

MASTER MÉTIERS DE L'ENSEIGNEMENT, DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION

Mention 1^{er} degré

MÉMOIRE DE RECHERCHE

Parcours

Professeur.e des écoles

Titre du mémoire

*Analyse comparée des méthodes
pédagogiques utilisées en mathématiques
pour enseigner la notion de fraction en
France et en Angleterre*

Présenté par

NAVARROT Fanny

Mémoire encadré par

Directeur-trice de mémoire

Nom, prénom : LEDAN Laurence

Statut : Doctorante ED 623 – Paris Cité

Co-directeur-trice de mémoire

Nom, prénom : /

Statut : /

Membres du jury de soutenance

Nom et prénom	Statut
LEDAN Laurence	Doctorante ED 623 – Paris Cité
BERGEAUT Jean François	PRAG

Soutenu le

01 / 03 / 2024

PROFESSEUR.E DES ÉCOLES



Attestation de non-plagiat

Je soussigné.e, Fanny Navarrot

Auteur.e du mémoire de master 2 MEEF intitulé :

Analyse comparée des méthodes pédagogiques utilisées en mathématiques pour enseigner la notion de fraction en France et en Angleterre

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne. Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur.e.s ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient.e que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi (art. L 335-3 du Code de la propriété intellectuelle).

En signant ce document, je reconnais avoir pris connaissance sur le site de l'Université des éléments d'informations relatifs au plagiat et des responsabilités qui m'incombent.

Pour plus d'informations : suivez le lien "Prévention du plagiat" via l'ENT - Site Web UT2J <http://www.univ-tlse2.fr/accueil/vie-des-campus/services-numeriques/prevention-plagiat/c-est-moi-qui-ecriis--182780.kjsp?RH=1341578964371>

Fait à Toulouse, le 22 / 02 / 24,

Signature de l'étudiant.e



REMERCIEMENTS

J'aimerais avant toute chose, sincèrement remercier toutes les personnes qui ont, directement ou indirectement, participé à ce projet.

Tout d'abord, je voudrais commencer par remercier Madame Floriane Wozniak pour avoir cru en moi en acceptant de m'accompagner durant la première année de ce mémoire. Merci pour vos conseils toujours très pertinents et votre rigueur.

Un grand merci également à Madame Laurence Ledan qui a pris le relais de Madame Wozniak et m'a si bien accompagnée durant cette deuxième année de mémoire. Merci pour votre bienveillance, votre investissement sans faille, votre rigueur et vos précieux conseils.

Une pensée particulière à Monsieur Eric Laguerre qui co-encadrerait ce mémoire.

D'autre part, je voudrais remercier ceux qui ont rendu ce projet possible.

Merci à Marie-line Millereux, Magali Robert, Vincent Bordeneuve ainsi qu' à toute l'équipe de l'école Benezet pour leur accueil, leur gentillesse, leur implication et leurs conseils.

De même je voulais remercier Laura Horseman, Mme Bassett-Doore et M Lovell ainsi que toute l'équipe de la Swindon Academy pour m'avoir permis de vivre cette expérience si enrichissante. Merci pour leur implication, leur réactivité et leur bienveillance.

Je voudrais également remercier mes camarades de séminaires et mes camarades de classe pour leur soutien et nos échanges constructifs.

Enfin, un remerciement tout particulier à mes proches, ma famille et à ma mère qui m'a beaucoup épaulée et soutenue pour ce projet.

RÉSUMÉ

Suite aux publications des derniers résultats de l'étude TIMSS 2019, nous avons pu lire dans de nombreux articles que les élèves français n'avaient pas un bon niveau en mathématiques. Voulant comprendre ces résultats, j'ai décidé de comparer l'enseignement des fractions en France et en Angleterre (pays ayant de meilleurs résultats que la France). Cette comparaison s'est déroulée selon trois axes : une analyse comparée des activités d'introduction de la notion proposées par des manuels et guides du maître des deux pays, une comparaison des techniques des élèves pour résoudre des exercices sur les fractions, et une comparaison de la pratique d'un enseignant de chaque pays au cours de la phase de correction de ces exercices. Ces analyses seront facilitées par une modélisation de pratiques mathématiques sous forme de praxéologie et différentes grilles d'observation et d'analyse. Cette recherche permet de mettre en avant la forte influence des différences culturelles dans la réussite des élèves, et le lien entre les choix faits par les enseignants et les répercussions sur les pratiques des élèves.

MOTS CLÉS

- TIMSS
- France et Angleterre
- Praxéologie
- Introductions des fractions
- Pratiques pédagogiques

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
I. PARTIE THEORIQUE	3
A. Les fractions	3
1. Définition	3
2. Les différentes conceptions de la fraction	4
B. Programmes scolaires et cohérence avec les items de TIMSS 2019	7
1. En France	7
a) Programmes scolaires	7
b) Cohérence avec les items de TIMSS 2019	9
2. En Angleterre	11
a) Programmes scolaires (cf. Annexe 1)	11
b) Cohérence avec les items de TIMSS 2019	13
3. Comparaison France - Angleterre	14
C. Didactique des mathématiques et recommandations pédagogiques	15
1. L'enseignement des mathématiques	15
2. L'enseignement des fractions	18
3. L'enseignement explicite	19
D. La transposition didactique	19
E. Cadre Théorique : La théorie anthropologique du didactique	20
II. PROBLÉMATIQUE	21
III. MÉTHODOLOGIE	22
A. Méthodologie de l'analyse de manuels et du guide enseignant	23
1. Critères d'analyse	23
2. Choix des manuels	24
B. Méthodologie de la première partie de l'expérimentation : Analyse a priori	24
1. Sous-questions et hypothèses	24
2. Problèmes choisis et anticipation des techniques	25
C. Méthodologie de la deuxième partie de l'expérimentation : observation d'une phase de correction	30
IV. RECUEIL ET ANALYSE DE DONNÉES	31
A. Comparaison de manuels français et anglais	31
1. Recueil de données : les manuels français	31
2. Recueil de données : les manuels anglais	35
3. Analyse comparée des manuels français et anglais	36
B. Comparaison concrète entre 2 classes	37
1. Contexte de l'expérimentation	37
2. Recueil de données et analyse des réponses des élèves	39
3. Recueil de données et analyse de la phase de correction	49
V. DISCUSSION	55
CONCLUSION	60
BIBLIOGRAPHIE	61
ANNEXES	64
1. National curriculum in England (Department for Education, 2013)	64
2. Test proposé aux élèves lors de l'expérimentation	65

SOMMAIRE DES FIGURES ET TABLEAUX

• Figures

<u>Figure 1.</u> Les 6 différentes conceptions de la fraction : fraction-partie d'un tout, fraction-mesure, fraction-quotient, fraction-ratio, fraction-opérateur et fraction-commensuration.....	p.6
<u>Figure 2.</u> La conception erronée « juxtaposition de deux entiers », source d'erreur chez les élèves (Roditi, 2019).....	p.7
<u>Figure 3.</u> extrait du questionnaire TIMSS 2019 soumis aux élèves de CM1 (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 2020).....	p.9
<u>Figure 4.</u> Statistiques des résultats obtenus aux items relevant des fractions (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 2020).....	p.11
<u>Figure 5.</u> Grille d'analyse des manuels.....	p. 23
<u>Figure 6.</u> Énoncé original de ce problème issue de TIMSS 2003 (Mullis et al., 2004).....	p.26
<u>Figure 7.</u> Énoncé adapté du problème sur les mixed numbers issue d'un manuel de CE2 anglais (White Rose Maths, 2022).....	p.27
<u>Figure 8.</u> Énoncé d'un problème extrait du manuel français Haut les maths! CM1 (Mazollier et al., 2021).....	p.29
<u>Figure 9.</u> Grille d'observation de la phase de correction.....	p.31
<u>Figure 10.</u> Diagramme des taux de réussite à l'exercice 1 du test.....	p.41
<u>Figure 11.</u> Diagramme des taux de réussite à l'exercice 2 du test.....	p.44
<u>Figure 12.</u> Diagramme des taux de réussite à l'exercice 2 du test.....	p.48
<u>Figure 13.</u> Réponse d'un élève anglais à l'exercice 1 du test.....	p.56
<u>Figure 14.</u> Exercice d'origine ayant été modifié pour créer l'exercice 2 du test (White Rose Maths, 2022).....	p.57

• Tableaux

<u>Tableau 1.</u> Techniques possibles pour les élèves afin de résoudre l'exercice 1.....	p.27
<u>Tableau 2.</u> Techniques possibles pour les élèves afin de résoudre l'exercice 2.....	p.28
<u>Tableau 3.</u> Techniques possibles pour les élèves afin de résoudre l'exercice 3.....	p.29
<u>Tableau 4.</u> Résultats de l'analyse des manuels français.....	p. 34
<u>Tableau 5.</u> Résultats de l'analyse des manuels anglais.....	p. 36
<u>Tableau 6.</u> Résultats des réponses des élèves à l'exercice 1 du test.....	p. 41
<u>Tableau 7.</u> Résultats des réponses des élèves à l'exercice 2 du test.....	p. 44
<u>Tableau 8.</u> Résultats des réponses des élèves à l'exercice 3 du test.....	p.47
<u>Tableau 9.</u> Résultats des pratiques enseignantes lors de la phases de correction.....	p. 53

INTRODUCTION

Du 6 au 29 mai 2019, 58 pays soit environ 6 000 élèves de CM1 ont passé les évaluations TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study). Les études TIMSS et PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study) mesurent les résultats d'apprentissage dans trois matières fondamentales : les mathématiques, les sciences et la lecture. L'étude TIMSS est dirigée par le Centre d'études international TIMSS & PIRLS de la Lynch School of Education du Boston College en collaboration avec l'IEA¹ et le centre national des pays participants (Organisation des Nations Unies, 2021). Menée tous les 4 ans, cette étude comparative mesure le niveau des connaissances scolaires des élèves de CM1 et de 4^{ème} en mathématiques et en sciences. L'objectif recherché est d'interpréter les différences entre les systèmes éducatifs en vue de déterminer les différents facteurs qui influent sur la performance en mathématiques et mettre en valeur les bonnes pratiques dans l'enseignement des mathématiques (Eurydice et al., 2015). Cette étude, qui concerne tous les pays de l'OCDE, a été mise en place afin de répondre à l'objectif 4 du développement durable défini par l'Organisation des Nations Unies :

« Cible 4.1 : D'ici 2030, s'assurer que toutes les filles et tous les garçons achèvent un enseignement primaire et secondaire gratuit, équitable et de qualité, débouchant sur des résultats d'apprentissage pertinents et efficaces.

Indicateur global 4.1.1 : Proportion d'enfants et de jeunes (a) en deuxième ou troisième année d'études ; (b) à la fin de l'enseignement primaire ; et (c) à la fin du premier cycle de l'enseignement secondaire atteignant au moins un niveau minimum de compétence en mathématiques, par sexe.

Analyse : Pourcentage d'élèves de quatrième et de huitième année au-dessus du niveau de référence international bas de TIMSS en mathématiques » (Organisation des Nations Unies, 2015).

L'étude TIMSS 2019 a classé les élèves français de CM1 avant dernier de l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques) en mathématiques. À la suite de la publication des résultats, nous avons pu lire dans les médias : « *En mathématiques et en sciences, les élèves français sont les cancrs de la classe européenne* » (Les Echos, 2020), « *La France, dernière de la classe en maths* » (Le Parisien, 2016), « *Mathématiques : la France, dernière élève des pays européens* » (Le Monde, 2020), « *Maths : les français toujours aussi mauvais* » (Le Point, 2020).

¹ <https://www.iea.nl/>. L'IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) est une association menant depuis plus de 60 ans des évaluations internationales à grande échelle sur les résultats scolaires, dans le but d'acquérir une compréhension approfondie des effets des politiques et des pratiques éducatives au sein et entre les systèmes d'éducation.

A la lecture de tous ces articles, bien que ces résultats ne soient pas uniquement le reflet de méthodes pédagogiques, mais aussi de critères sociaux, culturels, etc., je me suis alors interrogée : comment procèdent tous les pays mieux classés que la France pour enseigner les mathématiques ? Et c'est ainsi que le projet de mon mémoire est né : je vais réaliser une étude comparative des méthodes pédagogiques utilisées en France et un pays de l'OCDE mieux classé que nous (l'Angleterre).

