

Année universitaire 2023-2024

MASTER MÉTIERS DE L'ENSEIGNEMENT, DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION

Mention 1^{er} degré

MÉMOIRE DE RECHERCHE

Parcours

Professeur.e des écoles

Titre du mémoire

Distinguer aire et périmètre

Présenté par

**BOUTONNET Carla
BICO Luna**

Mémoire encadré par

Directeur-trice de mémoire

Ledan, Laurence
Doctorante ED 623 - Paris Cité

Membres du jury de soutenance

Bergeaut Jean-François

PRCE

Ledan Laurence

Doctorante ED 623 - Paris Cité

Soutenu le

26 / 04 / 2024

Attestation de non-plagiat

Je soussigné.e, BICO Luna et BOUTONNET Carla,

Auteur.e du mémoire de master 2 MEEF intitulé : Aire et périmètre

Déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne. Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur.e.s ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient.e que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi (art. L 335-3 du Code de la propriété intellectuelle).

En signant ce document, je reconnais avoir pris connaissance sur le site de l'Université des éléments d'informations relatifs au plagiat et des responsabilités qui m'incombent.

Fait à Toulouse le 16/04/2024,

Signature des étudiantes



REMERCIEMENTS

La réalisation de notre mémoire a été possible grâce à de nombreuses personnes nous ayant donné de leur temps, de leur attention et de leurs savoirs.

Nous tenions tout d'abord à témoigner notre reconnaissance à Madame Laurence Ledan, notre directrice de mémoire, qui a su se tenir disponible et nous dispenser de nombreux conseils afin de mener à bien notre recherche, tout au long de l'année.

Il nous paraissait aussi important de remercier Monsieur Eric Laguerre qui a été le premier à nous lancer et nous aiguiller dans cette recherche.

Nos remerciements vont aussi aux deux classes de CM2 ainsi qu'à leurs enseignantes qui ont eu la gentillesse de nous laisser mener nos recherches.

Enfin, nous remercions toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à notre recherche, en nous accompagnant et en relisant notre travail afin de l'améliorer.

Résumé

Ce mémoire de recherche se consacre à la distinction entre l'aire et le périmètre en classe de CM2. En effet, nous nous sommes aperçus que de nombreux élèves ont des difficultés en Grandeurs et Mesures. L'une de ces difficultés réside dans le fait que les élèves ne distinguent pas aire et périmètre sur une même figure et que cela est un obstacle dans leur apprentissage. Afin de pallier cet obstacle, nous avons mené des recherches dans des manuels de mathématiques puis nous avons cherché une situation fondamentale au sens de Brousseau, qui permettrait aux élèves de dépasser cet obstacle. La mise en place d'une séquence sur l'aire et le périmètre dans deux classes de CM2 a été nécessaire afin de répondre à nos hypothèses. Ainsi, l'analyse des résultats nous permet de savoir si la situation fondamentale a permis aux élèves de dépasser, ou non, l'obstacle.

Mots-clés :

Difficultés- Obstacles- Situation fondamentale- Distinction aire et périmètre

Sommaire

REMERCIEMENTS.....	2
Sommaire.....	4
I. Introduction.....	7
II. Cadre théorique et institutionnel :.....	9
A) Grandeurs et mesures.....	9
1) Dans la recherche.....	9
2) Dans les programmes.....	11
B) Aire et périmètre.....	11
1) Dans la recherche.....	11
2) Dans les programmes.....	12
C) Erreurs, difficultés, obstacles, Brousseau.....	15
D) Obstacles et difficultés rencontrés chez les élèves à propos de l'aire et du périmètre.....	18
1) Douady et Perrin-Glorian.....	18
2) Moreira Baltar et Comiti (1994).....	19
E) Le travail de l'élève, Guy Brousseau.....	22
F) La Théorie des Situations Didactiques (TSD), Guy Brousseau.....	23
III. Problématique et questions de recherche.....	24
1) Qu'est ce qui est proposé dans un échantillon de manuel de Cm2 autour de la distinction entre l'aire et le périmètre ?.....	25
2) En quoi la situation fondamentale permet aux élèves de dépasser cet obstacle ?.....	25
IV. Méthodologie de recherche.....	26
1) Qu'est ce qui est proposé dans un échantillon de manuel de Cm2 autour de la distinction entre l'aire et le périmètre ?.....	26
3) En quoi la situation fondamentale permet aux élèves de dépasser cet obstacle ?.....	28
V. Données obtenues.....	30
A) Analyse de manuels.....	30
B) Situation fondamentale.....	33
1) Evaluation a priori.....	33
2) Situation fondamentale.....	35
Contextualisation:.....	36
Phase de recherche :.....	37
Mise en commun :.....	37
Bilan :.....	37
Résultats :.....	38
3) Evaluation fin de séquence.....	38
VI. Discussion.....	40

A) Analyse de manuels.....	40
1) Qu'est ce qui est proposé dans un échantillon de manuel de Cm2 autour de la distinction entre l'aire et le périmètre ?.....	40
B) Séquence et situation fondamentale.....	42
C) En quoi la situation fondamentale permet aux élèves de dépasser cet obstacle ?... 42	
1) Evaluation a priori.....	42
2) Situation fondamentale.....	43
3) Evaluation de fin de séquence.....	44
VII. Conclusion.....	48
VIII. Bibliographie.....	50
IX. Annexes.....	53
Annexe 1 tableau de séquence.....	53
Annexe 2 : Fiche de préparation situation fondamentale.....	54
Annexe 3 : Evaluation diagnostique (Exercice CRPE 1997- Corse).....	55
Annexe 4 : Evaluation fin de séquence.....	56
Annexe 5 : Figures codées de la situation fondamentale.....	58
Annexes 6 : Figures améliorées pour la situation fondamentale.....	59

Sommaire des tableaux et figures

Figure	Titre	Page
Figure 1	Exemple figure perforée	12
Figure 2	2 figures ayant des aires différentes mais le même périmètre	20
Figure 3	Illustration du mythe de Didon	21
Figure 4	Tableau critérié de l'analyse des 3 manuels	30
Figure 5	Figures proposées dans l'évaluation a priori	34
Figure 6	Diagramme qui recense les résultats de l'évaluation a priori	35
Figure 7	Corpus de figure de la situation fondamentale	36
Figure 8	tableau des critères commun entre les figures du corpus	36
Figure 9	<i>diagramme qui recense les différents critères utilisés par les élèves</i>	38
Figure 10	Figure de l'évaluation a posteriori	39
Figure 11	Diagramme qui recense les résultats de l'évaluation a postérieure	39
Figure 12	Situation présente dans Haut les maths	40
Figure 13	Tableau des modifications nécessaires pour transformer la situation étudiée en situation fondamentale	40
Figure 14	Production d'élève recueillie lors de l'évaluation a priori	42
Figure 15	Exemple de justification d'élève	43
Figure 16	Figures de l'exercice proposé aux élèves	45

I. Introduction

Lors de notre stage d'observation en première année de Master MEEF, qui s'est déroulé en octobre 2022, nous avons été inspirées à explorer le domaine des Grandeurs et Mesures en mathématiques. Nos échanges avec notre tutrice de stage, nous ont fait prendre conscience des importantes difficultés rencontrées dans ce domaine par les élèves de la circonscription d'Aussonne, où nous effectuions notre stage, au moment de leur passage en classe de sixième. Pour remédier à ces problèmes, une initiative locale appelée 'constellation' avait été mise en place. Elle réunissait les enseignants de la grande section de maternelle jusqu'aux professeurs de mathématiques du collège local, dans le but de travailler de manière collaborative et d'assurer une continuité pédagogique cohérente entre les différents niveaux du programme.

Cette approche nous a incitées à nous interroger sur son efficacité pour favoriser la continuité pédagogique. Cependant, à ce stade, nous n'avions pas encore défini de question de recherche pertinente pour notre mémoire. Pour affiner notre réflexion, nous avons entrepris des recherches pour mieux comprendre les obstacles rencontrés par les élèves. C'est ainsi que nous avons choisi d'approfondir le thème des grandeurs et mesures, un domaine qui nous intéressait particulièrement.

Un article de Douady et Perrin Glorian a attiré notre attention sur les périmètres et les aires (Douady et Perrin-Glorian, 1984). De nombreuses difficultés rencontrées par les élèves sont recensées lors de l'acquisition de ces 2 notions. Ainsi, le thème des grandeurs et mesures étant trop vaste, nous avons donc estimé qu'il serait plus pertinent de nous consacrer sur les aires et périmètres.

Nous nous sommes donc concentrées sur les différents articles et recherches sur l'apprentissage de ces concepts clés.

Notre choix de travailler sur ce thème a été motivé par les constats que nous avons pu faire lors de notre stage et la volonté d'apporter des outils aux enseignants pour contrer ce phénomène. Nous espérons donc que notre étude pourra contribuer à

améliorer l'enseignement des grandeurs et mesures, et en particulier des notions d'aire et de périmètre, au cycle 3.

La première partie est la partie théorique, durant laquelle nous allons présenter les différents articles et théories sur lesquelles nos recherches s'appuient. Ensuite, nous vous présenterons donc, notre problématique et nos différentes questions de recherche qui nous ont aidé à structurer notre travail. Dans un troisième temps, nous vous présenterons la méthodologie de recherche que nous avons utilisée durant nos investigations. Puis, pour finir, nous analyserons et discuterons ces résultats sous le prisme de notre cadre théorique.

II. Cadre théorique et institutionnel :

A) Grandeurs et mesures

1) Dans la recherche

Dès le plus jeune âge, les élèves français sont amenés à faire face aux grandeurs et mesures à l'école. Ce thème complexe regroupe un grand nombre de compétences à acquérir durant leur scolarité, ce qui entraîne, de ce fait, certaines difficultés dans leurs apprentissages. Les grandeurs et les mesures sont 2 notions associées qui sont néanmoins à différencier. En effet, le terme grandeur est difficile à définir, il existe dans la littérature une multitude de définitions. Passelaigue (Passelaigue, 2011) a regroupé ces définitions en différentes catégories s'appuyant sur différents critères, les principales catégories étant :

- Les grandeurs comme immensités (ce qui est grand, considérable)
- Les grandeurs en référence à la variabilité (ce qui peut être augmenté ou diminué)
- les grandeurs en référence à la mesure et au mesurage (ce qui peut être mesuré)

Ainsi, il est important de prendre en compte la grandeur comme elle est abordée dans la scolarité obligatoire. A l'école on fait face à différentes grandeurs telles que les aires, les longueurs, les masses, les volumes ou encore les durées.

Il existe plusieurs grandeurs, les grandeurs non repérables, les grandeurs repérables et les grandeurs "mesurables" au sens des mathématiciens. Par exemple, la température n'est pas une grandeur mesurable au sens des mathématiciens. Effectivement, pour calculer la température d'une pièce après avoir ouvert la porte, on ne peut pas additionner la température de l'extérieur avec celle de l'intérieur. Ainsi, la température est une grandeur repérable, car on peut déterminer de façon chiffrée si la température est plus haute dans une pièce ou dans l'autre en regardant sur un thermomètre.

« Lorsqu'on mathématise l'idée de grandeur, on ne peut pas en faire un attribut absolu des objets. Au contraire, on ne définit pour commencer que des relations entre objet, à savoir une relation d' « égalité » (appelée plus précisément

équivalence) est une relation d'ordre (être plus petit que). On considère d'abord un ensemble d'objets de même nature (par exemple l'ensemble des objets allongés, ou l'ensemble des objets lourds, etc.), puis les sous-ensembles dont chacun est formé de tous les objets équivalant à l'un deux. On dit alors que chacun de ses sous-ensembles, non pas a une grandeur (puisque la grandeur n'existe pas en soi d'ailleurs) mais bien est une grandeur. » (Rouche, N., 1992 p37-38)

Un objet peut être défini par plusieurs grandeurs, l'utilisation de nombres pour les définir incite donc d'avoir recours aux mesures. En mathématiques, une grandeur est donc une quantité qui peut être comparée à d'autres quantités similaires (avoir même aire). Les grandeurs peuvent être représentées par des nombres ou des symboles mathématiques, et peuvent être utilisées pour exprimer des relations entre des objets, des phénomènes ou des concepts.

En mathématiques, une mesure est quant à elle une fonction qui associe une valeur numérique à un ensemble de points, de régions ou de formes géométriques dans l'espace. Les mesures sont utilisées pour quantifier des propriétés géométriques telles que la longueur, l'aire, le volume, la masse, etc.

Nous pouvons donc définir les mesures comme des nombres qui dépendent de l'unité choisie.

