun élève du groupe n'a commis l'erreur en considérant le nombre qui a le plus de chiffres après la virgule comme étant le plus grand. Par contre, environ 22 % considèrent le nombre qui a le plus de chiffres après la virgule comme étant le plus petit. Et seulement 11 % des élèves du groupe, considèrent le nombre qui a Zéro après la virgule comme étant le plus petit. Enfin, moins de 33 % seulement ont dit que 25,1 est égale à 23 unités et 21 dixièmes.

Dans l'exercice 4, environ 67 % des élèves du groupe ont répondu que le produit de 6,3 et 2 est 6,12. Et pour plus de 55 % d'eux la somme de 5,10 et 5,3 est 10,13.

D'une manière générale, il n y'a pas une grande différence entre les résultats du groupe 3 et ceux du groupe 1. Portant, l'enseignant 3 introduit les nombres décimaux avant les fractions, alors que l'enseignant 1 les introduits après les fractions. Les deux points communs entre les progressions des deux enseignants sont l'introduction à partir des situations de mesures, et l'absence du lien entre fractions décimales et nombres décimaux. Ce qui est donc à l'origine des obstacles didactiques chez les élèves des deux groupes.

Groupe 4

75 % des élèves du groupe 4 ont répondu correctement aux deux questions de l'exercice 1. La plus part des élèves du groupe ont donc assimilé la densité de l'ensemble des nombres décimaux.

Par contre, pour multiplier un nombre décimal par les puissances de 10, 37,5 % des élèves du groupe utilisent la règle du zéro des entiers et 25 % déplacent incorrectement la virgule.

62,5 % des élèves du groupe ont fait les équivalences correctement entre la représentation fractionnaire de chaque nombre décimal et son écriture à virgule (question a et b de l'exercice 3).

La comparaison des nombres décimaux qui ont la même partie entière montre qu'environ 37,5 % des élèves du groupe considèrent le nombre qui a le plus de chiffres après la virgule comme étant le plus grand et, au contraire, environ 12,5 % considèrent le nombre qui a le plus de chiffres après la virgule comme étant le plus petit. Aussi, pour environ 37,5 % des élèves du groupe, le nombre qui a Zéro après la virgule est le plus petit. Enfin, 62,5 % ont dit que 25,1 est égale à 23 unités et 21 dixièmes.

L'exercice 4 montre que 25 % des élèves du groupe, ont répondu que le produit de 6,3 et 2 est 6,12. Et pour 37,5 % d'eux la somme de 5,10 et 5,3 est 10,13.

Les résultats montrent aussi que certains élèves du groupe 4 ont une conception des nombres décimaux en tant que juxtaposition de deux entiers. Néanmoins, les élèves qui maitrisent la densité de l'ensemble des nombres décimaux est de 75 % contre moins de 23 % pour le groupe 1 et moins de 12 % pour le groupe 3. Et dans l'exercice 4 on constate que beaucoup moins d'élèves du group 4 ont une conception des nombres décimaux comme juxtaposition de deux entiers. Cela malgré le choix des situations de mesures pour l'introduction des nombres décimaux et l'absence du lien entre fractions et décimaux dans la situation d'introduction. Il me semble que c'est parce que l'enseignante travail sur la décomposition des fractions décimales en somme d'un entier, des dixièmes et des centièmes après l'introduction pour donner du sens.

Conclusion

En réalisant ce mémoire, j'ai découvert qu'il y'a trois points essentiels qui peuvent pousser l'enseignant à faire des choix didactiques inappropriés à l'introduction et à l'enseignement des nombres décimaux.

Premièrement, malgré que les commissions d'élaboration des programmes sont au courant des résultats des recherches en matière de la didactique des nombres décimaux, une compétence très importante qui doit être travaillé avant l'introduction de ces nombre est prévue par ces programmes en C.M. 2 c'est-à-dire après leur introduction. Cette compétence est la décomposition des fractions en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, dans un premier temps, puis la décomposition de la fraction décimale en somme d'un entier, des dixièmes et des centièmes. Un travail de manipulation des fractions est nécessaire en s'appuyant sur cette compétence pour l'assimilation des fractions et des fractions décimales et donc pour l'introduction des nombres décimaux. Le risque donc est que certains enseignants se contentent, dans l'absence de cette compétence, d'une simple introduction des fractions simples et des fractions décimales avant l'introduction des décimaux, ou que d'autres ne voient pas d'intérêt à ce que les fractions soient introduites avant.