Enfin, en échangeant avec des enseignants de CM1, tous étaient unanimes sur le fait que la notion de fraction est une notion majeure et très difficile pour leurs élèves de cycle 3, j'ai décidé de concentrer mon étude sur l'enseignement des fractions. D'autre part, une étude menée par Sylvain Martinez et Éric Roditi analysant les résultats de TIMSS 2015 (Martinez & Roditi, 2017), dont les résultats sont très similaires à TIMSS 2019, a fini de me convaincre. En effet, cette étude montre que les résultats, très inégalitaires selon les pays, obtenus sur la notion de fraction corrélaient avec les performances globales des pays en mathématiques.

Afin de mener à bien ce mémoire, il sera nécessaire tout d'abord de définir la notion de fraction et ses différentes conceptions. De plus, une analyse comparée des programmes scolaires des deux pays permettra de poser le cadre institutionnel dans lequel se situent les deux pays que nous allons comparer. Nous devons ensuite nous renseigner sur les recommandations faites par les didacticiens concernant l'enseignement de cette notion, afin de comparer mes observations et mes données à celles-ci. Nous devons également mettre au clair les termes de transposition didactique et d'enseignement explicite qui seront au cœur de ce mémoire. Enfin, afin de faciliter l'analyse des données recueillies nous nous placerons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique.

Ainsi, nous verrons dans une première partie toutes les notions théoriques nécessaires pour ce mémoire et énoncées précédemment. Ce cadre théorique nous permettra de formuler une problématique qui sera déclinée en quatre sous-questions. Nous verrons ensuite la méthodologie que nous utiliserons pour répondre à ces questions, et terminerons par une présentation des données ainsi qu'une analyse de celles-ci. Enfin, une dernière partie permettra de discuter ces résultats, avant de conclure ce mémoire.

I. PARTIE THEORIQUE

A. Les fractions

1. Définition

Mais alors qu'est ce qu'une fraction ? Au sens littéral du terme, le mot fraction vient du latin « fratio » qui signifie rupture.

Une fraction est un nombre rationnel, venant combler l'insuffisance des nombres entiers. Elle s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b des entiers naturels. On appelle alors a le numérateur (étymologiquement « celui qui compte ») et b le dénominateur (étymologiquement « celui qui nomme »). De plus, b doit être différent de 0. Dans le document d'accompagnement Eduscol « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 », les fractions sont définies de la manière suivante :

« Lorsqu'on coupe (partage) une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une fraction » (MEN, 2016, p 1).

D'un point de vue scientifique, les fractions sont définies à l'aide des relations d'équivalence. Comme nous le présentent Chevallard et Bosch dans leur article sur les grandeurs en mathématiques au collège (Chevallard & Bosch, 2002), considérons deux couples de rationnels $(a ; b)$ et $(c ; d)$. On définit alors une relation binaire sur l'ensemble $E = Z \times Z^*$ des fractions en disant que :

$$(a ; b) R (c ; d) \Leftrightarrow ad = bc \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Ainsi, la classe d'équivalence de la fraction $(2 ; 3)$ est par définition l'ensemble de toutes les fractions $(a ; b)$ qui lui sont équivalentes c'est-à-dire qui vérifient $2b = 3a$. Par exemple $(4 ; 6)$ en fait partie, mais $(10 ; 15)$ aussi. Cette classe d'équivalence se note $\frac{2}{3}$.

On peut alors définir deux types de fractions (MEN, 2016) :

- les fractions usuelles ou simples²: Elles sont définies comme les fractions lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts. On considère généralement que ce sont les fractions avec des dénominateurs compris entre 1 et 6 (par exemple: $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$).
- les fractions décimales : Elles sont définies comme une fraction qui possèdent un dénominateur tel que $b = 10^n$ avec n un entier naturel (par exemple : $\frac{1}{10}$; $\frac{7}{100}$; $\frac{19}{1000}$)

² La notion de fraction « simple » n'est pas définie de façon précise en mathématiques.

- les fractions unitaires (Brissiaud, 1998) : Ce sont les fractions dont le numérateur $a = 1$ (par exemple $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, ...). Ainsi plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite. (par exemple, $\frac{1}{4}$ est plus grand que $\frac{1}{6}$). Ces fractions ont été inventées durant l’Egypte Antique.

2. Les différentes conceptions de la fraction

Depuis les années 70, de nombreux chercheurs travaillent sur les différentes conceptions de la fraction. En effet, une fraction peut être perçue selon différentes conceptions dont la plus connue est celle de partie d’un tout. Selon les chercheurs il existe quelques différences entre les définitions des différentes conceptions de la fraction. Pour ce mémoire nous utiliserons les conceptions définies par Allard et Roditi (Allard, 2015, p.95-98 ; Roditi, 2019) (cf. [Figure 1](#)) :

- La fraction partie d’un tout :

Dans cette conception on partage une grandeur prise pour l’unité en b parts égales (mais pas forcément de la même forme) et on en prend a parts. Cette interprétation s’applique uniquement aux fractions dites simples (plus petites que un). Par conséquent, le numérateur est toujours plus petit que le dénominateur, puisque l’inverse n’aurait pas de sens avec cette conception. C’est pourquoi cette conception peut être appuyée par la manipulation et nécessite de beaucoup passer par l’oral.

Exemple : la fraction $\frac{3}{4}$ représente le fait que je partage une pizza (l’unité) en 4 parts égales et j’en prends 3.

- La fraction-mesure :

Cette conception, enseignée dès le CM1 en France, englobe la conception précédente. « *Cet aspect de la “fraction-mesure” est en jeu lorsqu’est isolée une fraction simple (par exemple $\frac{1}{4}$) et qu’on peut exprimer une nouvelle mesure en fonction de celle-ci* » (Allard, 2015, p.96). Ainsi $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$, c’est-à-dire que l’on prend a fois une part de $\frac{1}{b}$. Ainsi, on partage l’unité en b parts égales (chaque part représente donc $\frac{1}{b}$) et j’en prends a parts. Cette conception permet de se représenter plus facilement les fractions supérieures à 1.

Exemple : la fraction $\frac{3}{4}$ représente le fait de prendre 3 parts de $\frac{1}{4}$ de pizza, c’est-à-dire une part d’une pizza partagée en 4 parts égales.

- La fraction-ratio :

Cette conception, s'appuie sur le fait que $\frac{a}{b}$ représente le fait que j'ai a chances sur b que mon événement se produise ou que ma quantité représente une part a dans un total de b . D'après Eric Roditi, la fraction ratio exprime la valeur d'une partie par rapport à une autre partie qui est souvent la partie complémentaire (Roditi, 2019). Cette conception est utilisée en mathématiques notamment pour les probabilités (cycle 4 - 5ème) et les comparaisons (fin de cycle 3).

Exemple en probabilité : Il y a 4 pizzas et 3 d'entre elles sont aux anchois. La probabilité d'avoir mangé une pizza aux anchois est de $\frac{3}{4}$.

Exemple en comparaison de quantité : Deux amies, Laure et Ana se partagent une pizza : Laure en mange la moitié ($\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$) et Ana en mange un quart ($\frac{1}{4}$). Ana a donc mangé 2 fois moins de pizza que Laure ($\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$). On peut aussi dire que Laure a mangé 2 fois plus de pizza que Ana ($\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{4}$).

- La fraction-opérateur :

Dans cette conception, enseignée à l'école primaire, la fraction ne représente pas une quantité mais une transformation. Ainsi, la fraction peut augmenter (fractions supérieures à 1) ou diminuer (fractions inférieures à 1) une quantité. Cette conception permet de renforcer le sens des fractions pour rendre compte d'un partage, et peut être appuyée par les séances de calcul mental qui permettent de faire vivre le travail sur les fractions tout au long des trois années du cycle 3 (MEN, 2016, p 9).

Exemple : La dernière fois que j'ai fait une pizza celle-ci était trop grande, j'ai donc décidé de diminuer de $\frac{3}{4}$ sa surface.

- La fraction-quotient :

Dans cette conception, enseignée en fin de cycle 3 (6ème), la fraction $\frac{a}{b}$ représente le nombre qui multiplié par b donne a , c'est à dire $\frac{a}{b} \times b = a$. Dans ce cas on utilise donc la propriété disant que $\frac{a}{b} = a \div b$.

Exemple : 4 amis veulent se partager 3 pizzas de façon équitable. On cherche donc la quantité b qui multipliée par 4 donne 3, soit $b = \frac{3}{4}$.

- La fraction-commensuration :

Cette conception, dont l'intérêt a été présenté par Brousseau G. et Brousseau N. ou encore Coulangue et Train, est oubliée par les curriculums. Elle se rapproche de la conception

fraction-quotient. Dans ce cas la fraction $\frac{a}{b}$ est interprétée comme le rapport de deux grandeurs tel que b fois la première donne a fois la seconde. (Brousseau & Brousseau, 1987; Coulange & Train, 2017)

Exemple : Une pizza a une épaisseur de $\frac{3}{4}$ de l'unité. Cette affirmation signifie que l'épaisseur de 4 pizzas est égale à 3 unités.

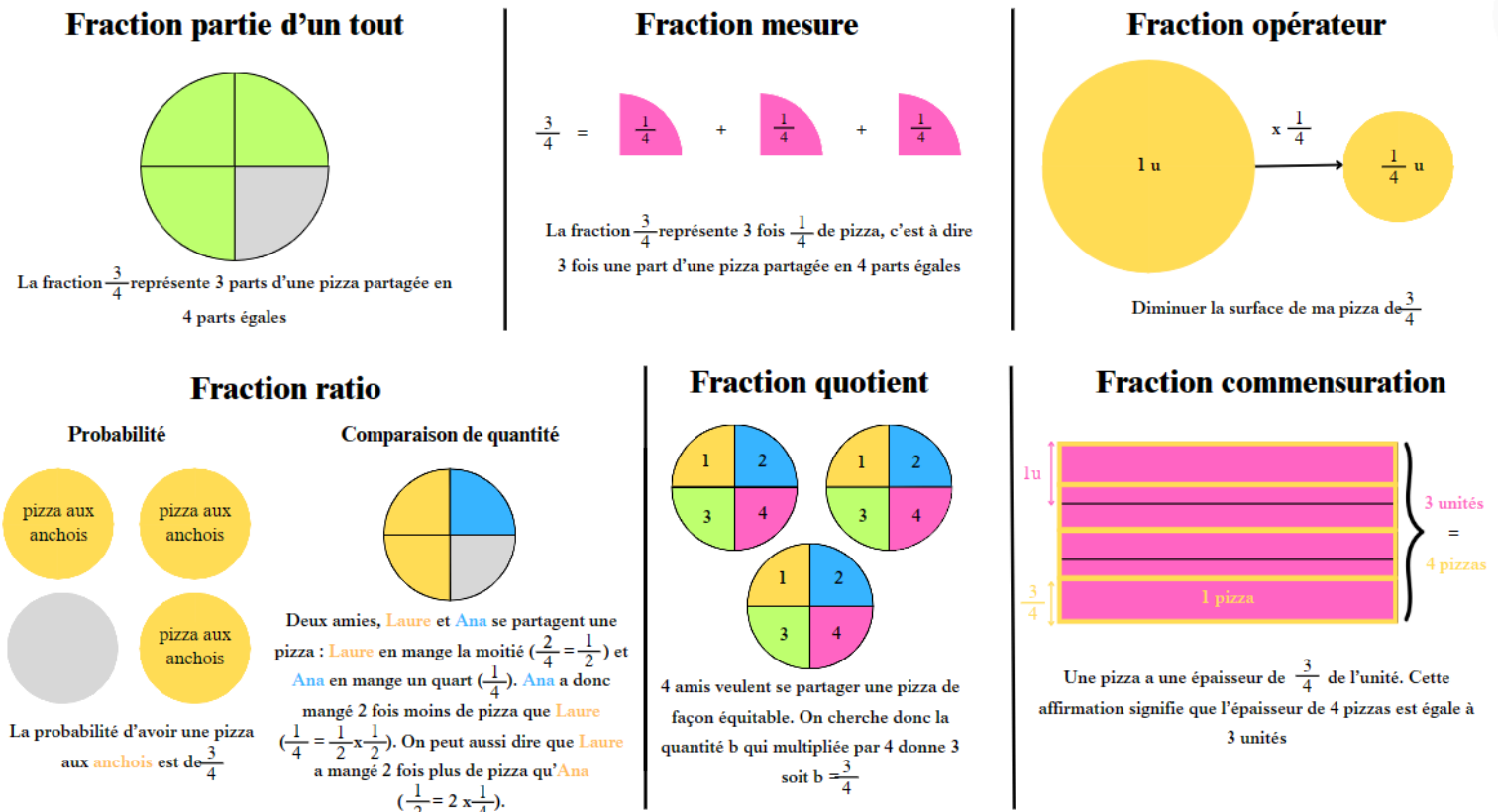


Figure 1. Les 6 différentes conceptions de la fraction : fraction-partie d'un tout, fraction-mesure, fraction-quotient, fraction-ratio, fraction-opérateur et fraction-commensuration

De plus, dans son cours, Eric Roditi met en avant des difficultés récurrentes rencontrées par les élèves lors de l'apprentissage des fractions. Il montre alors que la représentation du gâteau partagé peut amener des confusions telles que la conception « juxtaposition de deux entiers » (cf. Figure 2). Dans cette conception biaisée, l'élève part du principe que le nombre au numérateur représente le nombre de parts coloriées et le nombre au dénominateur le nombre de parts non coloriées, faisant ainsi des erreurs similaires à celles présentées ci-dessous (Roditi, 2019).