Ainsi, la relation d'équivalence "avoir la même aire" est définie par le choix d'une unité puis par la mesure des surfaces : deux figures qui ont la même mesure ont donc la même aire (Moreira Baltar, P., 2019)

Ce thème a une importance particulière dans le développement de l'élève car les compétences acquises dans ce domaine peuvent facilement être réinvesties et utiles dans d'autres disciplines que les mathématiques. Par exemple, les distances pourraient être utilisées en géographie, les durées en éducation physique et sportive ou encore les masses en sciences. Il y a donc un intérêt tout particulier à développer des connaissances solides, utiles dans d'autres enseignements que les mathématiques.

2) Dans les programmes

Dans les programmes, on retrouve un domaine intitulé “grandeurs et mesures”, cependant, il signifie que les élèves doivent étudier les grandeurs et les mesures de grandeurs. Néanmoins, au cycle 3, les élèves sont amenés à approfondir l'étude des grandeurs déjà observées au cycle 2 telles que les longueurs, les masses et les contenances tout en en découvrant de nouvelles. De ce fait, les élèves vont étudier l'aire, le volume et les angles. Dans le même temps, différentes unités de mesure conventionnelles sont également introduites auprès des élèves (on pourrait ainsi citer le mètre carré par exemple).

L'objectif de l'apprentissage des grandeurs et mesures est de permettre aux élèves de comprendre le sens des mesures de grandeurs auxquelles ils font face à l'école ou dans leurs vies quotidiennes et auxquelles ils pourraient être confrontés dans un futur cadre professionnel.

Une stratégie d'enseignement est proposée pour chacun des grands points clés de l'enseignement des grandeurs et mesures qui sont :

- Comparer et ordonner des grandeurs
- Ajouter des grandeurs (comprendre par exemple que la masse de 2 objets distincts réunis est égale à la somme des masses de chaque objet)
- Découvrir des unités et mesurer des grandeurs
- Estimer des mesures
- Effectuer des changements d'unités
- Les premières formules

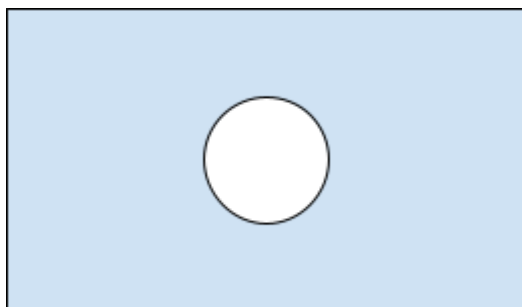
B) Aire et périmètre

1) Dans la recherche

Afin de mieux appréhender le sujet, nous allons définir les termes choisis, à savoir le périmètre et l'aire.

Tout d'abord, le périmètre est le plus souvent défini comme un polygone, une longueur qui correspond à l'addition des mesures de tous les côtés d'une figure, c'est-à-dire, la mesure des contours de cette même figure. Cependant, dans certains cas, cette définition peut être problématique. Cette définition ne permet pas

d'obtenir le périmètre de toutes les figures. Tous ces obstacles ont été recensés dans les travaux de Proulx, J. (Proulx, J., 2022)



Un exemple pourrait être, une figure étant perforée. Si l'on suit la définition énoncée plus haut, il n'est pas évident que l'on doit prendre en compte le périmètre du cercle dans le calcul du périmètre global de cette figure.

Figure 1 : exemple figure perforée

Ainsi, Danielson (2005) propose en fait d'aborder la question du périmètre en abordant le concept d'une frontière, plus précisément de percevoir le périmètre comme la mesure de la longueur de la frontière d'une figure. En mathématiques, la frontière représente l'ensemble des points qui délimitent une région et qui peuvent être approchés autant par l'intérieur que par l'extérieur de cette région.

Tandis que l'aire est une grandeur qui représente quant à elle la surface à l'intérieur de cette figure. A l'école, l'aire est abordée comme une grandeur. Ainsi, l'aire d'une surface peut donc être considérée comme une propriété invariante par un certain nombre d'opérations. (Moreira Baltar, P., 2019)

Ces deux grandeurs se mesurent dans différentes unités, les mètres pour le périmètre et les mètres carrés pour les aires. La maîtrise de la numération est donc importante dans l'utilisation de ces notions car l'emploi des formules de calcul de l'aire et du périmètre est assez récurrent dans la scolarité de l'élève.

2) Dans les programmes

Bien que les longueurs soient étudiées dès le cycle 1, il apparaît clairement que ce n'est qu'au cycle 3 que les notions d'aire et de périmètre sont à proprement dit introduites. Cependant, dès leur entrée au cycle 2, les élèves sont amenés à apprendre à distinguer différents types de grandeurs et à en apprendre le lexique associé. La notion de longueur est découverte à ce moment-là par les élèves. Pour

cette introduction aux grandeurs, les programmes de mathématiques en grandeurs et mesures, incitent les enseignants à utiliser des activités de comparaison. Cela permet en effet aux élèves de manipuler les différentes grandeurs. En ce qui concerne les longueurs, une approche mathématique avec des mesures est proposée, avec l'utilisation d'un étalon représentant 1 unité. Combien de fois ma longueur "contient" mon unité ?

En ce qui concerne la résolution de problèmes dans ce domaine, ils utilisent les propriétés des nombres et les opérations. Néanmoins, il est indiqué qu'il est important que les élèves donnent du sens à ces longueurs. Ces compétences entrent donc dans les différents attendus de fin de cycle qui sont à savoir :

- *Comparer, estimer, mesurer des longueurs*, des masses, des contenances, des durées.
- *Résoudre des problèmes impliquant des longueurs*, des masses, des contenances, des durées, des prix.

Comme on peut le remarquer, le concept d'aire n'est pas abordé au cycle 2, il est quant à lui introduit au cycle 3.

En effet, dans les programmes du cycle 3 (MEN, 2020), il est clairement indiqué que c'est à ce moment-là que les notions d'aire et de périmètre sont véritablement introduites. C'est donc pour cela que nous souhaitons concentrer nos recherches sur le cycle 3. Elles sont abordées dans la continuité des connaissances construites en longueurs déjà rencontrées au cycle 1 et au cycle 2. Un point de vigilance est accordé dans les programmes pour appuyer sur l'importance que les élèves distinguent aire et périmètre. Dans la résolution de problèmes, les différentes tâches envisagées sont la comparaison, l'estimation et la mesure. Ainsi, ils insistent sur l'importance de l'estimation dans la construction d'un sens concret des grandeurs chez les élèves.

Dans la première compétence du programme à savoir " comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers, et des nombres décimaux, : longueur (périmètre), aire, volume, angle", on peut voir que les élèves doivent être capables de :

- Comparer des périmètre avec ou sans recours à la mesure
- Calculer le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés

- Calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle, la longueur d'un cercle, en utilisant une formule

Ces trois compétences nécessitent donc que les élèves aient acquis la notion de périmètre, mais aussi les formules du périmètre des carrés, des rectangles et des cercles.

En ce qui concerne les aires, les compétences attendues sont celles ci :

- Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement.
- Différencier périmètre et aire d'une figure.
- Estimer la mesure d'une aire et l'exprimer dans une unité adaptée.
- Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule.

Différents documents pédagogiques sont proposés aux enseignants pour enseigner ces notions. Ils sont notamment disponibles sur le site Eduscol. Ce sont des outils à disposition des enseignants qui leur offrent des possibilités à envisager.

Dans ces documents, dont l'objectif est d'aider des enseignants à mettre en place des situations d'apprentissage pour pallier les difficultés rencontrées dans la dissociation de l'aire et du périmètre, nous retrouvons trois situations d'apprentissage. Ces trois situations sont évolutives et donnent aux enseignants un exemple de démarches à entreprendre pour l'introduction des aires en cycle trois. Dans un premier temps, la notion de périmètre doit être acquise, avec pour objectif de réussir à créer la formule avec les élèves. Dans un second temps, l'objectif est que les élèves réussissent à différencier correctement l'aire du périmètre. Pour au final arriver à une situation dans laquelle l'objectif est de démontrer aux élèves que deux rectangles peuvent avoir le même périmètre sans pour autant que leurs aires soient égales. Pour cela, les élèves manipulent et cherchent eux-mêmes leurs propres procédures.

Il est conseillé aux enseignants d'introduire les grandeurs indépendamment des mesures dans un premier temps en leur proposant des activités de comparaison. Les documents insistent également sur le fait qu'il est important que les élèves comprennent que plusieurs grandeurs peuvent être associées à un même objet. La stratégie d'enseignement proposée est donc la manipulation d'objets de façon à ce que les élèves "perçoivent" les différentes grandeurs.

De ce fait, les notions d'aire et périmètres sont des notions clés que les élèves doivent acquérir et consolider durant le cycle 3, étant des prérequis nécessaires pour leur entrée au collège. L'importance de l'acquisition de ces concepts pour l'entrée au collège amène donc à rechercher ce qui peut poser problème aux élèves et ainsi trouver des solutions pour y remédier.

Ainsi, il est important que les élèves soient en mesure d'acquérir et de comprendre les concepts d'aire et de périmètre. Cependant, il existe différentes raisons qui amèneraient les élèves à faire face à toutes sortes de problématiques sur le sujet. Ainsi, pour réussir à aider au mieux les élèves il est très important de distinguer si les élèves font face à des difficultés ou encore à des obstacles.

C) Erreurs, difficultés, obstacles, Brousseau

En effet, différents éléments peuvent être à l'origine des difficultés des élèves, mais il est important de faire attention à différencier obstacles et difficultés. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur les ouvrages de Guy Brousseau (Brousseau, G., 1989, Brousseau, G., 2003) dans lesquels l'auteur fait la distinction entre difficultés et obstacles.

"Un obstacle (en mathématique) se manifeste par un ensemble de difficultés communes à de nombreux actants (sujets ou institutions), qui partagent « une » conception inappropriée d'une notion mathématique".(Brousseau, 2003)

Selon lui, un obstacle est une situation qui empêche ou bloque complètement l'apprentissage, généralement parce que l'apprenant ne dispose pas des connaissances ou des compétences nécessaires pour surmonter cette situation. Par exemple, si un élève ne maîtrise pas les notions de base d'une discipline, il peut être confronté à un obstacle lorsqu'il tente de résoudre des problèmes plus avancés qui nécessitent ces connaissances de base. Ainsi, un obstacle peut prendre la forme d'une lacune dans les connaissances préalables, être un problème de concentration ou encore une faible confiance en soi. Un obstacle est ainsi quelque chose qui se dresse sur le chemin de l'élève et qui rend la réalisation d'une tâche plus difficile.

C'est comme un blocage ou une barrière qui lui demande de trouver une solution pour le contourner ou le surmonter.

Un obstacle est souvent une connaissance valide dans un domaine, mais qui ne l'est pas dans un autre et qui donc altère la compréhension d'une nouvelle connaissance dans ce domaine. En tant que "connaissance", un obstacle possède en général un domaine de validité, ce qui lui donne une certaine valeur et donne confiance à l'utilisateur, mais ce domaine n'a pas été repéré par l'actant et il utilise la connaissance obstacle, sans le savoir, hors de son domaine de validité.

“Une difficulté est une condition, un caractère d'une situation qui accroît de façon significative la probabilité de non réponse ou de réponse erronée des sujets actants impliqués dans cette situation. Cet acteur peut être un élève, mais aussi le professeur qui peut éprouver une difficulté à obtenir les apprentissages qu'il projette”. (Brousseau, 1998)

D'un autre côté, une difficulté est une situation qui peut être surmontée avec un effort supplémentaire ou une stratégie appropriée de la part de l'apprenant. Les difficultés sont souvent liées à des problèmes spécifiques qui nécessitent une compréhension ou une compétence particulière pour être résolus. Par exemple, un apprenant peut avoir des difficultés à comprendre un concept spécifique ou à appliquer une formule mathématique dans un contexte donné, mais avec un effort supplémentaire ou l'utilisation d'une stratégie appropriée, il peut surmonter cette difficulté. Ainsi, une difficulté est plus liée à la complexité ou à la complexité d'une tâche elle-même.

“Une difficulté est une situation où un savoir ou une compétence est insuffisant ou inadapté pour résoudre un problème, mais où il est possible de progresser grâce à des efforts supplémentaires ou à l'utilisation d'une stratégie adaptée”. (Brousseau, 1986, p. 43)

Ainsi, la principale différence entre un obstacle et une difficulté est que l'obstacle est un blocage complet à l'apprentissage, tandis que la difficulté est une situation qui peut être surmontée avec un effort supplémentaire ou une stratégie appropriée. La

compréhension de cette distinction est importante pour les enseignants et les formateurs, car elle peut aider à identifier les points faibles des élèves et à concevoir des stratégies d'enseignement appropriées pour les aider à surmonter ces obstacles ou difficultés. En résumé, un obstacle est quelque chose d'extérieur qui entrave la progression de l'élève dans un domaine, tandis qu'une difficulté est plus intrinsèque à la tâche elle-même.