Deuxièmement, quelques manuels scolaires prennent en compte la progression telle qu'elle est proposée dans les programmes, et donc prévoient aussi le travail sur la décomposition des fractions pour le C.M. 2. En plus, ces manuel qui ne prévoient pas la décomposition des fractions avant l'introduction des décimaux, proposent des situations de mesures pour l'introduction des fractions décimales et des décimaux. Ce qui est, d'après les chercheurs et les résultats de l'analyse des productions des élèves, la source du principale obstacle didactique concernant les décimaux à savoir la conception du nombre décimal par certains élèves comme une juxtaposition de deux entiers.

Troisièmement, la conception que certains enseignants ont des nombres décimaux pourrait être aussi à l'origine de certains choix didactiques inadaptés à l'introduction et à l'enseignement de ces nombres. En effet, certains enseignants conçoivent le nombre décimal comme tout nombre à virgule, et considèrent ainsi qu'il peut y avoir plusieurs chiffres non nuls après la virgule et qu'il y a des nombres décimaux qui se terminent et d’autres non. D’ailleurs, deux des quatre enseignants que j’ai interrogés ont déclarés avoir toujours considérer, par exemple, $^{1}/_{6}$ comme une représentation d’un nombre décimal car le résultat de la division de 1 par 6 est un nombre à virgule qui ne se termine pas.

En ce qui concerne les choix des enseignants, trois parmi les quatre enseignants interrogés, introduisent les nombres décimaux à partir des situations de mesures. Deux, parmi ces trois enseignants, ne travaillent pas la compétence de décompositions des fractions en C.M.1 avant l’introduction des décimaux ni après. Alors que la troisième enseignante la travaille après l’introduction pour donner du sens au rang de chaque chiffre dans le nombre décimal. Ce qui fait que le pourcentage de ses élèves confronté à des obstacles didactiques est plus petit que celui des élèves des deux autres enseignants. Ces derniers proposent des situations pour remédier aux difficultés, mais qui ne permettent pas de franchir les obstacles didactiques, car les nombres décimaux et fractions ne sont pas confrontés dans ces situations.

Une seule enseignante a fait le choix d’introduire les nombres décimaux à partir de situations sous forme de problèmes de recherches, obligeant les élèves à passer par les fractions. Ces situations de partage favorisent à la fois le fractionnement de l’unité et la partition de la pluralité. Ce qui permet un travail important de manipulation des fractions, en s’appuyant sur la décomposition de celles-ci, et donc leur assimilation par les élèves et la facilitation de l’introduction des décimaux par la suite. Elle a fait aussi le choix de ne pas utiliser les unités de mesures et de grandeurs conventionnelles dans les situations d’introduction pour éviter que les élèves utilisent leurs pré-requis concernant ces unités. Les élèves de cette enseignante maitrisent les nombres décimaux comme le montrent l’analyses de leurs productions. Ce qui prouve la pertinence de ses choix didactiques.

Les choix et les pratiques didactiques de l’enseignant peuvent donc soit permettre d’éviter des obstacles didactiques, les franchir ou, au contraire, être un renforcement de ces obstacles. Cela dit, l’enseignant doit toujours questionner sa pratique en analysant au quotidien les difficultés rencontrées par ces élèves et ne pas se contenter des simples corrections des erreurs commises par eux.

Anexe (Quelques productions des élèves)

1- Voici les réponses de deux élèves aux deux questions « Combien y a-t-il de nombres décimaux entre 13,3 et 13,5 ? » et « Parmi les nombres décimaux suivants, quel est celui qui suit immédiatement 15,7 ? » :

Élève A

Un nombre décimal	Aucun nombre décimal	Plusieurs nombres décimaux
	15,8	15,71

Élève B

Un nombre décimal	Aucun nombre décimal	Plusieurs nombres décimaux
	15,8	15,71

2-

Élève A

12,57 × 10 = 1,257

12,57 × 100 = 0,1257

12,57 × 1000 = 0,01257

Élève B

12,57 × 10 = 120,570

12,57 × 100 = 1200,5700

12,57 × 1000 = 12 000,57 000

Élève C

12,57 × 10 = 12,570

12,57 × 100 = 12,5700

12,57 × 1000 = 12,57000

Élève D

12,57 × 10 = 120,57

12,57 × 100 = 1200,57

12,57 × 1000 = 12000,57

3- Voici les réponses de trois élèves à la consigne « Compare 74 + $\frac{3}{100}$ et 74,3 » :

Élève A

a- Compare $74 + \frac{3}{100}$ et 74,3 :