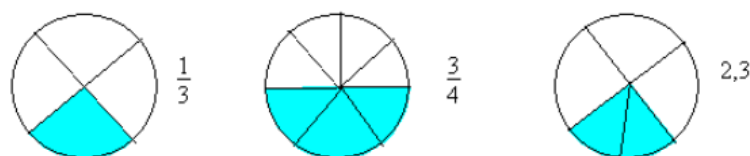


Figure 2. La conception erronée « juxtaposition de deux entiers », source d'erreur chez les élèves
(Roditi, 2019)

B. Programmes scolaires et cohérence avec les items de TIMSS 2019

1. En France

a) Programmes scolaires

Pour commencer cette étude, regardons comment sont présentées les fractions dans les programmes français de cycle 3.

Premièrement, la notion de fraction est rattachée aux compétences « Représenter » et « Calculer » (Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse³, 2020a, p. 90-91).

La compétence « Représenter » a pour objectif de produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.

D'autre part, la compétence « Calculer » vise à effectuer des calculs avec des fractions simples, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).

Plus concrètement, les attendus de fin de cycle 3 vis-à-vis des fractions sont :

« *Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux* :

- (a) *Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives (exemple : quatre tiers ; $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; $1 + \frac{1}{3}$; $4 \times \frac{1}{3}$)*
- (b) *Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (ex : faire le lien entre "la moitié de" et multiplier par $\frac{1}{2}$)*
- (c) *Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs*
- (d) *Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée*
- (e) *Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs*
- (f) *Comparer deux fractions de même dénominateur*
- (g) *Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1*

³ Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse sera abrégé MEN dans la suite du mémoire.

(h) Connaître des égalités entre des fractions usuelles (Exemples : $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$)

(i) Utiliser des fractions pour exprimer un quotient

Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.

Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations:

- Sens des opérations
- Problèmes à une ou plusieurs étapes relevant des structures additives et/ou multiplicatives
» (MEN, 2020a, p 92-93)

Le cycle 3 allant du CM1 à la 6ème, le Ministère de l'Education Nationale a mis en place des repères de progressivité pour atteindre ces attendus de fin de cycle. Dans le cadre de ce mémoire nous nous concentrerons sur le CM1 et le CM2. Les recommandations pour le CM1 sont : « Dès la période 1 les élèves utilisent d'abord les fractions simples (comme $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs. Ils travaillent des fractions inférieures et des fractions supérieures à 1. Dès la période 2, les fractions décimales sont régulièrement mobilisées : elles acquièrent le statut de nombre et sont positionnées sur une droite graduée. Les élèves comparent des fractions de même dénominateur. Ils ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. Ils apprennent à écrire des fractions décimales sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1 » (MEN, 2020b, p. 1). Les recommandations pour le CM2 sont : « Dès la période 1, dans la continuité du CM1, les élèves étendent le registre des fractions qu'ils manipulent (en particulier $\frac{1}{1000}$) ; ils apprennent à écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 » (Op.cit., p. 1).

A l'heure actuelle, il est indiqué dans le document d'accompagnement Eduscol « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 » que les fractions doivent être présentées comme un « outils pour traiter des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre et pour lesquels un fractionnement de l'unité répond à un besoin » (MEN, 2016, p 8). Il est alors important dans cette première rencontre avec les fractions, de veiller à ce que les fractions soient présentées comme une fraction, un partage de l'unité.

D'un point de vue plus didactique, les fractions sont introduites selon la conception de fraction mesure (cf. Partie I.A.2. [Les différentes conceptions de la fraction](#)), puis les élèves découvrent des partages particuliers que sont les fractions décimales, ce qui permet enfin d'introduire les nombres décimaux. Le document d'accompagnement Eduscol « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 » recommande une construction progressive « qui nécessite du temps et s'organise de façon graduelle

[...]. Pour chacune de ces étapes, le recours à l'oral est privilégié et les écritures symboliques utilisant le trait de fraction ne sont introduites qu'une fois le sens construit et non a priori ; le repérage sur une demi-droite graduée est une forme de représentation qui participe à la compréhension des différentes notions travaillées. [...] Il est donc important de continuer à matérialiser une unité que l'élève puisse manipuler, se représenter et répliquer : un segment, une bande, un rectangle, un disque, etc. Dans le cas où un partage de bandes ou de segments en 3, 5 ou 6... est à effectuer, un guide-âne peut être utilisé ; il permet d'obtenir immédiatement des fractions de dénominateur 3, 5, 6... Varier les supports utilisés pour travailler les fractions contribue ainsi à asseoir la compréhension de la notion abstraite d'unité. » (MEN, 2016, p 7).

b) Cohérence avec les items de TIMSS 2019

Il est alors intéressant de regarder quelles compétences sont évaluées dans le test TIMSS, afin de voir si elles correspondent avec les attendus des programmes français.

La [figure 3](#) ci-dessous, présente un extrait du test passé par les CM1 en 2019, regroupant les exercices faisant appel à la notion de fraction (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 2020).

1 Cliquez sur **toutes** les fractions supérieures à $\frac{1}{2}$.

FRANCE 41 % 64 % 58 %

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{12}$

FRANCE 44 % 44 % 59 %

1 Juliette va chez sa grand-mère à vélo. Elle a parcouru $\frac{3}{8}$ du chemin.

Quelle fraction de la distance lui reste-t-il à parcourir ?

Réponse :

Figure 3. extrait du questionnaire TIMSS 2019 soumis aux élèves de CM1 (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 2020)

Tout d'abord, remarquons que sur 24 items il y avait seulement 2 exercices se référant à la notion de fraction.

Nous pouvons également remarquer, que l'exercice de gauche mobilise les compétences mathématiques « Reconnaître » et « Comparer ». En effet, dans cet exercice les élèves devaient comparer les fractions données par rapport à $\frac{1}{2}$. Il s'agissait donc ici de comparer des fractions de dénominateurs différents. Or, en France, en cycle 3, il est uniquement enseigné la comparaison de fractions de même dénominateur.

Dans le second exercice, celui de droite, la compétence mathématique mobilisée était « Calculer ». En effet, les élèves devaient effectuer un complément à 1 ou une addition à trou afin de trouver la

fraction complémentaire de $\frac{3}{8}$ permettant d'atteindre la valeur 1. Cet exercice quant à lui relève donc bien de compétences accessibles aux élèves de CM1 français.

Ainsi, le test TIMSS 2019 n'était pas totalement en adéquation avec les enseignements effectués en France (deux compétences sur les trois demandées sont présentes dans les programmes de l'Education Nationale).

D'autre part, si nous regardons maintenant les résultats obtenus en France (cf. [Figure 4](#)), nous pouvons voir que l'exercice de gauche a été très peu réussi par les élèves français (7%) mais aussi par les élèves européens (21%) et internationaux (22%). De plus, dans cet exercice les réponses des élèves étaient très dispersées puisque chaque réponse a reçu entre 41% et 64% des choix des élèves montrant la difficulté de totalement réussir une question à choix multiples (cf. [Figure 3](#)).

Ces résultats peuvent s'expliquer selon deux facteurs :

- Premièrement, comme nous l'avons vu plus tôt, cet exercice relevait de compétences non enseignées en cycle 3 en France, le rendant difficilement réalisable pour les élèves français. Afin de réussir cet exercice, ils pouvaient d'une part représenter différents segments de même longueur, les partager en 3, 4, 6, 8, 10, 12, en prendre le nombre de parts souhaité et les comparer. D'autre part, ils pouvaient également résoudre le problème en se référant à l'idée de partage : on cherche si les partages représentés par les fractions sont supérieurs à la moitié de l'unité donc il suffit de regarder si le numérateur est supérieur à la moitié du dénominateur. Cependant cette méthode se complique lorsqu'il y a un nombre impair de parts.
- Deuxièmement, remarquons que les résultats français restent tout de même inférieurs à ceux obtenus en Europe et à l'International : cette différence peut venir de la différence entre les programmes de chaque pays (présence ou non de la compétence « Comparer des fractions de dénominateurs différents ») ou des méthodes pédagogiques utilisées par les enseignants de chaque pays.

L'exercice de droite a quant à lui été un peu mieux réussi (38 % de réussite en France). Ces résultats montrent bien que les élèves réussissent mieux les exercices relevant de compétences enseignées à l'école. Cependant, tout comme pour l'autre exercice, les résultats français restent inférieurs à ceux obtenus en Europe (45 %) et à l'International (47 %) laissant penser que cette différence n'est pas uniquement due au contenu des programmes scolaires mais également à la façon dont la notion est enseignée et assimilée par les élèves.

ME02_03	France 7 % - Europe 21 % - International 22 %	ME06_04	France 38 % - Europe 45 % - International 47 %
Domaine de contenu	Nombre	TIMSS Benchmark	Elevé
Domaine cognitif	Connaître	Domaine de contenu	Nombre
Description	Parmi 6 fractions simples, sélectionner celles qui sont supérieures à 1/2.	Domaine cognitif	Appliquer
		Description	Résoudre un problème sous forme d'énoncé impliquant la soustraction à 1 (ou le complément à 1) d'une fraction, sans référence à une unité.

Figure 4. Statistiques des résultats obtenus aux items relevant des fractions (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 2020)

Remarquons également ici, que le TIMSS Benchmark est élevé, ce qui signifie que les élèves français peuvent résoudre des problèmes impliquant des opérations avec des fractions simples, comme nous l'explique Martinez dans sa thèse :

« Les rédacteurs des évaluations TIMSS définissent a posteriori quatre niveaux de réussite pour les élèves : bas, intermédiaire, haut, avancé. Il s'agit d'une échelle destinée à mesurer ce que les élèves connaissent et savent faire en mathématiques. Les élèves ayant un niveau bas ont atteint le score de 400, ceux ayant le niveau intermédiaire sont ceux ayant atteint le score de 475, ceux ayant le niveau haut ont atteint un score de 550, tandis que ceux ayant un niveau avancé ont atteint le score de 625. Les auteurs ont cherché à déterminer pour chacun des paliers, une correspondance entre le score obtenu et les capacités cognitives des élèves. Dans le domaine des fractions, cela se traduit de la façon suivante : pour la quatrième année, les élèves de niveau bas ont « une certaine connaissance des fractions simples », tandis qu'au niveau intermédiaire, ils démontrent « une certaine compréhension des fractions et des décimaux ». Au niveau élevé, ils « peuvent résoudre des problèmes impliquant des opérations avec des fractions simples ». Au niveau avancé, ils « montrent une compréhension croissante des fractions et des décimaux ». » (Martinez-Ibanez, 2018, p 477)

Finalement, cette analyse montre que la notion de fraction reste une notion complexe à assimiler pour les élèves de CM1 dans tous les pays de l'OCDE. De plus, les résultats de TIMSS 2019 ne sont pas uniquement dûs aux choix des méthodes pédagogiques utilisées par les enseignants, mais aussi à l'adéquation entre le contenu du questionnaire et les programmes scolaires.