Selon Brousseau, il existe trois types d'obstacles didactiques :

- Les obstacles épistémologiques : ils concernent la nature même de la connaissance mathématique. Les élèves peuvent avoir une représentation erronée ou incomplète d'une notion mathématique qui les empêche de la comprendre correctement.
- Les obstacles psychologiques : ils concernent la manière dont les élèves perçoivent et traitent l'information mathématique. Par exemple, ils peuvent avoir des difficultés à se concentrer, à mémoriser ou à raisonner logiquement.
- Les obstacles sociologiques : ils concernent les facteurs externes à l'élève qui peuvent affecter son apprentissage des mathématiques. Par exemple, des stéréotypes négatifs sur les capacités des filles en mathématiques peuvent affecter leur motivation et leur performance.

Ainsi, en parlant des difficultés ou des obstacles rencontrés par les élèves, cela renvoie aux erreurs.

"L'erreur est un symptôme d'une difficulté, qui elle-même est le symptôme d'un obstacle. L'obstacle est une situation qui bloque complètement l'apprentissage, généralement parce que l'apprenant ne dispose pas des connaissances ou des compétences nécessaires pour surmonter cette situation. La difficulté, quant à elle, est une situation qui peut être surmontée avec un effort supplémentaire ou une stratégie appropriée de la part de l'apprenant". (Brousseau, G., 1998, p. 26)

L'erreur est une réponse de l'élève qui ne correspond pas à ce qui est attendu. Cela peut être dû à une incompréhension du problème, à une mauvaise interprétation des consignes, à une confusion entre des notions ou encore à une erreur de calcul. Brousseau considère que l'erreur est une étape essentielle et normale de l'apprentissage et qu'elle permet à l'élève de se confronter à ses limites et ainsi de progresser. Il appuie aussi sur la prise en compte des erreurs des élèves par les enseignants. La proposition de remédiations et d'adaptation est primordiale dans l'évolution des savoirs et des compétences de l'élève.

D) Obstacles et difficultés rencontrés chez les élèves à propos de l'aire et du périmètre.

1) Douady et Perrin-Glorian

L'un des principaux obstacles que rencontrent les élèves en mathématiques est la dissociation entre les aires et les périmètres. Cette difficulté a été relevée par diverses sources, notamment l'étude menée par Douady et Perrin Glorian (Douady & Perrin Glorian, 1983). Ces derniers ont souligné en s'appuyant sur les travaux de Balacheff, (Balacheff, N., 1988) que pour comprendre la notion d'aire, il est nécessaire de faire la dissociation de trois pôles primordiaux : le pôle géométrique avec les surfaces, le pôle des grandeurs avec les aires et le pôle numérique avec les mesures. Le lien entre les grandeurs et les nombres est complexe et l'introduction précoce de ces concepts aux élèves peut créer des confusions entre différentes grandeurs, telles que les longueurs et les aires.

Ainsi, la dissociation entre aire et périmètre n'est pas un savoir mathématique en soi, mais plutôt le résultat de choix didactiques de la part des enseignants. D'après la recherche des auteurs, les enseignants introduisent ces concepts en partant d'une unité, mais pour certains élèves, lorsque les aires sont présentées comme un nombre que l'on peut obtenir avec des formules, ils ont tendance à considérer l'aire comme une grandeur secondaire.

Douady et Perrin Glorian (Douady et Perrin Glorian, 1983) expliquent ces difficultés par le fait que les élèves ne sont pas confrontés à l'aire en tant que grandeur autonome. Ainsi, il est important pour les enseignants de concevoir des stratégies pédagogiques appropriées qui leur permettent d'expliquer clairement la

relation entre les grandeurs, les nombres et les formules. Cette approche aidera les élèves à mieux comprendre les concepts de périmètre et d'aire et à les utiliser correctement dans leurs calculs mathématiques.

Enfin, il est important de souligner que la dissociation de l'aire et du périmètre est une difficulté qui peut être surmontée avec de la pratique et une bonne compréhension des concepts sous-jacents. Les enseignants peuvent aider les élèves à comprendre ces concepts en utilisant des exemples concrets et en encourageant la manipulation et la mesure de figures géométriques.

2) Moreira Baltar et Comiti (1994)

L'étude de Moreira Baltar et Comiti (Moreira Baltar et Comiti, 1994) visait à examiner les difficultés rencontrées par les élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles. Les chercheurs ont mené une enquête auprès d'élèves et ont analysé leurs réponses à des questions de mathématiques sur les rectangles.

Les résultats ont montré que les élèves avaient des difficultés à distinguer l'aire du périmètre des rectangles. En particulier, ils avaient tendance à confondre les deux concepts en attribuant des propriétés du périmètre à l'aire et vice versa. Par exemple, certains élèves pensaient que si deux rectangles avaient la même aire, ils devaient également avoir le même périmètre, ce qui est faux. De même, certains élèves pensaient que si deux rectangles avaient le même périmètre, ils devaient également avoir la même aire, ce qui est également faux.

Pour illustrer cette idée, nous pouvons prendre ces deux figures (Figure 2), il est possible que des personnes aient tendance à dire que le périmètre de la deuxième figure est plus grand que celui de la première.

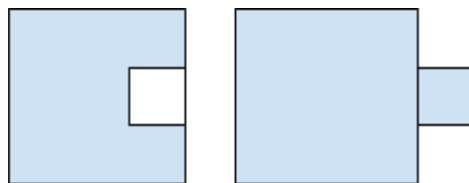


Figure 2 : 2 figures ayant des aires différentes, mais le même périmètre

Cependant, cette conception est fausse, effectivement, la surface de la deuxième figure, c'est-à-dire l'aire, est supérieure à celle de la première. Néanmoins, si l'on compare les périmètres, ils sont égaux. Ainsi, il est assez complexe de réussir à ne pas identifier l'aire et le périmètre comme deux grandeurs qui varient de la même façon. Ce n'est pas parce que l'aire de deux figures est la même que leurs périmètres seront égaux.

Les chercheurs ont également noté que les élèves avaient du mal à résoudre des problèmes qui nécessitent la dissociation de l'aire et du périmètre. Ils ont constaté que la plupart des élèves avaient tendance à se concentrer sur le périmètre plutôt que sur l'aire lorsqu'on leur demandait de trouver la "surface" d'un rectangle, ce qui témoigne de leur confusion entre les deux concepts.

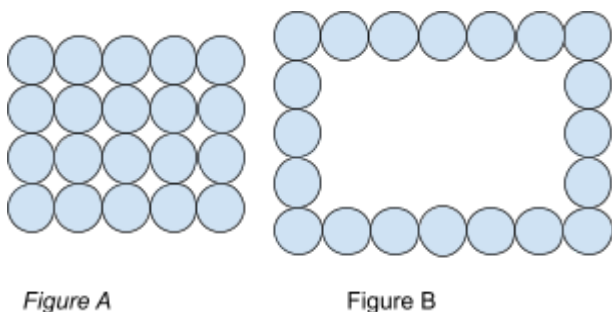
Enfin, l'étude a montré que les élèves avaient du mal à utiliser des formules pour calculer l'aire et le périmètre des rectangles, et que certains d'entre eux utilisaient des formules inappropriées ou confondaient les formules pour l'aire et le périmètre.

En somme, les résultats de cette étude confirment que la dissociation de l'aire et du périmètre des rectangles est une difficulté répandue chez les élèves, et que des interventions pédagogiques sont nécessaires pour les aider à maîtriser ces concepts.

De nombreuses confusions sont donc entraînées par ces conceptions erronées des relations entre les aires et périmètres. Que ce soit chez les adultes ou chez les élèves, il existe une réelle difficulté dans cette dissociation, surtout que lorsque la notion n'est pas acquise sur le moment, elle n'est pas revue, ce qui amène les élèves à avoir des conceptions totalement erronées.

Un autre exemple pourrait être, selon la mythologie, celui de Didon. Également connue sous le nom d'Elissa, Didon était une princesse phénicienne qui a fui son pays natal de Tyr après la mort de son mari Sychée. Elle a navigué

jusqu'en Afrique du Nord avec une petite troupe de partisans et a demandé l'aide du chef local, le roi Iarbas. Celui-ci lui accorda un petit bout de terre, mais Didon avait besoin de plus de terrain pour fonder une ville. Elle demanda alors aux autochtones de lui vendre autant de terre que pourrait en contenir une peau de bœuf. Les autochtones, pensant que cela était une demande ridicule, acceptèrent. Didon découpa alors la peau de bœuf en lanières très fines et les assembla pour former une grande surface de terrain, sur laquelle elle construisit la ville de Carthage. La légende de Didon est souvent associée à la fondation de Carthage et à l'histoire de la civilisation phénicienne.



Comme on peut le voir sur cette illustration, à une échelle réduite, découper la surface de peau permet d'obtenir un périmètre plus grand, et ainsi, une figure dont l'aire est supérieure à la première.

Figure 3 : Illustration du mythe de Didon

Figure A : Périmètre = 18 cercles Aire = 4 cercles x 5 cercles = 20 cercles²

Figure B : Périmètre = 20 cercles Aire = 5 cercles x 7 cercles = 35 cercles²

Ensuite, on peut voir que différentes procédures sont proposées dans la détermination de l'aire et du périmètre. Ainsi, comme abordé, Douady et Perrin-Glorian (Douady et Perrin Glorian, 1983) déterminent que les difficultés rencontrées pourraient émerger des choix didactiques réalisés par les enseignants.

Pour finir, nous avons pu constater que les difficultés sont présentes un peu partout, quel que soit le niveau d'étude, l'âge ou encore le département dans lequel l'élève étudie. Professeurs comme élèves rencontrent ainsi des difficultés dans l'apprentissage et l'enseignement des deux notions fondamentales que sont l'aire et le périmètre.

Au fil de nos lectures, nous avons donc pu réaliser une liste exhaustive des différentes difficultés et obstacles recensés et étudiés dans toutes sortes de recherches :

- L'acquisition par les élèves de la "bidimensionnalité" de l'aire (si les longueurs sont multipliées par k , l'aire est multipliée par k^2) pose problème. Cette question a été étudiée par J. Rogalski (Rogalski Muret, J., 1984)
- L'aire est attachée à la surface et ne se dissocie pas d'autres caractéristiques de cette surface :
 - si le périmètre d'une surface augmente, son aire aussi (et réciproquement)
 - si deux surfaces ont le même périmètre, elles ont la même aire (et réciproquement).
- Distinguer l'aire du périmètre

Ces trois points sont ceux que nous avons principalement recensés dans les différentes lectures.

E) Le travail de l'élève, Guy Brousseau

En effet, le travail de l'élève en mathématiques (Brousseau, G., 1998) est de construire des connaissances à travers une activité de résolution de problèmes.

Cela signifie que l'élève doit construire lui-même ses connaissances par la résolution de problèmes. Selon Brousseau, cette activité de résolution de problèmes implique une certaine forme de travail mental qui comprend plusieurs étapes.

Tout d'abord, l'élève doit :

- Comprendre le problème
- Identifier les informations importantes pour le résoudre
- Utiliser ses connaissances pour trouver une solution
- Evaluer sa solution
- Justifier en utilisant des arguments mathématiques appropriés.

“Une bonne activité scientifique de l'élève serait qu'il agisse, qu'il formule, qu'il prouve, qu'il construise des modèles, des langages, des concepts, des théories,

qu'il les échange avec d'autres, qu'il reconnaisse celle qui sont conforme à la culture, qu'il lui emprunte celles qui lui sont utiles". (Brousseau, G., 1998)

En d'autres termes, le travail de l'élève en mathématiques consiste à construire des connaissances à travers une activité de résolution de problèmes en utilisant des connaissances antérieures et en les combinant avec de nouvelles connaissances pour arriver à une solution. Cela nécessite d'être actif et d'avoir une réflexion critique pour comprendre les problèmes et les résoudre.

Ainsi, pour rendre une telle activité possible, le professeur joue un rôle primordial dans le choix des situations qu'il propose aux élèves.

F) La Théorie des Situations Didactiques (TSD), Guy Brousseau

Les difficultés et les obstacles rencontrés par les élèves peuvent donc également provenir des situations d'apprentissage proposées aux apprenants.

“Une situation est l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu”

Une situation didactique dans la langue française est donc une situation qui sert à enseigner. Elle est mise en place par l'enseignant qui réalise des choix. Cependant, l'élève joue également un rôle primordial dans l'apprentissage de ces notions.