$74 + \frac{3}{100}$ est plus grand que 74,3 ; $74 + \frac{3}{100}$ est plus petit que 74,3

$74 + \frac{3}{100}$ est égal à 74,3

Élève B

$74 + \frac{3}{100}$ est plus grand que 74,3 ; $74 + \frac{3}{100}$ est plus petit que 74,3

$74 + \frac{3}{100}$ est égal à 74,3

Élève C

$\boxed{74 + \frac{3}{100} \text{ est plus grand que } 74{,}3}$; $74 + \frac{3}{100}$ est plus petit que 74,3

$74 + \frac{3}{100}$ est égal à 74,3

4- Voici les réponses de trois élèves à la consigne « Trouve une fraction égale à 60,9 » :

Élève A

$\frac{60}{9}$ $\frac{609}{100}$ $\frac{609}{10}$

Élève B

$\frac{60}{9}$ $\boxed{\frac{609}{100}}$ $\frac{609}{10}$

Élève C

$\frac{60}{9}$ $\frac{609}{100}$ $\frac{609}{10}$

5-

Élève A

15,325 .... $>$ 15,7

27,513 .... $>$ 27,5

15,07 .... $<$ 13,87

25,1 .... $=$ .... 23 unités et 21 dixièmes

Élève B

15,325 .... $<$ 15,7

27,513 .... $>$ 27,5

15,07 .... $>$ 13,87

25,1 .... $>$ .... 23 unités et 21 dixièmes

6-

Élève A

2,3 × 3 = 6,9

3,6 × 2 = 7,2

5,10 + 5,3 = 11,3

Élève B

2,3 × 3 = 6,9

3,6 × 2 = 7,2

5,10 + 5,3 = 10,4

Élève C

2,3 × 3 = 6,9

3,6 × 2 = 6,12

5,10 + 5,3 = 10,13

Bibliographie

- Articles et livre

- BRISSIAUD R., 1999, Les fractions et les décimaux au CM1 : une nouvelle approche, in Actes du 15ème colloque des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, Loctudy du 11 au 13 mai 1998, IREM de Brest.
- BROUSSEAU G., 1980, Problèmes de l'enseignement des décimaux, Recherche en Didactique des Mathématiques Vol N° 1, 11-58.
- BROUSSEAU G., 1989, Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. Construction des savoirs. Ottawa: CIRADE, 41-63.
- BROUSSEAU G. et BROUSSEAU N., 1987, Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. IREM de Bordeaux. IREM de Bordeaux, pp.535, 1987.
- Colomb J. et alii., 2001, Apprentissage numériques et résolution de problèmes C.M.1. ERMEL. Paris, Édition Hatier.
- COMITI C. et NEYRET R., 1979, À propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en cours moyen, Grand N, 19, 5-20.
- Duroux A., 1982, La valeur absolue : difficultés majeures pour une notion mineure. Publications de l'IREM de Bordeaux.
- Ecoles Normales-I.R.E.M. de Lyon, 1978, Aperçu sur les connaissances des enfants en mathématiques à la fin du C.M.2. ZOOM AVANT n° 11 (Octobre 1978).
- Grisvard C., Léonard F., 1981, Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs. Bulletin de l'APMEP, n°327.
- Roditi É., La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. Anales de didactique et de sciences cognitives, 2007, 12, pp. 55-81.

- Manuels scolaires

- AMOUYAL X. et al., 2010, Maths tout terrain C.M.1. Paris, Édition Sejer.
- BLAN. R. et alii., 2007, Pour comprendre les Mathématiques C.M.1. Paris, Édition Hachette.
- Brault R. et al., 2012, Petit phare Mathématiques C.M.1. Paris, Édition Hachette.
- BRISSIAUD R. et alii., 2010, J'apprends les maths C.M.1. Paris, Édition Retz.

- CHAMPEYRACHE G. et al., 2010, La clé des maths C.M.1. Paris, Édition Belin.
- CHARNAY R. et al., 2010, Cap Maths C.M.1. Paris, Édition Hatier.
- DAUSSE A., et al., 2011, Math + C.M.1. Paris, Édition Sed.
- HÉLAYEL J. et al., 2011, Au rythme des maths C.M.1. Paris, Édition Boradas/Sejer.
- PELTIER M. et al., 2009, Euro Maths C.M.1. Paris, Édition Hatier.
- PETIT-JEAN I. et al., 2011, Outils pour les Maths C.M.1. Paris, Édition Magnard.