2. En Angleterre

a) Programmes scolaires⁴ (cf. Annexe 1)

Avant tout, revenons rapidement sur le fonctionnement du système scolaire anglais. En Angleterre, l'école est obligatoire à partir de Year 1 (Grande Section) et jusqu'en Year 12 (Première). L'école primaire dure de Year 1 (Grande Section) à Year 6 (CM2) et est divisée en deux cycles : key stage 1 (Year 1 et 2) et key stage 2 (Year 3 à Year 6)

⁴ Cette partie se base sur une traduction personnelle du curriculum national anglais.

Regardons maintenant les programmes britanniques. A noter, qu'en Angleterre les programmes ne sont pas construits par cycle, mais par année d'études.

Il est tout d'abord intéressant de remarquer qu'en Angleterre la notion de fraction est abordée dès le début du cycle 2 français. En effet, dès Year 2 (CP) il est attendu des élèves de savoir reconnaître, trouver, nommer et écrire des fractions simples d'une longueur, d'une forme, d'un ensemble d'objets ou d'une quantité (Department for Education, 2013, p 109).

Cet enseignement se poursuit en Year 3 (CE1), où les élèves doivent être en capacité, à l'aide de collections d'objets ou de diagrammes, de reconnaître, trouver, utiliser comme un nombre et écrire des fractions unitaires et des fractions non unitaires avec des petits dénominateurs. Ils ont également une première approche de la notion de dixième, et commencent notamment à travers la résolution de problèmes à additionner, soustraire, comparer et ordonner des fractions de même dénominateur (Op.cit., p 116).

En Year 4 (CE2) les fractions permettent une introduction des nombres décimaux. Les élèves doivent alors pouvoir (Op.cit., p 122) :

- Reconnaître et montrer, à l'aide de diagrammes, des familles de fractions équivalentes communes
- Compter dans l'ordre et à rebours en centièmes ; reconnaître que les centièmes apparaissent lors de la division d'un objet par cent et divisant les dixièmes par dix.
- Résoudre des problèmes impliquant des fractions de plus en plus difficiles pour calculer les quantités, et des fractions pour diviser les quantités, y compris les fractions non unitaires où la réponse est un nombre entier.
- Additionner et soustraire des fractions ayant le même dénominateur
- Trouver l'effet de diviser un nombre à un ou deux chiffres par 10 et 100, en identifiant la valeur des chiffres de la réponse en tant que dixièmes et centièmes

Enfin, en Year 5 (CM1), année d'introduction de la notion en France et de passage du test TIMSS, les fractions sont reliées aux décimaux ainsi qu'aux pourcentages. A la fin de l'année les élèves doivent alors savoir (Op.cit., p 130) :

- Comparer et ordonner des fractions ayant le même dénominateur ou des dénominateurs multiples d'un même nombre
- Identifier, nommer et écrire des fractions équivalentes d'une fraction donnée, représentée visuellement, y compris les dixièmes et centièmes

- Reconnaître les nombres mixtes, les fractions incorrectes, convertir d'une forme à l'autre et écrire des énoncés mathématiques supérieurs à 1 sous forme de nombre mixte.
- Additionner et soustraire des fractions ayant le même dénominateur et des dénominateurs multiples d'un même nombre
- Multiplier les fractions propres et les nombres mixtes par des nombres entiers, soutenus par matériaux et diagrammes
- Lire et écrire des nombres décimaux sous forme de fractions
- Reconnaître et utiliser les millièmes, et les relier aux dixièmes, centièmes et équivalents décimaux
- Reconnaître le symbole du pourcentage (%) et comprendre que le pourcentage se rapporte au nombre de parties par centaines, et écrire les pourcentages comme une fraction avec le dénominateur 100, et comme une décimale
- Résoudre des problèmes qui nécessitent de connaître le pourcentage et les équivalents décimaux des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ et des fractions avec un dénominateur multiple de 10 ou 25.

b) Cohérence avec les items de TIMSS 2019

Tout comme pour la France, regardons maintenant si les compétences évaluées dans TIMSS sont en adéquation avec ce qui est enseigné en Angleterre.

Comme nous l'avons vu précédemment, le premier exercice (cf. [Figure 3](#)) mobilise les compétences mathématiques « Reconnaître » et « Comparer ». Les élèves doivent comparer les fractions $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{4}{8}, \frac{3}{10}, \frac{7}{12}$ à $\frac{1}{2}$. Ainsi, 5 fractions sur 6 avaient des dénominateurs multiples de 2, ce qui revient donc à comparer des fractions ayant des dénominateurs multiples d'un même nombre, soit une compétence enseignée en Angleterre en Year 5 (CM1).

Dans le second exercice, les élèves devaient effectuer une soustraction ou une addition à trou afin de trouver la fraction complémentaire de $\frac{3}{8}$ permettant d'atteindre la valeur 1. Cet exercice relève donc aussi de compétences accessibles aux élèves de Year 5 (CM1) anglais.

Finalement, les deux exercices relevant des fractions dans TIMSS 2019 étaient accessibles aux élèves de Year 5 (CM1) anglais.

3. Comparaison France - Angleterre

Après avoir étudié chacun des programmes nationaux individuellement, nous allons maintenant les comparer.

Commençons par les points communs aux programmes français et anglais.

Tout d'abord, la progression générale préconise de commencer par l'enseignement des fractions afin d'introduire ensuite les nombres décimaux. D'autre part, l'enseignement des fractions est toujours associé aux compétences : Reconnaître, Calculer, Comparer et Résoudre des problèmes. Enfin, les deux pays possèdent une compétence entièrement dédiée au passage de l'écriture fractionnaire supérieure à 1 à la décomposition additive ou mixed-numbers.

Regardons maintenant les différences entre ces programmes.

La première chose que nous pouvons remarquer est que la notion de fraction ne commence pas à être enseignée au même moment dans chaque pays. En France la notion de fraction est introduite en CM1 (Year 5) alors qu'elle est introduite dès le Year 2 (CP) en Angleterre. Globalement, la progression générale de l'enseignement des fractions à l'école primaire est la même, mais elle est répartie sur 5 ans en Angleterre alors qu'elle est condensée sur 2 ans en France. Par exemple, en Angleterre la notion de fraction est introduite en Year 2 (CP), associée aux nombres décimaux en Year 4 (CE2) et aux pourcentages en Year 5 (CM1), alors que cette évolution se fait en une année en France. De même, dès le Year 3 (CE1) les élèves anglais sont confrontés aux calculs et à la résolution de problème avec des fractions.

D'autre part, pour évoquer les fractions supérieures à 1, les anglais utilisent les mixed-numbers ($\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$). Cette écriture particulière de la décomposition additive ($\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$), est très répandue et utilisée en Angleterre.

Enfin, concernant la compétence Comparer, très importante dans le test TIMSS, nous pouvons constater qu'en Angleterre les élèves commencent à comparer des fractions de même dénominateur dès le Year 3 (CE1) et comparent des fractions de dénominateurs différents mais multiples d'un même nombre dès le Year 5 (CM1) alors que les élèves français comparent uniquement des fractions de même dénominateur en CM1 (Year 5).

Dans une analyse de l'enquête TIMSS 2015, Martinez et Roditi ont croisé deux variables : l'année scolaire à laquelle débute l'enseignement des fractions et la réussite moyenne aux questions sur

cette notion, afin d'essayer de voir si un lien existe entre ces deux variables. Ils ont alors conclu que :

« l'hypothèse selon laquelle plus une notion est étudiée depuis longtemps au moment de l'évaluation, plus les performances sont élevées se trouve ici réfutée. Toutefois, les résultats obtenus par la France (un des pays qui commence le plus tard l'enseignement des fractions) laissent à penser qu'un début trop tardif est de nature à nuire à l'obtention de bons résultats. Des recherches complémentaires seraient nécessaires pour mieux connaître le délai minimum à partir duquel il est intéressant d'évaluer des apprentissages dans une enquête internationale comme celle de TIMSS » (Martinez & Roditi, 2017, p. 29-30)

« L'étude des résultats de TIMSS, croisée avec des curriculums sur les fractions, montre que la performance des élèves est d'autant plus forte que les programmes sont en adéquation avec ce qui est évalué, et qu'une compétence est d'autant mieux assimilée qu'elle a été enseignée de façon effective, pendant un temps assez long et avec un niveau d'exigence élevé. [...] Il ressort finalement de cette étude que la performance des élèves dépend de facteurs qui relèvent bien des programmes scolaires, notamment du fait qu'ils soient riches, précis et complets, et qu'ils emportent l'adhésion des enseignants » (Op.cit., p. 36)

Cette étude est en adéquation avec l'analyse des programmes faite ci-dessus : en effet, les programmes anglais sont davantage en accord que les programmes français avec ce qui a été demandé dans le test TIMSS, favorisant ainsi la réussite des élèves et pouvant expliquer en partie les résultats.

Finalement, les résultats TIMSS sont à relativiser à la vue des programmes scolaires de chaque pays. En effet, dans ce test les élèves anglais étaient évalués sur des compétences qui leur sont enseignées alors que les élèves français étaient évalués sur des compétences qui ne leur ont pas encore été explicitement enseignées ou qu'ils ont tout juste commencé à découvrir. Cependant, ce mémoire n'a pas pour objectif d'expliquer les résultats de TIMSS. En effet, TIMSS étant une enquête internationale, ces résultats impliquent de nombreux facteurs (place de l'erreur, culture, etc.). C'est pourquoi ce mémoire se focalisera par la suite uniquement sur une comparaison des méthodes pédagogiques utilisées en France et en Angleterre pour enseigner la notion de fraction.

C. Didactique des mathématiques et recommandations pédagogiques

1. L'enseignement des mathématiques

Les choix pédagogiques faits par les enseignants notamment en termes de méthodes utilisées, c'est-à-dire l'ensemble des principes qui sous-tendent l'enseignement, les divers outils

pédagogiques tels que manuels, cahiers d'élèves etc., sont les fondements de tous les apprentissages qui sont faits en classe. Ils influent sur la manière dont les élèves apprennent et la qualité de leurs apprentissages. En effet, cela peut améliorer le niveau de compréhension des élèves et les aider à maîtriser les connaissances. Le choix de la méthode influe également sur le plaisir que les élèves prennent à apprendre et donc sur la qualité de leurs apprentissages (Eurydice et al., 2015).

C'est pourquoi, avant de regarder plus en détail la réalité du terrain, nous allons dans un premier temps voir quelles sont les recommandations faites par le monde de la recherche à ce sujet.

Tout d'abord, l'American Federation of Teachers (Schmidt et al., 2002) explicite dans une de ses publications, les caractéristiques des systèmes éducatifs des pays ayant de bons résultats à l'enquête TIMSS. Selon eux, ces systèmes reposent sur 2 variables :

- **La cohérence du système**, c'est-à-dire que les prérequis sont définis de manière précise, essentiellement pour passer d'un niveau au niveau suivant, et que les programmes se complètent dans chaque matière.
- **La concision du système**, c'est-à-dire que le programme est d'autant plus efficace qu'il comprend, pour un niveau donné, un nombre raisonnable de nouvelles notions, sous réserve qu'elles soient étudiées de manière suffisamment approfondie. Dans le même sens, Schmidt (Schmidt et al., 2002) explique qu'un programme déficient est un programme qui aborde à chaque niveau un nombre trop important de notions traitées de manière superficielle.

Ces recommandations faites par l'American Federation of Teachers ont été par la suite reprises par Cédric Villani, mathématicien de renom récipiendaire de la médaille Fields et Charles Torossian, inspecteur général de l'éducation nationale. En effet, ils sont à l'origine d'un rapport qui recommande de :

« 2. Dédramatiser l'erreur, reconnaître qu'elle participe aux apprentissages.

6. Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur la manipulation, la verbalisation et l'abstraction

7. Rééquilibrer les séances d'enseignement de mathématiques et redonner leur place au cours structuré et à sa trace écrite, à la notion de preuve et aux apprentissages explicites.