Pour finir, il est important de définir la notion clé de “situation fondamentale” au sens de Brousseau. Dans la théorie des situation didactique, l'auteur définit cette notion en prenant l'exemple du comptage :

“La situation “ fondamentale ” d'apprentissage du comptage doit pouvoir être communiquée à un enfant qui ne sait pas compter mais il doit pouvoir apprendre à la résoudre sans intervention didactique de son professeur (c'est à dire portant sur la connaissance)” (Brousseau, 1986)

Les caractéristiques clés d'une situation fondamentale au sens de Brousseau sont les suivantes :

- L'enseignant crée volontairement une situation dans laquelle la solution est la connaissance qu'il cherche à faire construire aux élèves.

- Elle enrôle les élèves dans des activités, ce qui les rend actifs.
- Elle vise à susciter des discussions et des échanges entre les élèves, les aidant à formuler des conjectures, à justifier leurs réponses, et à développer un raisonnement mathématique solide.
- La connaissance est créée par la communication entre pairs

Les situations fondamentales sont utilisées pour favoriser l'apprentissage actif des mathématiques en encourageant les élèves à construire leur propre compréhension des concepts plutôt que de simplement recevoir des connaissances passivement.

En résumé, selon cette théorie, l'apprentissage des mathématiques se fait à travers des situations concrètes et authentiques, où les élèves sont encouragés à résoudre des problèmes et à construire leur propre compréhension des concepts mathématiques. C'est une approche qui met l'accent sur l'activité des élèves et leur participation active dans le processus d'apprentissage. Cela permet aux élèves de développer des compétences mathématiques tout en comprenant les concepts de manière plus profonde.

III. Problématique et questions de recherche

Ainsi, comme nous pouvons le constater il existe de nombreuses difficultés que nous pourrions étudier cependant, une d'entre elles nous intrigue particulièrement. En effet, l'obstacle rencontré par les élèves dans la compréhension que l'aire et le périmètre ne croissent pas conjointement nous a paru assez intéressant à étudier. Nous avons donc décidé de nous focaliser sur cet obstacle-là.

Ainsi notre recherche s'articulera donc autour de la question :

Existe-t-il une situation fondamentale (au sens de Brousseau) permettant de dépasser l'amalgame des notions périmètre et aire sur une même figure ?

De cette interrogation découlent 2 différentes grandes questions de recherche.

1) Qu'est-ce qui est proposé dans un échantillon de manuel de Cm2 autour de la distinction entre l'aire et le périmètre ?

Cette question, quant à elle, nous permet d'émettre l'hypothèse que des situations fondamentales seront proposées dans un échantillon de manuels de CM2. On imagine donc que certaines situations présentées dans ces manuels, permettent aux élèves de passer au-dessus de l'obstacle de l'amalgame des 2 notions sur la même figure. Pour valider ou invalider cette hypothèse, nous allons réaliser l'analyse de 3 manuels de mathématiques présents dans les classes de CM2.

2) En quoi la situation fondamentale permet aux élèves de dépasser cet obstacle ?

Cette première question nous amène donc à formuler l'hypothèse qu'une situation fondamentale au sens de Brousseau permet aux élèves de passer au-dessus de l'obstacle. Les mettre en situation de recherches avec des modalités de travail par groupe de 2 amènerait les élèves à comprendre plus concrètement les concepts d'aire et de périmètre et donc de les distinguer plus facilement. Ainsi, nous souhaitons vérifier si la présence d'une situation fondamentale au sein d'une séquence sur la distinction entre l'aire et le périmètre et sa mise en place dans une classe, serait suffisante pour faire dépasser aux élèves l'obstacle de l'amalgame entre l'aire et le périmètre. En proposant cette séquence, nous nous appuyons sur les préconisations de la recherche, et donc des programmes.

IV. Méthodologie de recherche

Ces différentes questions de recherche nous ont amenés à prévoir une méthodologie de recherche nous permettant d'y répondre.

1) Qu'est-ce qui est proposé dans un échantillon de manuel de Cm2 autour de la distinction entre l'aire et le périmètre ?

Dans cette partie, nous souhaiterions aborder notre méthodologie de recherche concernant cette première question. Nous avons décidé de réaliser une analyse de manuel de cycle 3, plus précisément du CM2.

L'analyse de ces ouvrages nous permet donc d'essayer d'évaluer leur qualité et leur pertinence pour l'enseignement des mathématiques, et plus précisément des aires et périmètres dans le domaine des Grandeurs et Mesures.

Le choix des ouvrages a été réalisé en fonction de l'accessibilité et des retours que nous avons pu avoir en échangeant avec les différents professeurs des écoles rencontrés durant nos stages.

Ainsi, nous avons sélectionné 3 ouvrages. Ce choix d'ouvrage a été fait sur des manuels coécrits par des didacticiens en mathématiques.

- Cap maths, CM2 éditions Hatier accompagné de son guide du maître

Le manuel "Cap Maths" est un manuel scolaire de mathématiques destiné aux élèves de CM2, publié par les éditions Hatier. Ce manuel est basé sur une approche par compétences, qui vise à favoriser l'autonomie et la créativité des élèves en les incitant à réfléchir et à résoudre des problèmes par eux-mêmes. Il est accompagné d'un guide du maître qui fournit des pistes pédagogiques pour chaque séquence, des aides pour différencier les apprentissages selon les besoins des élèves, ainsi que des outils d'évaluation pour mesurer les progrès des élèves. Ce guide du maître semble être particulièrement apprécié par les enseignants, pour sa clarté et sa pertinence.

Nous avons choisi ce manuel, car nous avons déjà eu l'occasion de le découvrir et de l'analyser succinctement durant nos cours de mathématiques. C'est un manuel

assez connu, qui est assez souvent utilisé dans les écoles. Nous pouvons donc le trouver facilement.

Ainsi, lors de nos recherches, nous avons été régulièrement confrontées à cet ouvrage, ce qui nous pousse à croire que les enseignants du cycle 3 le sont aussi. Il nous a donc paru cohérent de l'analyser.

- Haut les maths CM2 , édition Retz

Ce manuel propose et prône une méthodologie qui respecterait, selon la maison d'édition, les rythmes d'apprentissage. Il est organisé sous forme de séquences hebdomadaires permettant de travailler les différentes notions des domaines.

Cet ouvrage est accompagné d'un cahier de géométrie.

- J'apprends les maths, CM2, édition Retz

"J'apprends les maths" est une méthode d'apprentissage des mathématiques pour les classes de CM1 et CM2, publiée par les éditions Retz. Cette méthode est basée sur une approche progressive et structurée, visant à amener les élèves à développer des compétences mathématiques solides et durables.

Le manuel se compose de séquences d'apprentissage claires et détaillées, accompagnées d'exercices variés pour consolider les acquis des élèves. Ce manuel est également accompagné d'un guide pédagogique pour les enseignants, proposant des conseils pratiques pour la mise en œuvre de la méthode en classe, ainsi que des fiches d'activités et des évaluations pour chaque séquence.

"J'apprends les maths" est une méthode utilisée dans les écoles primaires en France, notamment en raison de sa simplicité d'utilisation et de son efficacité pédagogique reconnue, ce qui nous pousse donc à l'analyser.

Le choix de ce manuel a aussi été motivé par le fait que ce soit celui utilisé dans les classes où notre recueil de données a été réalisé.

L'analyse de ces différents ouvrages se réaliserait donc selon différents critères que l'on pourrait lister :

1. Comment sont introduites les notions d'aire et de périmètre ?
2. Il y a-t-il des exercices spécifiques sur les aires ? Et sur les périmètres ?
3. Y a-t-il des exercices qui lient ou opposent les 2 notions ?
4. Présence de situation fondamentale ?
5. Des points de vigilance sont-ils mis en lumière ?
6. Que peut-on dire de la progression et de l'évolution ?
7. Quels sont les différents types de comparaison proposés ?

Ces critères seront donc regroupés dans une grille, ce qui nous permettra de formaliser les résultats de cette analyse de façon plus claire et succincte.

3) En quoi la situation fondamentale permet aux élèves de dépasser cet obstacle ?

En fonction des résultats obtenus dans l'analyse des manuels, deux méthodologies sont à envisager.

La première est dans le cas où on validerait notre première hypothèse et que l'on trouve une situation fondamentale dans au moins 1 des manuels. Ainsi, pour répondre à notre deuxième question de recherche, nous reprendrons une de ces situations fondamentales et nous l'intégrerons dans une séquence que nous mettrons en place en classe.

Dans le deuxième cas, la première hypothèse est invalidée, il n'y a pas de situation fondamentale dans les manuels. Nous devons donc en créer une que nous intégrerons dans une séquence qui sera mise en place en classe.

Nous allons mettre en place cette séquence dans 2 classes de CM2 du département de la Haute-Garonne.

La première classe est une classe de 29 élèves dont 3 élèves participant au dispositif ULIS et 3 autres ayant des notifications MDPH, nécessitant une aide humaine.

Les élèves ULIS de cette classe ne sont pas en inclusion dans la discipline des mathématiques. Ainsi, la séquence sera mise en place auprès de 26 élèves, dont 11 filles et 15 garçons.

En ce qui concerne la deuxième classe, il s'agit d'un double niveau CM1-CM2 avec 14 CM2 au total, dont 1 élève possédant une notification MDPH et nécessitant la présence d'une AESH. Sur les 14 élèves, 7 sont des filles et 7 des garçons.

La séquence mise en place sera donc composée de 5 séances.

Quels que soient les résultats de l'analyse de manuel, nous allons réaliser une séquence qui s'appuiera sur 3 points clés, une évaluation a priori réalisée entre la première séance et la deuxième, la situation fondamentale qui sera le contenu de la séance 2 et une évaluation a posteriori à la fin de la séquence.

V. Données obtenues

A) Analyse des manuels

Tableau pour l'analyse des 3 manuels :

Nous avons mis en place un code couleur, permettant de mettre en valeur les résultats dans le tableau. La couleur verte signifie que les éléments observés sont présents, tandis que la couleur rouge représente le cas contraire, à savoir l'absence des critères d'observation dans le manuel en question.

	Cap maths CM2	J'apprends les maths CM2	Haut les maths CM2
Activités d'introduction des notions	Recherche : → Comment calculer l'aire d'une surface formée par la réunion de 2 rectangles ? Comment comparer aire et périmètre → 2 notions sont présentes dans la situation de recherche	Je découvre: → Activité de comparaison des aires (superposition et découpage-recollement) → La notion de périmètre n'apparaît pas	Je découvre : → Activité de comparaison (superposition et découpage recollement) → Les deux notions sont présentes dans la situation → C'est une situation d'exploration dans laquelle les élèves doivent manipuler pour répondre aux questions → Phase de recherches ⇒ Permet de voir si les élèves distinguent l'aire du périmètre.
présence d'exercices spécifiques sur les aires (exercices durant lesquels le calcul du périmètre n'apparaît pas)	Non Pas d'exercice spécifique sur l'aire → Beaucoup d'exercice de calcul de l'aire puis du périmètre sur les même figures	Oui notamment sur la mesure d'aire → Construction du cm^2	oui → 1 exercice de comparaison directe (superposition) → exercices de mesure avec étalon (pavage → Exercices de mesure d'aire (cm^2 ...) Utilisation de formules

Présence d'exercice spécifiques sur le périmètre	Oui 1 exercice de résolution de problème sur le périmètre → Les périmètres sont aussi présent dans la quasi totalité des exercices du manuel (dans les exercices de calcul)	Non pas d'exercice sur le périmètre dans le domaine grandeurs et mesure du manuel	Non pas d'exercice spécifiques sur les périmètres (1 qui reprend le pavage utilisé pour le calcul d'aire à l'exercice avant et demander de calculer les périmètres)
Présence d'exercices qui lient ou opposent les 2 notions	Oui → Beaucoup d'exercice ou on demande aux élèves de calculer l'aire puis le périmètre d'une même figure (ou l'inverse)	Non	Oui → Les exercices je découvre → Beaucoup d'exercice ou on demande aux élèves de calculer l'aire puis le périmètre d'une même figure (ou l'inverse)
Présence de situation fondamentale selon Brousseau	Non	Non	Non
Progression	Pas trop de comparaison directe entrée dans la mesure conventionnelle de l'aire avec l'apparition très rapidement du cm^2	Pas de séquence et activités proposées sur la distinction entre l'aire et le périmètre Il existe quand même une progression dans la construction et l'introduction de la mesure conventionnelle de l'aire	Utilisation de la manipulation pour définir ce qu'est l'aire et ce qu'est le périmètre sans avoir recours à la mesure. Puis introduction de la mesure avec l'utilisation de pavages (de différentes formes) Puis introduction des mesures conventionnelles de l'aire avec l'entrée du cm^2 et du m^2
Guide du maître : Point de vigilance / Obstacle concernant le lien Aire / Périmètre	Présence de difficultés potentielles : → Distinguer aire et périmètre → L'idée que périmètre et aire sont 2 grandeurs liées		

Type de comparaison proposées	Comparaison directe (apparaît dans les phases de recherches, les élèves peuvent mettre en place des procédures de superposition, découpage/recollement...) présence d'exercice de mesure avec étalon. Comparaison par mesure conventionnelle	Comparaison directe (peu de comparaison directe, présence seulement dans les activités de découverte) La mesure conventionnelle = Très présente dans ce manuel, beaucoup d'exercice sur l'unité du mètre carré.	Comparaison directe (superposition, découpage) puis mesure avec étalon (pavages carré, rectangles, losanges...) puis introduction de la mesure conventionnelle (introduction de l'unité de mesure cm^2 et m^2)
--------------------------------------	---	---	---

Figure 4 : Tableau critérié de l'analyse des 3 manuels

Cette analyse sous forme de tableau nous permet de présenter un comparatif entre les différents ouvrages de façon plus claire et évidente.

Elle met en évidence le fait que les 3 manuels ont des méthodes différentes concernant l'introduction et l'apprentissage du lien entre l'aire et le périmètre. En effet, on peut remarquer que le manuel Cap Maths, propose d'introduire les notions grâce à des exercices de comparaisons entre l'aire et le périmètre d'une même figure. Tandis que les 2 autres ouvrages quant à eux proposent pour commencer une activité de comparaison des aires. Pour le manuel, j'apprends les maths, la notion de périmètre n'apparaît même pas.

De plus, nous avons également observé la présence d'exercices spécifiques sur les aires mais aussi sur les périmètres. On entend par là, que ce sont des exercices durant lesquels les élèves n'auront à analyser respectivement que la notion d'aire ou la notion de périmètre. On a donc pu remarquer que chez Cap Maths il n'y a pas d'exercice seulement sur l'aire tandis qu'il y a des exercices spécifiques sur le périmètre. C'est l'inverse pour les 2 autres manuels qui ne proposent pas quant à eux d'exercices spécifiques sur le périmètre. Cependant, à part pour le manuel J'apprends les maths, on a observé la présence d'exercices qui regroupent les 2 notions.

Cette analyse nous a également permis de constater que dans aucun des trois ouvrages, nous ne retrouvons des situations fondamentales répondant aux critères définis par Brousseau. (Brousseau, 1998)

Les manuels Cap maths et Haut les maths proposent des activités dans le but de distinguer l'aire et le périmètre. Ce n'est pas le cas du manuel J'apprends les maths qui ne propose que des supports pour introduire et construire la mesure d'aire.

Le manuel Cap maths est le seul à proposer des points de vigilance, à l'aide de son guide du maître, ce qui permet néanmoins de mettre en lumière la distinction de l'aire et du périmètre et des obstacles que les élèves pourraient rencontrer.

En conclusion, aucune situation fondamentale n'est proposée dans ces manuels. Ainsi, pour répondre à notre deuxième question de recherche, nous allons donc devoir créer notre propre situation fondamentale en se basant sur les critères définis par Guy Brousseau.

B) Situation fondamentale

Dans un second temps, nous allons essayer de créer une situation fondamentale au sens de Brousseau. La réalisation de cette situation fondamentale a pour objectif de voir si grâce à ce genre de situations les élèves réussissent à passer au-dessus de l'obstacle.

Pour cela, nous avons réalisé une séquence sur la distinction de l'aire et du périmètre, en se concentrant sur le fait que l'aire et le périmètre ne croissent pas conjointement ([Annexe 1 tableau de séquence](#)). Pour cela, nous nous sommes appuyées sur la recherche et notamment sur le travail de Houdement et Peltier (Houdement et Peltier, 1992).

Cette séquence est composée de 5 séances, la première est un rappel de la notion d'aire car elle n'avait pas été abordée depuis le CM1 dans les classes.

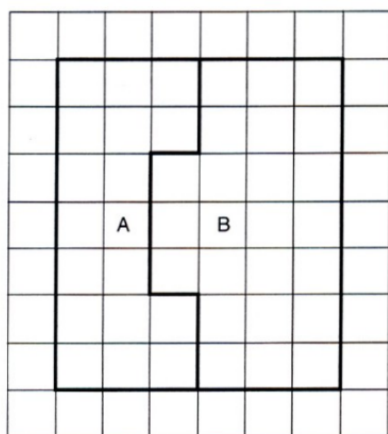
1) Evaluation a priori

Nous avons, à la suite de ça, proposé aux élèves une évaluation a priori pour évaluer leurs difficultés en ce qui concerne la confusion et le fait que l'aire et le périmètre ne croissent pas conjointement.

L'évaluation se présente sous forme de 2 questions à choix multiples. Les élèves doivent entourer la réponse et ils doivent essayer de justifier leur réponse en

précisant leurs procédures ou chemins de pensée dans un espace dédié en dessous ([Annexe 3 : Evaluation diagnostique](#)).

Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous :



La première question demande aux élèves de comparer les deux aires. La seconde quant à elle concerne la comparaison des deux périmètres. Les figures proposées aux élèves sont présentées de la sorte.

Figure 5 : Figures proposées dans l'évaluation a priori

L'obstacle créé par cet exercice est que la parcelle B a une aire supérieure à celle de la parcelle A, cependant, les périmètres des deux parcelles sont exactement les mêmes.

L'enjeu de cette évaluation a priori est donc d'observer la quantité d'élèves à commettre l'erreur de dire que le périmètre de la parcelle B sera supérieur à celui de la parcelle A.

Nous avons récupéré les productions d'élèves, les résultats que nous avons obtenu sont les suivants :

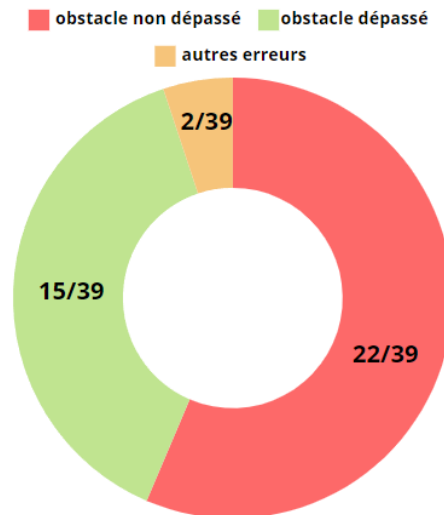


Figure 6 : Diagramme qui recense les résultats de l'évaluation a priori

Au total, nous avons 39 productions d'élèves. Parmi elles, 24 montrent que les élèves n'ont pas fait la distinction entre l'aire et le périmètre.

Sur les 24 productions dont les résultats étaient incorrects, seulement 2 ne concernent pas l'obstacle mis en jeu dans l'exercice. Cela signifie que 22 élèves ont estimé que la parcelle B avait un plus grand périmètre que la parcelle A.

Cette évaluation a priori nous permettra donc d'obtenir un comparatif sur l'évolution des réponses des élèves face à l'obstacle.

2) Situation fondamentale

La séance 2 est la séance que nous avons créée autour de la situation fondamentale. En effet, nous avons créé une situation qui regroupe les critères clés définis par Brousseau pour en faire une situation fondamentale.

La séance est réalisée en 4 étapes, dont la phase de recherche qui correspond principalement à notre situation fondamentale ([Annexe 2 : Fiche de préparation situation fondamentale](#)).

Contextualisation:

Nous commençons la séance par une phase de contextualisation durant laquelle nous avons demandé aux élèves de nous dire ce qu'ils avaient retenu de la première séance sur la comparaison des aires. L'objectif étant de faire émerger les notions de perception visuelle, superposition et découpage-recollement. De plus, nous les amènerons à expliquer dans leurs termes les notions d'aire et de périmètre.

Consignes :

Nous leur présentons les 4 figures qui seront le support de leur recherche.

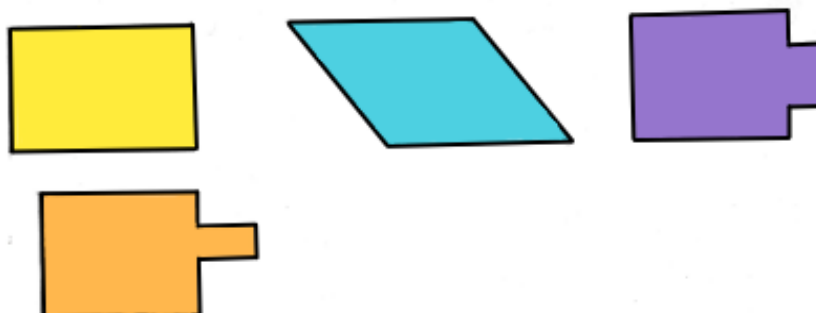


Figure 7 : Corpus de figure de la situation fondamentale

([Annexe 5 : Figures codées de la situation fondamentale.](#))

Chaque figure est liée par un caractère à une autre.

Figure	Aire	Périmètre
Jaune	24 cm ²	20cm
Bleue	24cm ²	22cm
Violette	22cm ²	20cm
orange	22cm ²	22cm

Figure 8 : tableau des critères commun entre les figures du corpus

La consigne donnée aux élèves est telle :

“ Vous allez devoir réaliser un classement de ces 4 figures selon le critère de votre choix.”

L'objectif étant que les élèves réalisent des classements selon l'aire et le périmètre et que l'on puisse les mettre en commun.

La contrainte qu'il y ait 2 figures dans chaque catégorie de leur classement a été transmise en même temps que la consigne.

Phase de recherche :

Les élèves sont donc répartis en binôme, on leur distribue une feuille avec les 4 figures en précisant qu'ils peuvent utiliser tout le matériel dont ils ont besoin. On leur met à disposition des feuilles unies qui peuvent leur servir de support pour pouvoir présenter leurs classements.

Les élèves manipulent donc les figures par binôme, cette phase doit être assez longue pour permettre aux élèves de rentrer dans la tâche et d'être en capacité d'expliquer leurs procédures aux reste de la classe.

Mise en commun :

A la suite de la phase de recherche, nous proposons aux élèves d'aller accrocher leurs procédures aux tableaux. L'enseignant fait en sorte que les groupes s'expriment, expliquent comment et pourquoi ils ont choisi le critère.

Durant cette mise en commun, l'idée que le classement n'est pas le même selon le critère choisi doit émerger.

Bilan :

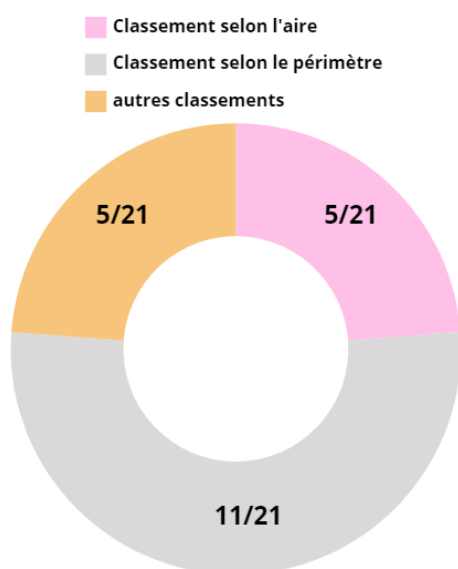
L'enseignant coécrit la trace écrite avec les élèves et leur fait noter à la suite de la leçon.

“L'aire et le périmètre sont 2 concepts différents qui caractérisent une figure plane.

Classer des figures selon l'aire ne donne pas lieu au même classement que selon le critère périmètre.”

Résultats :

A la fin de cette séquence nous avons pu observer et conserver les différents classements émis par les élèves.



Cela nous a donc permis de constater que les élèves ont principalement décidé de classer les 4 figures selon leurs périmètres. Cependant, de nombreux classements étaient erronés suite à des erreurs dans le calcul des périmètres.

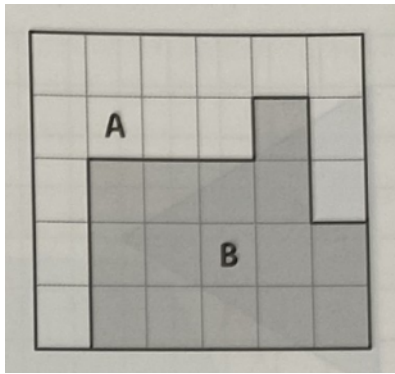
De plus, seulement 5 groupes ont classés selon l'aire et les 5 autres groupes ont proposé d'autres classements en lien avec le nombre de côtés ou de sommets par exemple.