8. Proposer des traces écrites riches, pertinentes et aussi compréhensibles que possible (y compris par les familles). Le cours doit être exploitable et mobilisé par tous les élèves.

9. Développer les automatismes de calcul à tous les âges par des pratiques rituelles (répétition, calculs mental et intelligent, etc.) pour favoriser la mémorisation et libérer l'esprit des élèves en vue de la résolution de problèmes motivants.

10. Sens des nombres et des opérations

36. Les manuels de mathématiques feront l'objet d'un positionnement sur une échelle, par un comité scientifique, en regard de chacun des critères d'une courte liste arrêtée par ce même comité. » (Villani et Torossian, 2018)

Selon l'Agence Exécutive Européenne pour l'Education et la Culture, les deux caractéristiques importantes de l'enseignement développant la compréhension des concepts sont :

« Les discussions autour des mathématiques, y compris l'examen des relations entre les divers domaines des mathématiques, l'interrogation sur les raisons du fonctionnement de différentes procédures, et l'examen des différences entre les différentes approches.

Confier aux élèves des tâches de résolution de problèmes complexes et ouverts en mathématiques » (Eurydice et al., 2015, p. 52).

D'autre part, une recherche de Piht et Eisenschmidt (Piht & Eisenschmidt, 2010) démontre que les élèves acquerront d'autant plus de connaissances que les situations d'apprentissage proposées sont stimulantes, diversifiées et mises en rapport avec leur vie quotidienne

Enfin, en Angleterre, une étude menée par le Centre National pour l'Excellence dans l'Enseignement des Mathématiques (NCETM), affirme qu'il est impossible de distinguer une seule meilleure méthode (Swan et al., 2008). Il existe en réalité de nombreux types d'apprentissage et de nombreuses méthodes différentes (questions d'un ordre supérieur, encourager le raisonnement plutôt que l'obtention de résultats, développer le langage mathématique à travers des activités de communication, etc.) qui devraient être appliqués en fonction de l'apprenant et des acquis particuliers désirés.

Pour conclure, les recommandations de l'American Federation of Teachers et Cédric Villani semblent s'accorder sur le fait que l'apprentissage des mathématiques est favorisé par un programme explicite, regroupant un nombre raisonnable de nouvelles notions assez approfondies, et une pédagogie coupant l'apprentissage en 3 étapes : la manipulation concrète, la verbalisation et enfin l'abstraction. De nombreux chercheurs tels que Villani et Torossian, Piht et Eisenschmidt recommandent également un environnement de confiance et stimulant pour les élèves (autre

regard sur l'erreur, situations de la vie quotidienne, jeux, etc.) (Piht & Eisenschmidt, 2010) (Villani et Torossian, 2018). Enfin des traces écrites riches, explicites et compréhensibles de tous ainsi que le développement des automatismes semblent favoriser l'apprentissage des élèves. Cependant, les chercheurs s'accordent également sur le fait que, comme le disent Hiebert et Givvin « *telle ou telle méthode n'est en général ni efficace ni inefficace* » (Givvin et al., 2009) il faut savoir adapter ses méthodes à son public. Dans cette phrase, le mot méthode doit être entendu au sens de contenus. En effet, il n'y a pas de formule magique pour enseigner la notion de fraction qui assurerait la compréhension de tous les élèves, il faut savoir adapter son contenu et différencier pour s'adapter à l'hétérogénéité de ses élèves.

2. L'enseignement des fractions

Regardons maintenant plus précisément les recommandations spécifiques aux fractions.

Dans un de leurs rapports, le Centre National d'Etude des Systèmes Scolaire (CNESCO) établit un certain nombre de recommandations sur l'enseignement des fractions (CNESCO, 2015).

Tout d'abord, ils préconisent de développer la manipulation d'objets, de manipuler des « fractions concrètes » (parties d'un disque en bois...) ce qui permettra aux élèves de mieux appréhender le sens de ce concept difficile.

Ensuite, ils préconisent, tout comme lors de l'apprentissage de la numération, de s'appuyer sur l'oral avant de passer à des écritures symboliques. Les élèves doivent ainsi savoir exprimer à l'oral les nouveaux nombres qu'ils découvrent (un quart, huit dixièmes, etc.) avant de voir comment on écrit une fraction.

Enfin, il est préconisé de ne pas attendre la maîtrise parfaite d'une notion pour en aborder une nouvelle. Selon eux, les enseignants reportent trop souvent des notions difficiles, comme les fractions, à la fin de l'année scolaire. Or, maîtriser de telles notions nécessite un travail important, organisé progressivement dans la durée, et basé sur la compréhension du sens.

Pour finir, dans leur article sur les grandeurs en mathématiques au collège, Chevallard et Bosch dénoncent un défaut dans la majorité des énoncés au sujet des fractions :

« On nous parle ici d'objets non définis, mais qu'on se réfère à travers eux à des grandeurs dont la nature n'est pas claire [...] L'oubli historiquement récent, dans la culture mathématique scolaire, des grandeurs au profit des seuls objets supports des grandeurs a conduit en particulier à diffuser parmi les professeurs de mathématiques l'ineptie selon laquelle on ne saurait, "en toute rigueur", parler que de fractions inférieures à l'unité, au motif que cela n'aurait pas de sens de parler, par exemple, des quatre tiers d'un gâteau. On a vu que, en réalité, cela n'a pas davantage de sens de

parler de la moitié ou des trois quarts d'un gâteau! En revanche, les choses s'éclairent dès qu'on parle, non de fractions d'objets, mais de fractions de grandeurs » (Chevallard & Bosch, 2002, p. 49-50).

On comprend ici l'importance de définir les grandeurs auxquelles on fait référence si l'on veut favoriser la compréhension des élèves, ainsi que l'importance de ne pas travailler sur les surfaces.

3. L'enseignement explicite

Dans tous les documents officiels nous pouvons lire qu'il est préconisé d'utiliser un enseignement explicite. Cependant, l'enseignement explicite possède différentes acceptations comme nous le présente Guilmois dans sa thèse « Enseignement explicite ou "Enseigner plus explicitement" » (Guilmois, 2019).

En France, l'enseignement explicite signifie l'utilisation d'un enseignement plus explicite qui donne une grande place à donner du sens aux apprentissages et aux connaissances.

L'autre acceptation de l'enseignement explicite est l'acceptation nord-américaine. Cela consiste à présenter aux élèves une seule procédure sur laquelle ils s'entraînent jusqu'à l'acquérir.

D. La transposition didactique

La transposition didactique, processus fondamental dans l'enseignement par lequel un élément du savoir savant devient une connaissance à enseigner puis un objet d'enseignement, a été défini en 1985 par Chevallard :

« Tout projet social d'enseignement et d'apprentissage se constitue dialectiquement avec l'identification et la désignation de contenus de savoirs comme contenus à enseigner [...] Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit dès lors un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le « travail » qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé « transposition didactique » (Chevallard et Johsua, 1985).

Chevallard définit alors deux types de transposition didactique :

- La transposition didactique externe c'est-à-dire « *le passage du savoir savant au savoir à enseigner* » (Chevallard, 1985)
- La transposition didactique interne c'est-à-dire le « *passage d'un contenu de savoir précis à une version didactique de cet objet de savoir* » (Chevallard, 1985)

E. Cadre Théorique : La théorie anthropologique du didactique

Cette analyse des activités d'introduction sera faite en partie à l'aide de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) développée par Chevallard (Bosch et Chevallard, 1999).

En 1999, Chevallard et Bosch décrivent une praxéologie complète comme étant une organisation de savoir. Ils prennent comme point de départ de leur théorie le fait de considérer que “*tout est objet*” et que toute activité consiste à accomplir une tâche. Ils font alors émerger deux notions fondamentales permettant d'analyser les savoir-faire de toutes les activités : types de tâches, la technique ; et les définissent à l'aide de 3 postulats :

« On part pour cela d'un **premier postulat** selon lequel toute pratique institutionnelle se laisse analyser, de différents points de vue et de différentes façons, en un système de tâches relativement bien circonscrites, qui se découpent dans le flux de la pratique. Le problème de la délimitation des tâches dans une pratique institutionnelle donnée reste ouvert et variera selon que l'on adopte le point de vue de l'institution où se déroule la pratique ou bien celui d'une institution extérieure d'où l'on observe l'activité et pour la décrire dans un but précis. La sémantique du mot reste donc ouverte [...] Tout pourtant n'est pas tâche : il existe en toute institution de l'activité non analysée en types de tâches, et dont la mention au moyen de verbes d'action d'acception très large (par exemple « calculer », « démontrer », etc.) laisse le contenu mal défini – on parle alors de genre de tâches.

La notion de tâche va se trouver restreinte, en effet, par le **deuxième postulat**, qui suppose que l'accomplissement de toute tâche résulte de la mise en œuvre d'une technique. Là aussi il faut entendre le terme de technique en un sens très large, comme une « manière de faire » particulière, et non selon l'acception courante de procédé structuré et méthodique, voire algorithmique – ce qui n'est qu'un cas très particulier de technique. [...] La vie institutionnelle est donc faite d'un large éventail de tâches accomplies selon des « manières de faire » institutionnalisées, loi d'airain qui tend à identifier tout type de tâches à la technique normalement utilisée dans l'institution pour accomplir les tâches de ce type. [...]

Le **troisième postulat** anthropologique concerne alors l'écologie des tâches et des techniques, c'est-à-dire les conditions et contraintes qui en permettent la production et l'utilisation dans des institutions. On suppose que, pour pouvoir exister dans une institution, une technique doit apparaître comme un tant soit peu compréhensible, lisible et justifiée. Il s'agit là d'une contrainte institutionnelle minimale pour permettre le contrôle et garantir l'efficacité des tâches accomplies, qui sont généralement des tâches coopératives, supposant la collaboration de plusieurs acteurs. » (Chevallard et Bosch, 1999, p. 84-86).

Ainsi, chaque type de tâche s'effectue à l'aide d'une technique. Il existe donc un lien fort entre ces deux concepts, puisque chaque tâche implique l'utilisation d'une technique différente.

Dans sa thèse de 2018, Martinez-Ibanez dénombre 56 différentes tâches concernant les fractions qu'il classe en trois sous-catégories :

- « - Dans la première, nous avons placé **les types de tâches ayant trait à l'aspect cardinal de la fraction**, en prenant pour critère que l'élève ne doit manipuler qu'une seule fraction à la fois pour réaliser la tâche qui lui est soumise. Par exemple, lorsqu'il doit identifier la fraction représentée par un dessin, son activité porte sur une fraction unique. Lorsque le regard de l'élève porte successivement sur plusieurs fractions (par exemple, identifier une fraction parmi plusieurs dessins), nous avons considéré que le type de tâches correspondant relevait de la même catégorie.
- Dans la deuxième catégorie, nous avons placé **tous les types de tâches ayant trait à l'aspect ordinal des fractions**, en prenant pour critère que l'élève doit traiter successivement deux fractions afin de les comparer (par exemple, pour dire si deux fractions sont équivalentes). Lorsque l'élève devait comparer plusieurs fractions (par exemple, pour ranger des fractions dans l'ordre croissant), nous avons considéré que le type de tâche correspondant appartenait à la même catégorie.
- Dans la troisième catégorie, nous avons placé **tous les types de tâches impliquant des fractions dans des opérations**, en prenant pour critère que, lorsque deux fractions sont données à l'élève, celui-ci doit en trouver une troisième (par exemple, lorsqu'on lui demande d'additionner deux fractions, qu'elles possèdent ou non le même dénominateur). » (Martinez-Ibanez, 2018, p 89-90)

Afin d'illustrer son propos, Martinez-Ibanez nous présente ensuite un exemple d'application de cette théorie. Il identifie alors deux techniques permettant de résoudre la tâche « identifier ou représenter des fractions » :

« τ_1 : Représentation ou identification de fractions par partage ou comptage ;

τ_2 : Représentation ou identification de fractions par itération » (Martinez-Ibanez, 2018, p 104)

II. PROBLÉMATIQUE

A l'issue de cette première partie théorique, et de mon hypothèse « les fractions ne sont pas enseignées pareil en France et en Angleterre », la suite de ce mémoire aura pour objectif de réaliser une analyse comparée des méthodes d'enseignement de la fraction en France et Angleterre et ainsi répondre à la question de recherche suivante : **Quelles sont les différences dans la façon d'enseigner la fraction à l'école primaire entre la France et l'Angleterre, et quels effets provoquent ces différences sur les techniques des élèves ?**

La comparaison sera basée sur une analyse des programmes, des manuels et sur la comparaison de deux classes soumises à des pédagogies différentes, dans l'objectif de répondre à différentes questions :

- 1) Comment est introduite la notion de fraction dans les manuels français et anglais ?
- 2) Quelles techniques utilisent les élèves français et anglais pour résoudre des problèmes relevant des fractions ? Sont-elles similaires ou différentes ?
- 3) L'utilisation des mixed-numbers en Angleterre, à la place de la décomposition additive en France, aurait-elle un intérêt dans la compréhension de la notion de fraction ?
- 4) Quels apports font les enseignants lors d'une phase de correction d'exercices relevant des fractions ? Quelles sont les ressemblances et les différences entre le discours d'un professeur français et d'un professeur anglais et les conséquences sur les productions des élèves ?