Figure 9 : diagramme qui recense les différents critères utilisés par les élèves

3) Evaluation fin de séquence

D'autres situations de recherches sont proposées aux élèves dans la suite de la séquence de façon à ce qu'ils mettent en jeu le savoir visé dans la séance 2.

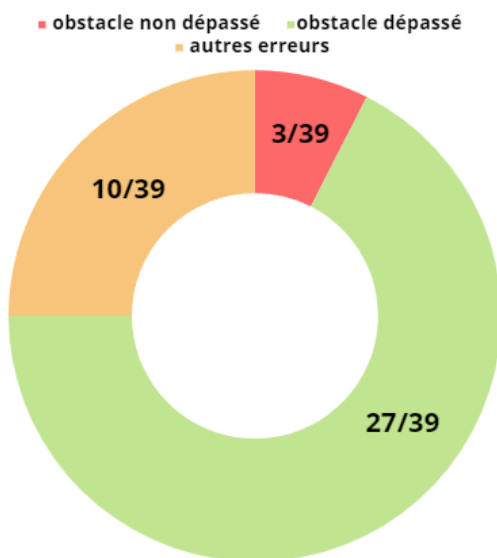
Pour finir la séquence, nous avons procédé à une sorte d'évaluation a posteriori nous permettant de juger la progression des élèves. Effectivement, en plus de nous montrer la progression des élèves, la fiche d'exercice que nous avons proposée aux élèves nous permet de tester à nouveau leurs réactions face à l'obstacle étudié dans le mémoire ([Annexe 4 : Evaluation fin de séquence](#)).



Dans cette fiche, un exercice similaire à celui de l'évaluation a priori a été proposé aux élèves. La principale différence était que dans cet exercice là, les périmètres des deux figures étaient différents tandis que leurs aires étaient égales.

Ainsi, une première question demande aux élèves qu'elle est la figure avec le plus grand périmètre, puis une seconde demandant qui a la plus grande aire.

Figure 10 : Figure de l'évaluation a posteriori



Nous avons, à nouveau, récupéré les productions d'élèves pour pouvoir les comparer à celles obtenues grâce à l'évaluation a priori.

Sur les 39 productions que nous avons récupérées, 27 élèves avaient réussi à surmonter l'obstacle et répondre correctement aux 2 questions.

Figure 11: Diagramme qui recense les résultats de l'évaluation a postériori

Cependant, 13 élèves ont fourni des réponses erronées. Sur ces 13 élèves, seulement 3 ont répondu que l'aire de la figure B était plus grande car son périmètre l'était aussi.

Les 10 autres ont fait des erreurs de calcul du périmètre et de l'aire ce qui les a menés en erreur.

VI. Discussion

A) Analyse de manuels

Nous allons donc maintenant essayer de répondre aux 2 grandes questions de recherches soulevées par notre problématique.

1) Qu'est ce qui est proposé dans un échantillon de manuel de Cm2 autour de la distinction entre l'aire et le périmètre ?

Nous allons tout d'abord aborder l'analyse des manuels scolaires. Lors de cette analyse nous avons constaté que la distinction de l'aire et du périmètre n'était pas forcément abordée dans tous les manuels.

La comparaison de ces manuels nous permet d'arriver à une conclusion, comme expliqué par Brousseau (le travail de l'élève), au-delà de la posture de l'élève, les situations choisies par les enseignants ont un rôle prépondérant quant à la mise en route et la compréhension des élèves. Ainsi, on pourrait penser que les situations dans les manuels seraient des outils accessibles permettant aux enseignants d'avoir des banques de situations à proposer à leurs élèves. Cependant, nous avons pu constater que, pour les 3 manuels analysés, dans le domaine de la distinction entre l'aire et le périmètre, les exercices étaient peu nombreux. Nous avons également pu constater qu'aucune situation fondamentale répondant aux critères définis par Brousseau n'étaient présentes. Les situations proposées sont majoritairement des situations de mesure du périmètre et de l'aire, que ce soit en passant par ; la comparaison, des pavages, ou encore le calcul. Cependant, nous nous sommes questionnées sur le fait que certaines situations, en étant modifiées ou adaptées pourraient devenir des situations fondamentales.

Un exemple provenant du manuel Haut les maths des éditions Retz pourrait être la situation ci dessous :

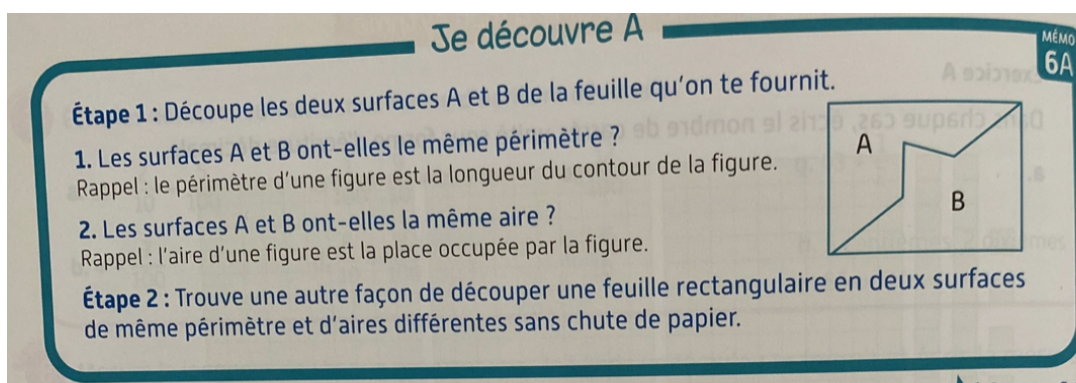


Figure 12 : Situation présente dans Haut les maths

Cette situation met en jeu l'obstacle de l'amalgame de l'aire et du périmètre cependant, elle ne répond pas à tous les critères de la situation fondamentale.

Critères de la situation fondamentale	Modifications apportées à la situation
Les élèves communiquent entre pairs	Choisir un dispositif permettant aux élèves de réfléchir en groupe et donc d'émettre des raisonnements en s'appuyant sur des arguments mathématiques.
La solution est la connaissance visée	Proposer une phase de mise en commun pour que les élèves verbalisent ce qu'ils ont remarqué de la situation. Ainsi, on peut faire émerger la compétence visée qui est de comprendre que l'aire et le périmètre ne varient pas forcément proportionnellement et qu'ils sont deux concepts bien distincts.
Les élèves sont enrôlés dans la tâche	Proposer le travail de groupe permet déjà un enrôlement des élèves dans la tâche. De plus, la manipulation proposée par la situation permet d'appuyer sur ce phénomène.

Figure 13: Tableau des modifications nécessaires pour transformer la situation étudiée en situation fondamentale

Ainsi, 2 manuels sur les 3 analysés proposent des situations qui peuvent devenir très intéressantes pour lutter et dépasser l'obstacle de la distinction entre l'aire et le périmètre cependant les enseignants se doivent d'être attentifs dans leurs choix pédagogiques pour réussir au mieux l'objectif.

Pour conclure, les manuels sont bien évidemment des ressources sur lesquelles les professeurs des écoles peuvent s'appuyer pour réaliser leurs apprentissages. Cependant, il est important qu'ils adaptent les situations en fonction de leurs objectifs mais aussi en fonction de leurs élèves.

Nous pouvons également souligner le fait que nous avons analysé seulement 3 manuels. Bien qu'ils soient répandus dans les classes de cm2, cela ne représente pas tous les manuels disponibles et utilisés dans les différentes classes. Ainsi, nos conclusions ne relèvent pas du cas général et sont à nuancer.

B) Séquence et situation fondamentale

C) En quoi la situation fondamentale permet aux élèves de dépasser cet obstacle ?

1) Evaluation a priori

Notre deuxième question de recherche concerne la situation fondamentale que nous avons créée et mise en place dans 2 classes de CM2.

Comme précisé au préalable sur les 39 élèves ayant réalisé l'évaluation a priori, 22 ont fait la même erreur.

Entoure dans chaque cas la réponse qui convient :

a) L'aire de la parcelle 1 est la plus grande Les deux parcelles ont la même aire L'aire de la parcelle B est la plus grande

Explique ton choix : La parcelle B est plus grande.

b) Le périmètre de la parcelle A est le plus grand Les deux parcelles ont le même périmètre Le périmètre de la parcelle B est le plus grand

Explique ton choix : j'ai compté les carreaux et il y avait plus de carreaux sur la parcelle B que la parcelle A

Au vu des explications écrites des élèves et des questions que nous avons pu poser aux élèves à l'oral, nous pouvons interpréter les résultats de l'évaluation diagnostique.

Figure 14 : Production d'élève recueillie lors de l'évaluation a priori

En effet, cette erreur et justification a été la plus courante et nous a permis de constater que les élèves n'avaient pas dépassé cet obstacle. Les élèves ont majoritairement pensé que comme l'aire de la surface B était supérieure (contenait plus de carreaux) son périmètre serait également plus grand. Nous nous sommes donc questionnés sur les biais auxquels les élèves avaient pu faire face. En reprenant les justifications des élèves, nous nous sommes aperçus que l'explication "j'ai compté les carreaux" revenait à de nombreuses reprises, nous questionnant sur l'impact que la présence des carreaux dans la figure a pu avoir, amenant des conceptions erronées aux élèves.

Ainsi, au vu du nombre d'élèves (12 élèves sur 22) ayant justifié leur réponse par le nombre de carreaux, on peut imaginer que la présence de carreaux a été un élément déclencheur et a favorisé le fait que les élèves aient cette conception erronée.

Cependant, parmi les productions des 10 autres élèves on a également pu remarquer que certains n'ont rien mis dans la partie destinée à la justification tandis que 7 élèves ont justifié leur réponse par la perception visuelle.

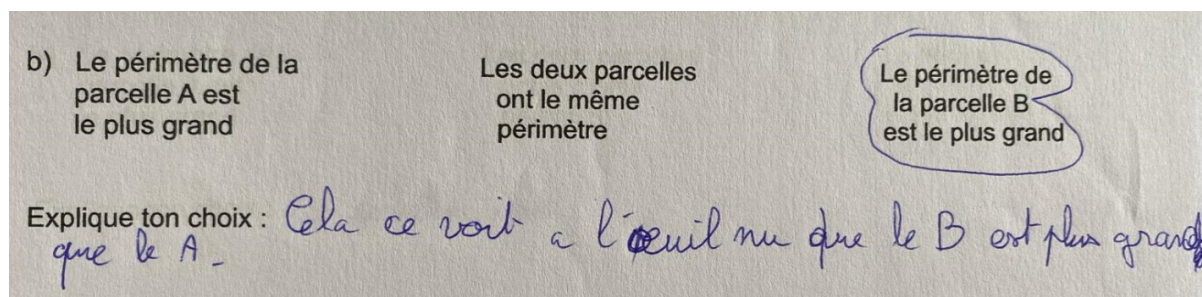


Figure 15 : Exemple de justification d'élève

Comme on peut le voir, l'élève apporte sa réponse de façon logique, "ça se voit donc c'est plus grand". Cela atteste de la conception erronée des élèves qui ne distinguent pas réellement ce qu'ils doivent observer pour réellement pouvoir comparer les 2 périmètres.

2) Situation fondamentale

Ensuite, les résultats de la situation fondamentale, toujours avec les mêmes classes, nous ont permis de nous rendre compte de l'intérêt de la communication entre pairs. En effet tout au long de la séance et de la phase de recherches les élèves ont été amenés à travailler par groupe de 2. Cependant, ce n'est que lors de

la phase de mise en commun que la situation a pris tout son sens. Les élèves ont réalisé, en comparant leur classement avec ceux des autres et en confrontant leurs points de vue lors d'une discussion guidée par l'enseignant, que les figures n'étaient pas dans les mêmes catégories en fonction de si elles étaient classées selon l'aire ou le périmètre. Ainsi, les élèves ont construit leur connaissance par eux même durant le temps de discussion. Ils ont compris que l'aire et le périmètre étaient 2 concepts distincts mais qui pouvaient caractériser une même figure. Nous pouvons donc affirmer que le critère "communiquer entre pairs" de la situation fondamentale au sens de Brousseau (Brousseau, 1998) apporte une plus value nécessaire à la réussite de notre situation.

De plus, nous nous sommes rendu compte que 11 binômes sur les 21 avaient décidé de classer selon le périmètre. En confrontant ces résultats à ceux de l'évaluation diagnostique où les élèves avaient été plus en réussite sur la comparaison de l'aire, nous nous sommes rendus compte que l'absence de carreaux avait pu orienter les élèves vers la mesure des différents périmètres. Ces résultats nous amènent à réfléchir davantage sur l'impact de la présence de carreaux dans les résultats des élèves.