Ce mémoire se focalise donc sur l'analyse des pratiques des enseignants, des programmes et des manuels afin d'essayer de comprendre les résultats TIMSS.

Pour cela, nous avons déjà vu dans une première partie les éléments théoriques et didactiques relatifs à la fraction et comparé les programmes scolaires de ces deux pays. Ensuite, nous procéderons à une comparaison de manuels dont l'analyse sera facilitée par la théorie anthropologique du didactique, avant de terminer par une expérimentation plus concrète afin de comparer une classe française et une classe anglaise.

III. MÉTHODOLOGIE

L'objectif de ce mémoire est de réaliser une analyse comparée de l'enseignement des fractions en France et en Angleterre, en répondant à la problématique : **Quelles sont les différences dans la façon d'enseigner la fraction à l'école primaire entre la France et l'Angleterre, et quels effets provoquent ces différences sur les techniques des élèves ?**

Pour y répondre, je souhaite relever des données de natures variées afin d'obtenir une vision globale de chaque des façons d'enseigner la notion et ainsi pouvoir en faire la comparaison la plus objective possible. De ce fait, je souhaite réaliser dans un premier temps une analyse comparée de manuels et des guides de l'enseignant associés, puis une expérimentation en deux temps sur le terrain. La partie ci-dessous visera à présenter la méthodologie du recueil de données. Le contexte de l'expérimentation sera quant à lui précisé dans la partie « Recueil et analyse de données » (cf. [IV.B.1](#)).

A. Méthodologie de l'analyse de manuels et du guide enseignant

A travers cette analyse de manuels et des guides de l'enseignant associés, nous nous concentrerons plus particulièrement sur la comparaison des activités d'introduction de la notion de fraction.

Cette analyse comparée permettra de mettre en avant la façon dont la notion de fraction est introduite dans les classes françaises et anglaises autant du point de vue des choix pédagogiques, que du type de tâches demandées. A travers cette analyse, nous regarderons également les techniques envisagées pour résoudre ces activités ainsi que la conception de la fraction utilisée.

1. Critères d'analyse

Comme nous venons de le voir, cette analyse des manuels et des guides pédagogiques associés se fera à l'aide de la théorie anthropologique du didactique. Cependant, elle sera complétée par une analyse s'appuyant sur des critères pédagogiques.

Finalement, les activités d'introduction de la notion de fraction de chaque manuel seront analysées grâce à la grille suivante :

1	Quel est l'objectif de l'activité annoncé par le manuel ?
2	Quelle est la structure générale de l'activité annoncée par le manuel ? (Activité de recherche, application, leçon etc.)
3	Est-ce proposé comme une activité individuelle, en petit groupe, ou en groupe classe ?
4	Au cours de quelle période est-il préconisé par le manuel de commencer les fractions ?
5	Quelle conception de la fraction est enseignée ici ? (voir recommandation du guide pédagogique)
6	Quelles fractions sont étudiées au cours de cet exercice ? (fractions simples, décimales, unitaires, supérieures ou inférieures à 1)
7	L'activité nécessite-t-elle de la manipulation ou du matériel particulier ? Si oui, lequel ?
8	Type de tâche (parmi les 3 types de tâches définis par Martinez-Ibanez (cf. I.C. 2. L'enseignement des fractions))
9	Quelle technique est envisagée par le guide de l'enseignant pour résoudre l'activité ?
10	Quel étayage est préconisé par le guide enseignant ?

Figure 5. Grille d'analyse des manuels

2. Choix des manuels

Tout d'abord, notons qu'en France et en Angleterre, les enseignants sont autonomes sur le choix des manuels qu'ils souhaitent utiliser.

C'est pourquoi, concernant les manuels français, nous analyserons quatre manuels très utilisés par les enseignants de CM1 (Year 5) et issus de maisons d'édition différentes, à savoir :

- CapMaths CM1, Hatier (Anselmo et al., 2020)
- Graine de maths CM1, Nathan (Malaval et al., 2016)
- Outils pour les maths CM1, Magnard (Carle & Ginot, 2020)
- Haut les maths! CM1, Retz (Mazollier et al., 2021)

Concernant les manuels anglais, la notion de fraction étant introduite en Year 2 (CP) en Angleterre, et les manuels anglais étant difficiles d'accès, nous analyserons deux manuels de Year 2 (CP) à savoir :

- White Rose Maths 2022 - Year 2 (Whiterose Maths, 2022)
- Textbook 2A, Maths No Problem! 2022 (Ban Har et al., 2015)

B. Méthodologie de la première partie de l'expérimentation : Analyse a priori

1. Sous-questions et hypothèses

Toujours dans l'idée de réaliser une analyse la plus complète possible, et avoir des données de natures variées, je souhaite réaliser une expérimentation sur le terrain. Pour cela, la première partie de l'expérimentation permettra de répondre aux deux questions suivantes :

- 1) Quelles techniques utilisent les élèves français et anglais pour résoudre des problèmes relevant des fractions ? Sont-elles similaires ou différentes ?
- 2) L'utilisation des mixed-numbers en Angleterre, à la place de la décomposition additive en France, semble-t-elle avoir un intérêt dans la compréhension de la notion de fraction?

Pour répondre à ces questions, je souhaite confronter des élèves français et des élèves anglais à un même test composé d'exercices sur les fractions. Ce test me permettra de comparer les techniques développées par les élèves pour résoudre les exercices. Je pourrais ensuite les mettre en lien avec l'étayage des enseignants, et ainsi obtenir de façon indirecte, des indications sur la façon dont les fractions sont enseignées.

De plus, comme nous l'avons vu dans la première partie de ce mémoire, la plupart des exercices de TIMSS sur les fractions ne sont pas réalisables par les élèves français car ils font appel à des compétences qui ne leur sont pas enseignées. C'est pourquoi les exercices seront sélectionnés afin

qu'ils soient réalisables par des élèves de CM1 (Year 5). Cependant, le test sera proposé à des élèves de CM1 (Year 5) et de CM2 (Year 6). Ainsi, l'analyse des tests des CM1 (Year 5) me permettra de comparer la réussite des élèves confrontés à des exercices qui sont théoriquement de leur niveau, et l'analyse des tests des CM2 (Year 6), plus à l'aise avec la notion de fraction, me permettra d'identifier plus clairement les techniques enseignées. Dans l'optique de réduire les paramètres pouvant biaiser cette analyse, les deux écoles choisies seront issues du même milieu social. Enfin, au vu du décalage entre les programmes scolaires français et anglais, le test sera également proposé aux élèves de Year 4 (CE2) anglais.

Pour résumer, ce test, réalisé en fin d'année scolaire, me permettra d'une part de comparer la réussite des élèves français et anglais lorsqu'ils sont confrontés à des exercices qu'ils sont capables de réaliser, et d'autre part d'identifier et comparer les techniques utilisées par les élèves.

Aussi, ce questionnaire interrogera l'utilisation des mixed-numbers. Or, dans les programmes anglais les mixed-numbers apparaissent à partir du Year 5 (CM1). Cependant, lors de l'analyse des manuels je me suis rendue compte qu'en réalité les mixed-numbers sont introduits dès le Year 4 (CE2). Cette affirmation m'a également été confirmée par les enseignants anglais. Ainsi, ce questionnaire interrogera bien les élèves uniquement sur des compétences et connaissances qui leur ont été enseignées.

2. Problèmes choisis et anticipation des techniques

Le choix des items de ce questionnaire se fera de façon à avoir un exercice représentant chacune des catégories suivantes :

- (1) Items issus de TIMSS
- (2) Items issus d'un manuel anglais
- (3) Items issus d'un manuel français

La catégorie (1) permettra de comparer les résultats et techniques des élèves lorsqu'ils sont confrontés à un exercice d'une enquête nationale qu'ils sont capables de réussir.

Les catégories (2) et (3) quant à elles relèveront d'exercices faisant appels aux mixed-numbers ou à la notation additive. En effet, l'une des principales différences observées entre les manuels français et anglais est l'utilisation des mixed-numbers en Angleterre. Ainsi, ces exercices nous permettront de voir si l'une des deux notations permet une meilleure réussite.

Enfin, une attention sera également portée sur le fait que les exercices choisis ne soient pas issus des manuels utilisés par les deux classes.

Les trois problèmes choisis sont donc :

- **Catégories (1) :** Exercice issu de TIMSS 2003 (Mullis et al., 2004) (cf. Figure 6)

Programmes auxquels répond cet exercice :

Angleterre, Year 4 (CE2) : « Résoudre des problèmes impliquant des fractions de plus en plus difficiles pour calculer les quantités, et fractions pour diviser les quantités, y compris les fractions non unitaires où la réponse est un tout nombre » (Department for Education, 2013, p 122)

France, CM1 (Year 5) : « Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul. » (MEN, 2020a, p 94)

Énoncé : « Une cuillère de farine contient $\frac{1}{5}$ kg de farine. Combien de cuillères de farine faudra-t-il pour remplir un sac de 6 kg de farine ? »

A scoop holds $\frac{1}{5}$ kg of flour. How many scoops of flour are needed to fill a bag with 6 kg of flour?

Answer: $6 \div \frac{1}{5}$
 6×5
 30 scoops

Figure 6. Énoncé original de ce problème issue de TIMSS 2003 (Mullis et al., 2004)

Dans cet exercice, le savoir visé est la proportionnalité et la compréhension de ce que représente une fraction, et les techniques possibles pour résoudre le problème sont :

Technique que les élèves français peuvent utiliser pour résoudre le problème	Technique que les élèves anglais peuvent utiliser pour résoudre le problème
1) Une première technique pour résoudre cet exercice est de le faire en faisant des ajouts successifs de $\frac{1}{5}$ jusqu'à obtenir 6 kg : $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \dots$	
2) Une deuxième technique est de passer par le dessin, en représentant 6 fois 1 kg de farine, et en les partageant en 5 afin d'obtenir des parts de $\frac{1}{5}$ kg, et ainsi pouvoir compter le nombre de parts nécessaires.	
3) Une troisième technique est de se rendre compte par le dessin ou le calcul que pour obtenir 1kg de farine il faut 5 cuillères de farine ($5 \times \frac{1}{5} = 1$). Ainsi pour obtenir 6 kg il faut $6 \times 5 = 30$ cuillères. Cette technique s'appuie sur l'interprétation de ce que représente $\frac{1}{5}$ et sur la propriété de linéarité multiplicative.	

- 4) Une quatrième technique plus difficile est de se rendre compte que $6 = \frac{6 \times 5}{5} = \frac{30}{5} = 30 \times \frac{1}{5}$ et conclure alors qu'il faudra donc 30 cuillères de farine pour obtenir 6 kg.
- 5) Une dernière technique est de convertir $\frac{1}{5}$ kg = 200 g et 6 kg=6000 g, puis $6000g \div 200g = 30$. Il faut donc 30 cuillères pour remplir un sac de 6kg de farine

Tableau 1. Techniques possibles pour les élèves afin de résoudre l'exercice 1

Il semble donc que les élèves des deux pays ont accès aux mêmes techniques pour réussir. L'objectif de cet exercice sera donc de regarder si une technique est favorisée par les élèves d'un pays ou non et de comparer la réussite de 2 pays.

- **Catégories (2) :** Exercice inspiré du manuel anglais de CE2 (Year 4) White Rose Maths (White Rose Maths, 2022) (cf. [Figure 7](#))

Programmes auxquels répond cet exercice :

Angleterre, Year 5 (CM1) : « Reconnaître les nombres mixtes, les fractions impropres, convertir d'une forme à l'autre et écrire des énoncés mathématiques supérieurs à 1 sous forme de nombre mixte. » (Department for Education, 2013, p 130)

France, CM1 (Year 5) : « Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 » (MEN, 2020a, p 93)

Énoncé : « Complète les cercles vides comme sur l'exemple. »

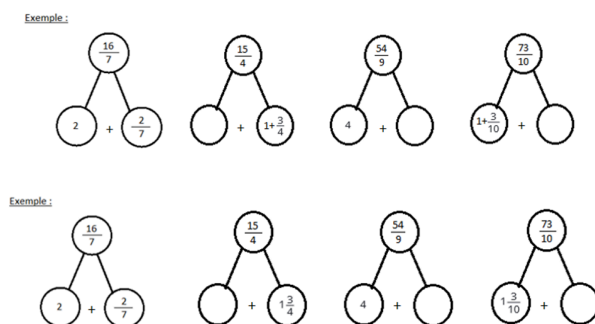


Figure 7. Énoncé adapté du problème sur les mixed numbers issu d'un manuel de CE2 anglais (White Rose Maths, 2022)

Dans cet exercice dont le format est relativement fréquent en Angleterre puisqu'il apparaît 8 fois dans le manuel de Year 4, les énoncés sont adaptés aux notations utilisées par chacun des pays (décomposition additive pour le France et mixed-numbers pour l'Angleterre, mais une même

fraction supérieure à 1 en origine). Le savoir visé est la décomposition additive des fractions, et les techniques possibles pour résoudre le problème sont :

Technique que les élèves français peuvent utiliser pour résoudre le problème	Technique que les élèves anglais peuvent utiliser pour résoudre le problème
Une première technique pour résoudre cet exercice est de décomposer la fraction principale en un entier + une fraction inférieure à 1.	Une première technique pour résoudre cet exercice est d'écrire la fraction principale en mixed-number afin de faire apparaître sa décomposition en partie entière + une fraction inférieure à 1.
Une seconde technique serait de convertir tous les entiers en fractions ayant le même dénominateur que la fraction principale, afin de pouvoir ensuite se concentrer à faire des additions et des soustractions de numérateur. Une dernière technique, pouvant être réalisée par les élèves français et anglais, serait de passer par les dessins en essayant de représenter la fraction principale.	

Tableau 2. Techniques possibles pour les élèves afin de résoudre l'exercice 2

Pour ce problème, il semble donc que les élèves ont accès à des techniques communes et des techniques différentes liées à l'usage des mixed-numbers. L'objectif sera donc de voir si la technique utilisant les mixed-numbers est celle privilégiée par les élèves anglais et ainsi comparer la réussite des élèves des deux pays.

- **Catégorie (3) :** Exercice issu du manuel Haut les maths! CM1, Retz (Mazollier et al., 2021) (cf. [Figure 8](#))

Programmes auxquels répond cet exercice :

Angleterre, Year 5 (CM1) : « Reconnaître les nombres mixtes, les fractions incorrectes, convertir d'une forme à l'autre et écrire des énoncés mathématiques supérieurs à 1 sous forme de nombre mixte. » (Department for Education, 2013, p 130)

France, CM1 (Year 5) : « Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 » (MEN, 2020a, p 93)

Énoncé : « Pour chaque cas, écris la quantité de gâteaux sous deux formes différentes. »

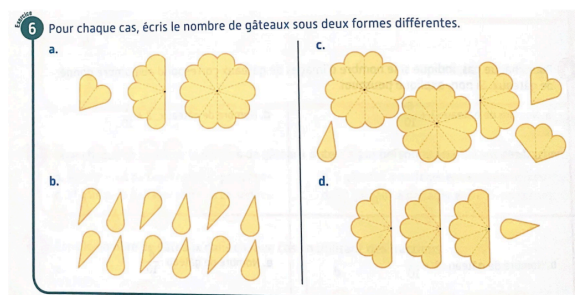


Figure 8. Énoncé d'un problème extrait du manuel français Haut les maths! CM1 (Mazollier et al., 2021)

Dans cet exercice, le savoir visé est la décomposition additive des fractions, et les techniques possibles pour résoudre le problème sont :

Technique que les élèves français peuvent utiliser pour résoudre le problème	Technique que les élèves anglais peuvent utiliser pour résoudre le problème
Une première technique pour l'élève est de compter le nombre d'unités complètes, le nombre de demi unité, le nombre de cinquième d'unité, de dixième d'unité, etc. et de présenter le résultat sous forme de somme de chacune de ces quantités. <u>Par exemple pour l'énoncé a. on aurait :</u> $1 + \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ <u>ou encore b.</u> $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \dots$ Une deuxième technique serait de compter le nombre de gâteaux en entier (10 petites parts ensemble), puis le nombre de parts restantes. Cela donnerait : un nombre entier d'unité + une fraction inférieure à 1 <u>Par exemple pour l'énoncé b. on aurait :</u> $3 + \frac{1}{10}$	Une première technique serait de rassembler les découpages faits afin d'obtenir le plus d'unités complètes et une fraction inférieure à 1, afin de l'écrire sous la forme d'un mixed number. <u>Par exemple pour l'énoncé b. on aurait :</u> $3 \frac{1}{10}$
Une autre technique, pouvant être réalisée par les élèves français et anglais, serait de compter le nombre de parts présentes en tout. <u>Par exemple pour l'énoncé a. on aurait :</u> $\frac{17}{10}$ Une dernière technique, pouvant être réalisée par les élèves français et anglais, serait de donner sa réponse en écriture littérale. <u>Par exemple pour l'énoncé a. on aurait :</u> une unité et sept dixièmes	

Tableau 3. Techniques possibles pour les élèves afin de résoudre l'exercice 3

Pour ce dernier problème, tout comme pour le problème précédent, les élèves ont accès à des techniques communes et des techniques différentes liées à l'usage des mixed-numbers. Les objectifs sont donc les mêmes que ceux du problème précédent, afin qu'il n'y ai pas de favoritisme.

D'autre part, cet exercice présente une autre difficulté de par son ambiguïté quant à ce qui est considéré comme unité. En effet, cet exercice ne répond pas aux recommandations faites par Chevallard et Bosch quant à l'importance de définir les grandeurs (cf. [I.C.2.](#)) (Chevallard & Bosch, 2002, p. 49-50).

C. Méthodologie de la deuxième partie de l'expérimentation : observation d'une phase de correction

Enfin, afin de compléter ma recherche, je souhaite assister à la phase de correction de ce test faite par les enseignant(e)s. Cela me permettra d'identifier et comparer ce que chaque enseignant considère comme important, comparer les discours, et les outils apportés aux élèves afin de favoriser leur réussite. En effet, aucune recommandation ne sera faite aux enseignant(e)s sur cette phase, il leur sera uniquement demandé de revenir sur le test comme ils le souhaitent, et comme ils ont l'habitude de le faire.

J'analyserai ces phases de correction en portant mon attention particulièrement sur trois grands axes : les choix pédagogiques fait par l'enseignant, le rôle de l'enseignant et le rôle des élèves. Les critères choisis font écho aux recommandations faites par les chercheurs sur l'enseignement des fractions (cf. [I.C.2. L'enseignement des fractions](#)).

Choix pédagogiques	Est-ce une correction collective ou individuelle ?
	S'agit-il d'une phase de correction ou plutôt de mise en commun ? ⁵
	Combien de temps dure la phase de correction ?
	Quelles sont les modalités d'évaluation ? Notes ? Barème ?

⁵ On entend ici par mise en commun le fait de prendre en compte plusieurs productions d'élèves, et installer un échange pour identifier les solutions conformes ou pas, efficaces ou pas, etc..
La correction quant à elle s'appuie sur une unique production d'élève et regarde si les résultats sont justes ou faux.

	L'enseignant(e) a-t-il recours à du matériel ? Si oui, lequel et comment est-il exploité ? L'enseignant(e) procède-t-il aux 3 étapes recommandées lors de l'enseignement (manipulation, verbalisation, l'abstraction) ?
	Quelle(s) technique(s) ont émergé(s) au cours de cette correction ?
Rôle de l'enseignant(e)	Quel étayage fait l'enseignant(e) pour pallier les difficultés des élèves ?
	Comment se manifeste la relation enseignant/élève (contact corporel, contact visuel, moment de soutien, ...)
Rôle de l'élève	Que font les élèves ? Sont-ils actifs ou passifs ?
	Les élèves travaillent-ils individuellement ou doivent-ils collaborer ? Quel est le contenu de leurs interactions ?

Figure 9. Grille d'observation de la phase de correction

Comme annoncé précédemment, le contexte de l'expérimentation sera précisé dans la partie « Recueil et analyse de données » (cf. IV.B.1).

IV. RECUEIL ET ANALYSE DE DONNÉES

A. Comparaison de manuels français et anglais

1. Recueil de données : les manuels français

Critères	Hatier (Cap Maths CM1, 2020) page 30	Nathan (Graine de Maths CM1, 2016) page 32	Retz (Hauts les maths CM1, 2021) page 28	Magnard (Outil pour les maths, 2020) page 28	Analyse et comparaison
Quel est l'objectif de l'activité annoncé par le manuel ?	- Utiliser les fractions pour rendre compte de mesures de longueur (demi, quart ...) - Connaître la signification du numérateur et du dénominateur - Connaître et utiliser les relations entre fractions et unité	- Mettre en évidence de nouveaux nombres par l'utilisation de situations concrètes qui font sens - Varier les représentations fractionnaires - Mettre en place la notation fractionnaire	Dans une situation donnée de partage, découvrir l'insuffisance des nombres entiers, puis découvrir les fractions simples ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$) et les sommes d'un entier et d'une fraction simple.	Comprendre et utiliser la notion de fractions simples : lire, nommer et représenter des fractions	3 exercices sur 4 ont pour objectif de découvrir de nouveaux nombres dans des situations d'insuffisance des entiers ce qui est en accord avec les recommandations officielles. Le dernier exercice a pour objectif de découvrir les fractions pour comprendre un exercice. L'objectif d'introduire l'écriture fractionnaire en

					donnant du sens au numérateur et au dénominateur est présent dans les 4 exercices.
Quelle est la structure générale de l'activité annoncée par le manuel ? (Activité de recherche, application, leçon etc.)	Activité de recherche	Activité de découverte/recherche	Activité de recherche	Activité de recherche	Tous sont des exercices de recherche
Est-ce proposé comme une activité individuelle, en petit groupe, ou en groupe classe ?	1. Présentation de la situation en classe entière 2. Recherche de messages par 2 3. Recherche des bandes choisies en classe entière 4. Exploitation en classe entière 5. Entraînement en individuel	1. Compréhension de la situation-problème : lecture individuelle et explications en classe entière 2. Phase de recherche en individuel 3. Débat/Mise en commun en classe entière 4. Conclusion en classe entière	1. Lancement en classe entière 2. Recherche par 4 et individuelle 3. Mise en commun en classe entière	Recherche individuelle	Recherche uniquement en groupe pour 1 exercice sur 4 Recherche individuelle et collective pour 2 exercices sur 4 Recherche individuelle pour 1 exercice sur 4
Au cours de quelle période est-il préconisé par le manuel de commencer les fractions ?	Période 1	Période 3	Période 1	Pas de recommandations explicite, mais apparaît dès le début du manuel (p. 28) donc sûrement début d'année	Dès le début d'année pour 3 manuels sur 4. Plutôt en milieu d'année pour le dernier exercice
Quelle conception de la fraction est enseignée ici ? (voir recommandation du guide pédagogique)	Fraction mesure	Fraction partie d'un tout	Fraction mesure	Fraction partie d'un tout	2/4 manuels utilisent la conception de fraction partie d'un tout, et les 2 autres mobilisent la conception de fraction mesure
Quelles fractions sont étudiées au cours de cet exercice ? (fractions simples, décimales, unitaires, supérieures ou inférieures à 1)	$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ ou $\frac{3}{2}$ ou $1 + \frac{1}{2}$ ou → Cet exercice confronte les élèves à : - des fractions simples inférieures à 1 - des fractions unitaires inférieures à 1 - des fractions supérieures à 1	$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ → Cet exercice confronte les élèves à des fractions simples, et unitaire toutes inférieures ou égales à 1	6 ; $4 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{18}{4}$ ou $\frac{9}{2}$; $8 + \frac{1}{4}$ ou $\frac{33}{4}$; $2 + \frac{1}{2}$ ou $\frac{10}{4}$ ou $\frac{5}{2}$; $6 + \frac{3}{4}$ ou $\frac{27}{4}$ → Cet exercice confronte les élèves à : - des nombres entiers - des fractions simples et fractions unitaires inférieures à 1 - des fractions supérieures à 1	$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{1}{6}$; → Cet exercice confronte les élèves à des fractions simples, et des fractions unitaires toutes inférieures ou égales à 1	Tous les exercices abordent les fractions simples et unitaires les plus courantes, notamment $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$. 4/4 exercices traitent les partages demis et quarts 3/4 exercices traitent les partages en tiers 1/4 exercice traite les partages en sixièmes. 2 exercices sur 4 traitent les fractions supérieures à 1