3) Evaluation de fin de séquence

L'évaluation réalisée en fin de séquence regroupait 4 exercices dont 2 similaires à l'évaluation diagnostique. Un premier que nous avons présenté dans la partie précédente nous servait de comparatif par rapport à l'évaluation a priori. Nous avons donc pu constater une nette amélioration des élèves face à cet obstacle. En effet, seulement 3 contre 22 au début de la séquence, ont fait l'erreur de penser que l'aire et le périmètre croissent conjointement. On peut ainsi affirmer que la situation fondamentale a eu un réel impact sur les réponses des élèves.

Pour conclure, nous avons pu observer une réelle évolution des conceptions des élèves en ce qui concerne la distinction entre l'aire et le périmètre. Nos résultats nous ont permis de valider notre seconde hypothèse qui relevait de l'impact positif d'une situation fondamentale.

Cependant, il existe tout de même certains questionnements et biais concernant notre recherche.

En effet, la deuxième situation similaire que nous leur avons proposée est une situation avec des figures qui n'étaient pas quadrillées. Nous avons repris les figures de la situation proposées dans une des situations "je découvre" du manuel Hatier, édition Retz. Cela nous a donc permis de voir si les carreaux avaient un réel impact sur les réponses et la réussite des élèves.

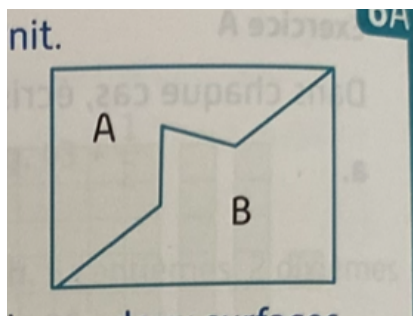


Figure 16 : Figures de l'exercice proposé aux élèves

Sur cet exercice, seulement 10 élèves sur 39 ont réussi à répondre aux deux questions correctement. Le reste des élèves, n'a pas réussi à comparer les aires par perception visuelle et ont été dérangé par la non présence de carreaux pour répondre à la question.

Ainsi une part d'élève importante a pensé que les aires étaient les mêmes puisque leurs périmètres étaient égaux.

On peut donc conclure que la présentation des figures a une importance sur les réponses des élèves, la présence de carreaux influence les élèves à les compter et donc réussir plus facilement une mesure de l'aire. Tandis que lorsqu'il n'y en a pas les élèves s'orientent vers la mesure du périmètre et ont plus de difficulté dans le calcul de l'aire. L'aspect visuel est donc à prendre en considération dans l'analyse de nos résultats et peut être porteur de mauvaises interprétations de la part du professeur des écoles, pensant que la notion est acquise alors qu'elle ne l'est pas complètement, amenant parfois l'amalgame à s'accroître davantage.

Ensuite, la situation fondamentale a été proposée au cœur d'une séquence complète. Ainsi, on peut penser que l'entièreté de la séquence a joué un rôle dans la progression des élèves. Il est clair que nous ne pouvons pas affirmer le fait que c'est

l'enseignement dispensé qui est "responsable" de ces évolutions, c'est précisément une question qui n'est pas directement accessible à la recherche. Il en est de même de la question de l'amélioration des apprentissages. (Robert, A., 1992 , P40)

De plus, lorsque nous avons mis en place la situation fondamentale, nous nous sommes rendu compte que notre corpus de figure, n'était pas le plus adéquat et ne permettait pas de remplir complètement le critère "la connaissance visée est la solution" de la situation fondamentale. En effet, classer selon l'aire ou le périmètre n'étaient pas les seules solutions pour les élèves. Certains groupes ont pu réaliser des classements selon le nombre de côtés ou de sommets. Cela n'a concerné que certains groupes mais représente tout de même une des limites de notre recherche. Nous avons donc pensé un autre corpus de figures ([Annexes 6 : Figures améliorées pour la situation fondamentale](#)) qui éviterait cette situation aux professeurs des écoles souhaitant mettre en place la situation fondamentale.

Pour finir, il faut également prendre en compte le contexte dans lequel nous nous trouvions, il forme un biais pour notre mémoire en raison du fait que nous étions stagiaires au sein des classes. Ainsi, il existe chez les élèves un enrôlement tout particulier envers ce que nous leur proposons de faire pour toutes sortes de raisons qui peuvent s'apparenter au fait que nous ne sommes pas la personne de référence habituelle (professeur des écoles). De plus, la séquence a été mise en place dans des classes ou au minimum se trouvaient 3 adultes (2 stagiaires, un professeur des écoles), ainsi, les élèves ont bénéficié d'un accompagnement plus important que dans une classe en temps normal. Notre investissement dans ce projet et envers l'objectif de faire dépasser l'obstacle aux élèves peut également avoir eu un impact sur cet enrôlement de la part des élèves mais aussi sur nos pratiques enseignantes. En effet, nos pratiques ont pu être influencées par l'attention toute particulière que nous avons accordée à cette séance et plus précisément à notre objectif, nous incitant à changer notre posture professionnelle ou du moins à travailler dessus afin de mener à bien nos objectifs pour notre recherche. Nos pratiques ayant été influencées par ce contexte, nous pouvons nous demander si les progrès des élèves auraient été les mêmes dans un autre contexte, avec leur professeur des écoles habituel par exemple. Nous avons donc conscience que nous ne pouvons pas déterminer dans quelle mesure tous ces éléments ont participé à l'obtention de ces

résultats. Il est possible que tout cela ait joué un rôle et nous pouvons imaginer que dans d'autre contexte les résultats n'auraient peut-être pas été aussi marqués.

Cette expérience a été réalisée sur le temps d'une période, ainsi, c'est une expérience à court-terme, dans un contexte précis. Ce court terme nous amène à nous questionner sur l'impact de ces apprentissages à moyen et long terme. En effet, même si les résultats montrent que les élèves ont réussi à passer au-dessus de l'obstacle, n'est ce pas seulement un apprentissage momentané, à défaut d'un apprentissage ancré, leur permettant de ne plus faire l'amalgame dans le reste de leur scolarité ? Nous nous questionnons ainsi sur l'aspect temporel de cet apprentissage. Il serait intéressant de revenir en classe en fin d'année afin de rendre compte des apprentissages retenus ou non, et ainsi prendre conscience de l'importance de la temporalité. C'est ainsi que nous pouvons aussi nous demander si cet obstacle pourrait réapparaître dans la scolarité à long terme chez les élèves, bien après l'apport qu'a pu avoir cette expérience sur les élèves.

De nombreux chercheurs ont déjà mené des investigations sur la distinction entre l'aire et le périmètre. C'est une question récurrente chez les didacticiens des mathématiques ce qui permet à l'heure actuelle d'avoir de nombreuses ressources amenant aux enseignants de pouvoir réaliser les meilleurs choix pour permettre à leur élèves de dépasser cet obstacle. Notre recherche s'ancre dans cette dynamique et apporte donc une potentielle solution de plus aux enseignants. Tout comme beaucoup d'autres recherches telle que celle de Daina, qui propose une liste de situations à proposer pour amener les élèves à différencier l'aire du périmètre. (Daina, 2012). Il n'existe donc pas actuellement une seule bonne solution pour que les élèves dépassent ces obstacles, cependant, il existe une multitude de propositions sur lesquelles les enseignants peuvent s'appuyer. Ils doivent néanmoins garder un regard critique que ce soit concernant les manuels utilisés ou leurs pratiques enseignantes.

VII. Conclusion

Dans ce travail de recherche, nous avons cherché à trouver des solutions concernant l'amalgame que les élèves font entre l'aire et le périmètre au cycle 3, en classe de CM2. Nous avons tout d'abord cherché dans les outils déjà à disposition des enseignants, en analysant 3 manuels, afin d'apporter une situation fondamentale permettant de dépasser cet obstacle. Nous avons donc proposé à deux classes de CM2 une séquence intégrant la situation.

Ainsi, ce mémoire permet de répondre à la problématique posée par l'obstacle de l'amalgame entre l'aire et le périmètre sur une même figure. Cette question a été étudiée par de nombreux chercheurs, ce qui nous a permis de réaliser cette recherche. En effet, grâce à ce travail, nous avons pu mettre en place une situation fondamentale qui a permis aux élèves de passer au-dessus de l'obstacle visé. Cependant, il existe des biais à cette solution, comme par exemple le fait qu'elle ait été intégrée à l'intérieur d'une séquence, ce qui ne nous permet pas d'affirmer que tous les élèves ont réussi à surmonter l'obstacle seulement grâce à la situation fondamentale. De plus, c'est une question qui prend en compte le passif, le rapport aux mathématiques des élèves, leur singularité, qui aura forcément un impact sur l'efficacité des différentes situations. Le milieu dans lequel l'élève apprend joue un rôle non négociable dans son apprentissage. L'ensemble des interactions entre l'élève et le milieu impacte ainsi l'apprentissage. Il joue ainsi un rôle crucial, posant des limites et des biais.

En définitive, ce mémoire met en lumière l'importance des démarches et choix pédagogiques réalisés par les enseignants. Elles ont une réelle influence sur la réussite des élèves. Cette recherche permet de valoriser les situations durant lesquelles les élèves sont actifs et dynamiques, durant lesquelles ils construisent eux même leurs apprentissages par les échanges avec leurs pairs. Cette démarche pédagogique peut donc être une des infinies possibilités permettant aux élèves de dépasser cet obstacle.

Nous aurions aimé pouvoir continuer à travailler sur l'impact des choix pédagogiques des enseignants et notamment sur l'ordre d'apparition des questions. En effet, durant nos recherches nous nous sommes questionnées sur l'incidence que cela pouvait avoir sur les réponses des élèves. Nous leur avons proposé dans

l'évaluation a posteriori, seulement des exercices où on leur demandait en premier d'étudier les périmètres des figures, puis dans une seconde question, les aires. L'apparition du périmètre avant l'aire peut ainsi amener les élèves à adopter des stratégies, qui pourraient être différentes si l'aire venait avant dans l'ordre des questions. On aurait aimé pouvoir répondre à cette question, cependant il aurait fallu que l'on intègre un autre exercice du même type où les questions auraient été posées à l'inverse, afin de pouvoir traiter cette hypothèse. Il nous paraît donc intéressant de poursuivre notre travail de recherche pour essayer de déterminer si cela peut avoir un impact sur la réussite des élèves.

Nous nous questionnons tout de même sur le fait que les élèves vont être amenés à changer d'institution dès la rentrée prochaine, il nous semble donc intéressant de savoir dans quelles mesures le travail que nous avons réalisé aura un impact, s'il en a un. Mais également, l'importance d'une continuité pédagogique entre les institutions. Cela favoriserait-il la réussite des élèves dans le dépassement à long terme de cet obstacle ? Ce questionnement est fait en lien avec la présence d'une continuité pédagogique CM2-6ème, amenant les deux institutions à mener un projet de "Constellation" par exemple, afin d'éviter les ruptures brutales dans les pratiques professionnelles et les situations proposées.

VIII. Bibliographie

Balacheff, N.: 1988, Processus de preuves chez des élèves de collège, Thèse de doctorat d'état Université de Grenoble 1.

Brousseau, G. (2003). Erreurs, difficultés, obstacles

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. La pensée sauvage.

Brun, J. (1996). Didactique des mathématiques—Michèle Artigue, Guy Brousseau, Yves Chevallard, François Conne, Gérard Vergnaud—Google Livres.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique.

DAINA. (2012) Analyse d'activités à propos de la différenciation entre aire et périmètre (Moyens Corome 13P à 6P 2)

https://revue-mathematiques.ch/files/9614/6288/8723/ME218_Daina.pdf

Danielson, C. (2005). Perimeter in the curriculum. For the Learning of Mathematics, 25(1), 30- 33.

Douady, R. et Perrin-Glorian, M.-J.: 1983, Mesure des longueurs et des aires. Brochure, no 48 IREM Université Paris 7.

Douady, R. et Perrin-Glorian, M.J. (1984) Aires de surfaces planes (1ère partie). Petit x, n° 6, pp. 5-33.

Douady, R. (1987-88). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane.

http://www.numdam.org/item/PSMIR_1987-1988__5_A3_0.pdf

Houdement, C. et Peltier, M.-L. : Aires de surfaces planes. (1992)
<https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WO/IWO03006/IWO03006.pdf>

Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse. (2019). *Didon, Reine et fondatrice de Carthage* | Odysseum.

<https://eduscol.education.fr/odysseum/didon-reine-et-fondatrice-de-carthage>

MEN. (2016). *Grandeurs et mesures*. Eduscol.

MEN. (2016). *Grandeurs et mesures au cycle 2 : Activité : Périmètre et aires*. Eduscol

MEN.(2016). *Grandeurs et mesures au cycle 3 : Activité : Périmètre et Aires*. Eduscol

Moreira Baltar, P., Comiti,C. (1994). Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles. *Irem de Grenoble*.

Moreira Baltar, P. (2019) Une étude de situations et d'invariants : outil pour l'analyse de la construction du concept d'aire au collège.
https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/49x5_1568716977412-pdf

Passelaigue Theys, D. (2011) *Grandeurs et mesures à l'école élémentaire*.

Robert, A., Elise, J., & Chiocca, C. (1992). Analyse du discours des enseignants. <https://hal.science/hal-02139108/>

Rogalski-Muret, J. (1984). Acquisition de la bidimensionnalité (combinatoire, espace, mesure) chez les élèves d'âge scolaire et préscolaire [Thèse de doctorat, Université Paris 7]. HAL Thèses.

http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/CDM_12_Janine_rogalski_A_propos_de_lacquisition_de_la_bidimensionnalit%c3%a9_chez_les_eleves_dages_prescolaire_et_scolaire.pdf

Rouche, N. (1992). Le sens de la mesure. *Bruxelles: Didier Hatier*.

ROUX & BARATAUD. (s. d.). Dossier d'activités pédagogiques réalisé par le groupe national de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en dispositifs relais.

IX. Annexes

Annexe 1 tableau de séquence

Séquence	
Objectif de la séquence : Distinguer les concepts d'aire et de périmètre	
Séance	Objectif et détail de séance
Séance 1	Objectif : Rappel du concept d'aire : → Revoir l'aire par manipulation : → 2 figures avec une aire différente ⇒ Perception visuelle (groupe classe) → 2 figures avec des aires différentes mais proches ⇒ Superposition (groupe classe) → 2 figures différentes avec la même aire mais qui ne peuvent pas se superposer ⇒ -Découpage recollement : - Emergence de la procédure (groupe classe) - manipulation (par îlots) → Institutionnalisation
Séance 2	Situation fondamentale: - 4 figures avec caractéristiques communes - Les élèves réalisent des classements selon le critère souhaité - mise en commun des différents classement - institutionnalisation
Séance 3	Objectif : Recherche optimum (aire = 24 cm²) - Variation du périmètre et aire constante - 1 feuille de papier A4 => par îlot les élèves vont devoir essayer de former une forme présentant le plus grand périmètre possible tout en conservant la même aire. - Institutionnalisation
Séance 4	Objectif : Recherche optimum (périmètre = 42 cm) - Variation de l'aire et périmètre constant - Par îlot les élèves vont devoir essayer de former une forme présentant la plus grande aire possible tout en conservant le même périmètre. - Différenciation = ficelle pour vérifier la constance du périmètre - Institutionnalisation
Séance 5	Objectif : Entraînement sur la distinction aire et périmètre Proposer une situation de recherches à faire en classe entière puis les lancer sur des exercices d'applications. - Environ 3 exercices du type : Je découvre B Le rectangle ci-contre est partagé en deux surfaces : une surface blanche A et une surface grise B. 1. Quelle est la surface qui a le plus grand périmètre ? 2. Quelle est la surface qui a la plus grande aire ? Je découvre A Étape 1 : Découpe les deux surfaces A et B de la feuille qu'on te fournit. 1. Les surfaces A et B ont-elles le même périmètre ? Rappel : le périmètre d'une figure est la longueur du contour de la figure. 2. Les surfaces A et B ont-elles la même aire ? Rappel : l'aire d'une figure est la place occupée par la figure. Étape 2 : Trouve une autre façon de découper une feuille rectangulaire en deux surfaces de même périmètre et d'aires différentes sans chute de papier.

Annexe 2 : Fiche de préparation situation fondamentale

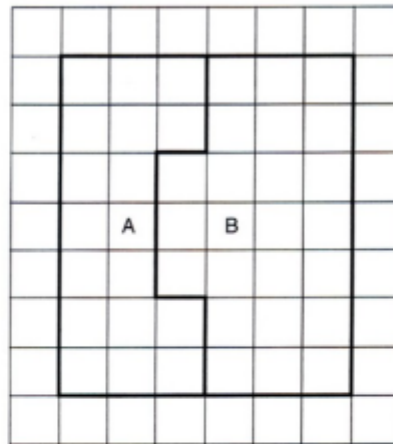
Séquence: Distinction Aire et Périmètre		Classement		Séance 2/5
Objectif séance: → Créer son propre classement selon des caractéristiques				
Compétences travaillés: → communiquer → Raisonner → Chercher				
Matériels: - Les 4 figures - Feuilles - Colle / Ciseaux - Règle				
Etapes:	Dispositif	Matériels:	Déroulement / consignes:	Remediation
1- Contextualisation	Groupe classe	- 4 figures - feuille	- Rappel séance précédente - Aujourd'hui nous allons étudier 4 figures - Présentation figures	- Guider discussion
2- Phase de recherche	Par 2	- 4 figures - colle / ciseaux - Feuilles blanches - Règle	Vous allez en groupe de 2 devoir faire un classement de ces 4 figures C'est vous qui choisissez comment vous les classer. Il faut au moins 2 figures dans chaque catégorie.	- Rappel classement - Vérifier que tout le monde est compris
3- Mise en commun	Groupe classe	- 4 figures - feuille avec classement	Chaque groupe présente son classement avec ces caractéristiques. Comment avez-vous fait pour classer les figures? Quelles sont vos caractéristiques?	
Bilan de séance: L'aire et le périmètre sont 2 concepts différents qui caractérisent une figure plane. Classer des figures selon l'aire ne donne pas lieu au même classement que selon le critère périmètre. (Ce sont deux concepts différents puisque ce sont des catégories différentes)				

Annexe 3 : Evaluation diagnostique (Exercice CRPE 1997- Corse)

Prénom:

Date:

Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous :



Entoure dans chaque cas la réponse qui convient :

a) L'aire de la parcelle A est la plus grande

Les deux parcelles ont la même aire

L'aire de la parcelle B est la plus grande

Explique ton choix :

b) Le périmètre de la parcelle A est le plus grand

Les deux parcelles ont le même périmètre

Le périmètre de la parcelle B est le plus grand

Explique ton choix :

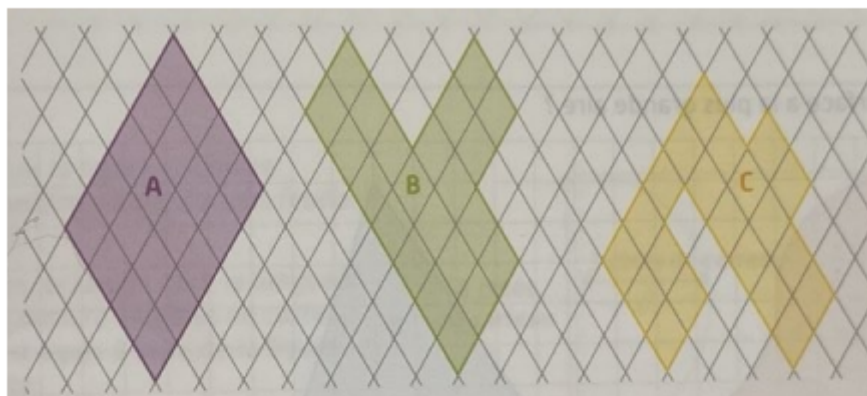
Annexe 4 : Evaluation fin de séquence

Prénom :

Date :

Exercice 1 :

Range les aires des surfaces de la plus petite à la plus grande



..... < <

Exercice 2 :

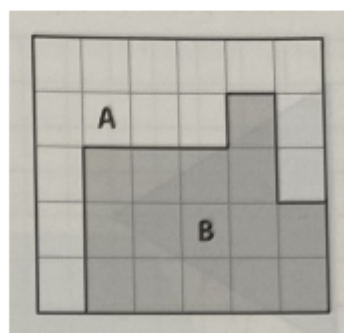
Le rectangle ci-contre est partagé en deux surfaces : une surface blanche A et une surface grise B.

1- Quelle est la surface qui a le plus grand périmètre ?

.....

2- Quelle est la surface qui a le plus grand aire ?

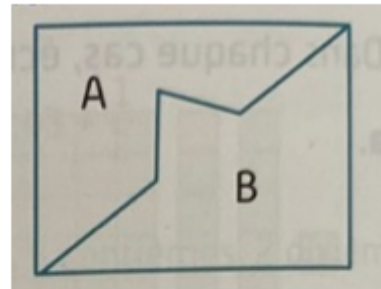
.....



Exercise 3 :

1- Les surfaces A et B ont-elles le même périmètre?

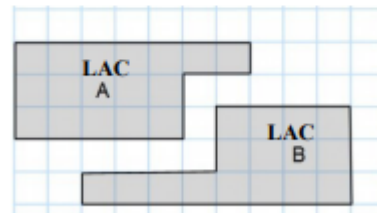
=====



2- Les surfaces A et B ont-elles la même aire ?

Exercise 4 :

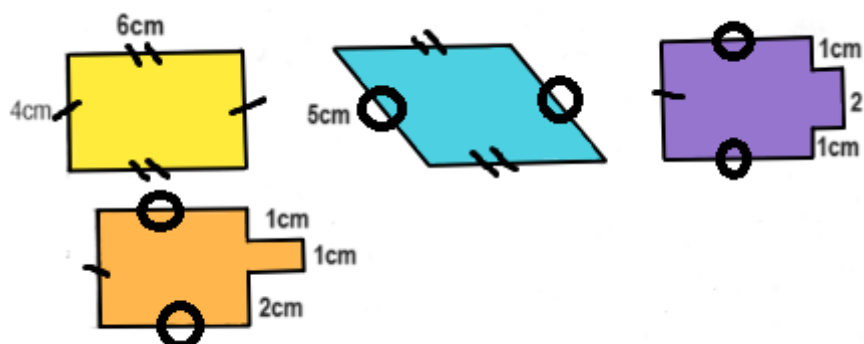
Mélie souhaite réaliser un footing autour d'un lac. Elle a le choix entre deux parcours, le A ou le B.



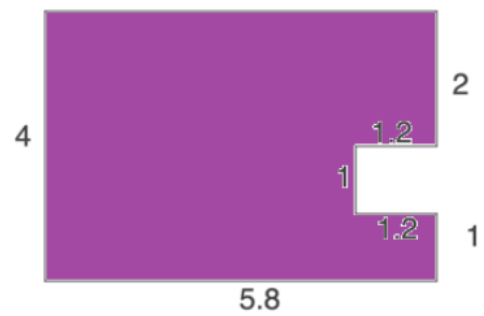
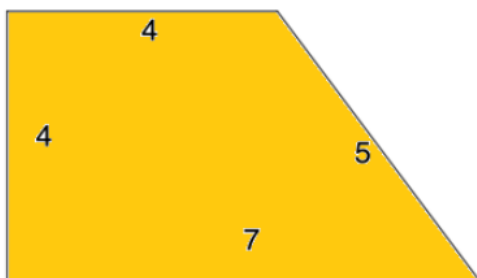
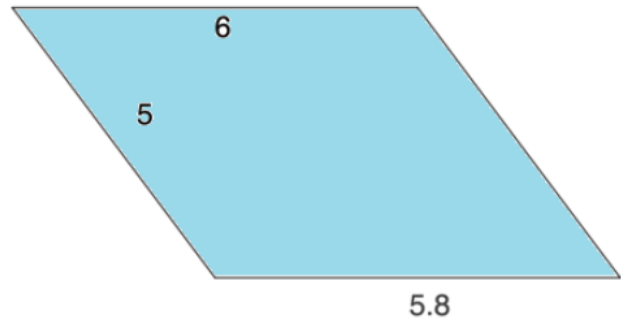
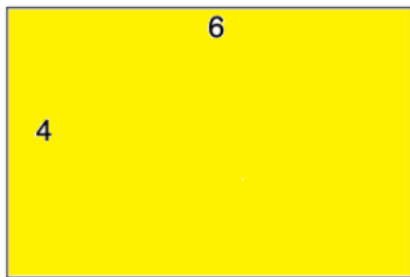
Lequel doit-elle choisir pour parcourir le plus de distance ?

=====

Annexe 5 : Figures codées de la situation fondamentale



Annexes 6 : Figures améliorées pour la situation fondamentale



Figures	Aire	Périmètre
Figure jaune	24cm ²	20cm
Figure bleue	24cm ²	22cm
Figure orange	22cm ²	20cm
Figure violette	22cm ²	22cm