L'activité nécessite-t-elle de la manipulation ou du matériel particulier ? Si oui, lequel ?	Manipulation de bandes de papier de différentes longueurs et couleurs : 3/4 bandes blanches de $1u = 8\text{ cm}$ 6 bandes de différentes longueurs en 2 couleurs	/	Manipulation d'images de gâteaux qu'ils peuvent découper si nécessaire	Manipulation de rectangles de papier : feuille A4 coupée en 4	Manipulation présente dans 3 exercices sur 4 : manipulation de feuilles de papier à chaque fois.
Type de tâche (parmi les 3 types de tâches définies par Martinez-Ibanez (cf. I.C. 2. L'enseignement des fractions))	Mesurer des bandes de longueur différentes à l'aide d'une bande de référence représentant l'unité → type de tâche ayant trait à l'aspect cardinal des fractions	Colorier la part qui convient de chacun des 10 gâteaux → types de tâches ayant trait à l'aspect cardinal des fractions	Partager 24 gâteaux, puis 18 et 33 entre 4 personnes pour que chaque personne ait le même nombre et sans qu'il en reste. Ecrire le nombre de gâteaux obtenus par personne. → types de tâches ayant trait à l'aspect cardinal de la fraction	Associer le nom d'une fraction à sa représentation, afin de reconnaître les drapeaux → types de tâches ayant trait à l'aspect cardinal de la fraction	Tous les exercices sont des tâches ayant trait à l'aspect cardinal, c'est-à-dire que les élèves manipulent une seule fraction à la fois.
Quelle technique est envisagée par le guide de l'enseignant pour résoudre l'activité ?	1. Report de l'unité un nombre entier de fois et réponse par encadrement : cette procédure sera reconnue ensuite comme insuffisamment précise 2. Partage de l'unité (par pliage) et report de l'unité et/ou de parts de l'unité, le résultat étant exprimé verbalement On n'attend pas, de la part des élèves, l'utilisation d'expressions fractionnaires sous forme usuelle	Dans cet exercice, il est précisé dans le guide pédagogique que les termes de "moitié" et "quart" ont déjà été vus (issus de situations de la vie courante). Ainsi, pour réussir cet exercice, les élèves doivent se baser sur leurs conceptions initiales de ces deux termes. D'autre part, il est précisé dans le guide pédagogique que le terme "tiers" est une nouvelle notion pour les élèves, mais l'exemple donné et le lien avec les pancartes "demi" et "quart" doit les aider.	Pour 24 : - Distribuer un par un les gâteaux à chaque élève - Anticiper le partage à partir du nombre total de gâteau ($6 \times 4 = 24$) Pour 18 et 33 : - Distribuer un par un les gâteaux à chaque élève jusqu'à qu'il n'en reste pas assez pour en redonner un à chaque élève. Les élèves peuvent alors : - les laisser de côté - partager les gâteaux afin que tout le monde ait une part égale. Pour l'écriture, on peut s'attendre à voir apparaître les termes "moitié", "demi", "moitié de la moitié", "quart" ou encore l'écriture décimale (1,5)	Dans cet exercice, il est supposé que le vocabulaire des fractions simples (demi, quart, tiers) est déjà connu par les élèves de part les discussions de la vie courante. En début de séance l'enseignant doit s'assurer que les élèves connaissent bien ces mots de vocabulaire Plier et colorier le rectangle de papier selon ce que disent les personnages, et en déduire le bon drapeau.	Tous les exercices se basent sur des prérequis des élèves : le fait qu'ils connaissent les termes "demi", "moitié" et "quart" de situations de la vie quotidienne. 2 exercices sur 4 se basent uniquement sur cela pour réussir l'activité. De plus, 2 exercices sur 4 se basent alors sur la conception qu'ont les élèves du partage : on partage d'abord les quantités entières, puis on effectue soit une réponse par encadrement soit partage de l'unité.
Quel étayage est préconisé par le guide enseignant ?	1. Rappeler les procédures efficaces pour obtenir des mesures précises :	1. S'assurer de la compréhension générale de la situation : "Comment sont représentés les panneaux ?", "Que	1. Lancement : Présenter les gâteaux, expliquer la tâche, montrer le tableau à compléter, distribuer 36 gâteaux par groupe (en	1. Vérifier, par une discussion avec les élèves, que le vocabulaire des fractions simples est	Toutes les activités ont une structure globale similaire : elles commencent par une phase de dévolution où

	- Partager l'unité en 2 ou 4 parts - Reporter l'unité ou des parts de l'unité sur toute la longueur de la bande à mesurer. Le pliage en 2 permet d'obtenir une longueur moitié d'une longueur donnée. 2. Rappeler les expressions verbales connues et leur utilisation dans ce contexte : trois quarts d'unité, un demi d'unité, ... 3. Indiquer le codage symbolique des fractions 4. Indiquer la signification des nombres figurant dans une fraction, par exemple pour $\frac{3}{4}$. 4 indique qu'on a partagé l'unité en 4 parts égales, on l'appelle le dénominateur 3 indique qu'on a reporté 3 fois une des parts : on l'appelle le numérateur $\frac{3}{4}u$ exprime donc que l'unité est partagée en 4 parts égales et qu'on reporte 3 fois une de ces parts. 5. A partir de là, écrire, avec les élèves, une expression de la longueur de chaque bande, en illustrant avec le matériel utilisé (A. $1u + \frac{1}{2}u$ ou $\frac{3}{2}u$)	représentent-ils ?". Faire attention aux confusions possibles avec le mot "part" et une case du quadrillage. Terminer cette phase par "Quelle est la question posée ?","Comment le quadrillage peut-il vous aider ?" Laisser entendre que l'activité peut être réalisée sans partager les carreaux. 2. Phase de recherche : Relever les différentes propositions des élèves pour pouvoir organiser le débat en prêtant une attention particulière aux disques et aux figures particulières. 3. Débat : Le panneau "demi" ne devrait pas poser de difficulté, mais permettra de comprendre qu'il y a plusieurs réponses possibles. La mise en commun des panneaux $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ permettra de faire émerger la notation fractionnaire "on a colorié une part après avoir partagé la figure en 3 ou en 4, on écrit ..." 4. Conclusion : Revenir sur la notation fractionnaire, l'associer au mot et à des représentations différents de ce qu'elles représentent. (conserver un affichage)	donner volontairement plus que nécessaire, ce sera aux élèves d'en prendre le nombre nécessaire à chaque situation) 2. Recherche : faire remarquer si nécessaire qu'il reste des gâteaux et rappeler que tous les gâteaux doivent être partagés 3. Mise en commun : - Pour 24 : Vérifier les partages - Pour 18 : Noter les réponses, demander comment faire pour les 2 gâteaux restants afin de faire ressortir la nécessité de les découper en moitiés. Introduire l'écriture fractionnaire et demander aux élèves s'ils ont une idée de la raison de cette écriture, et la signification du 1 et du 2. En fonction des réponses l'expliquer : le gâteau est partagé en 2, on en prend une part). - De même pour 33, avec la fraction un quart	connu : une moitié de baguette est une demi-baguette, un quart d'heure, un tiers de pizza, etc. 2. Distribuer des rectangles de papier et faire plier le papier selon ce que disent les personnages. Reproduire ces rectangles de papier en grand format pour une correction collective : - la moitié = on plie en deux, on s'assure que les deux parties sont égales par superposition et on colorie en rouge. On retrouve le drapeau de la Pologne. Expliquer : On a colorié 1 partie sur les 2, on écrit $\frac{1}{2}$ sur la partie coloriée. - De même avec les autres Questionner les élèves : Que peut-on dire du drapeau des Seychelles ? Il est divisé en 5 parts qui ne sont pas égales. 3. Introduire ici le mot "unité" : c'est une quantité entière, ici un drapeau 4. Expliquer : un quart s'écrit $\frac{1}{4}$. 1 représente 1 part de l'unité partagée. C'est le numérateur. 4 signifie que l'on a partagé l'unité en 4 parts égales. C'est le dénominateur. Faire observer que $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6} = 1$. Insister sur : - Place et signification du numérateur et du dénominateur - Orthographe du vocabulaire	l'enseignant lève les difficultés possibles à la réussite de l'exercice. Elles enchaînent alors par une phase de recherche où l'enseignant laisse les élèves chercher et les guide par son étayage vers le savoir visé. Ces 3 exercices se terminent par une phase d'institutionnalisation sur l'écriture fractionnaire, le vocabulaire associé, et la signification du numérateur et du dénominateur. D'autre part, 2 exercices sur 4 appuient l'importance que le partage doit se faire en parts égales.
--	--	--	---	---	--

Tableau 4. Résultats de l'analyse des manuels français

2. Recueil de données : les manuels anglais

Critères	Maths No Problem! (Textbook 2A, Year 2)	White Rose Maths (Fractions, Year 2)	Analyse et comparaison
Quel est l'objectif de l'activité annoncé par le manuel ?	Identifier un partage en parts égales	Reconnaître la moitié d'un objet ou d'une forme, et comprendre qu'un partage se fait en parts égales	Les deux manuels ont pour objectif d'identifier des partages égaux
Quelle est la structure générale de l'activité annoncée par le manuel ? (Activité de recherche, application, leçon etc.)	Activité de recherche	Activité de recherche	Tous sont des exercices de recherche
Est-ce proposé comme une activité individuelle, en petit groupe, ou en groupe classe ?	En classe entière puis par 2	En classe entière	Recherche en classe entière pour les deux manuels
Au cours de quelle période est-il préconisé par le manuel de commencer les fractions ?	Période 5	Période 5	Introduction de la notion en fin d'année pour les deux manuels
Quelle conception de la fraction est enseignée ici ? (voir recommandation du guide pédagogique)	Fraction partie d'un tout	Fraction partie d'un tout	Fraction partie d'un tout pour tous
Quelles fractions sont étudiées au cours de cet exercice ? (fractions simples, décimales, unitaires, supérieures ou inférieures à 1)	demi, tiers, quart → Cet exercice confronte les élèves à des fractions simples, unitaires inférieures à 1.	$\frac{1}{2}$ → Cet exercice confronte les élèves à une fraction simple, unitaire inférieure à 1.	Tous les exercices abordent les fractions simples et unitaires les plus courantes : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. (inférieures à 1)
L'activité nécessite-t-elle de la manipulation ou du matériel particulier ? Si oui, lequel ?	Manipulation de feuilles de papier carrées	Manipulation d'images de pizzas coupées en morceaux de différentes tailles : certaines montrant une moitié et d'autres non	Manipulation présente dans tous les exercices : manipulation de feuilles de papier à chaque fois permettant d'effectuer concrètement des partages
Type de tâche (parmi les 3 types de tâches définis par Martinez-Ibanez (cf. I.C. 2. L'enseignement des fractions))	Plier des feuilles en 2 puis de nouveaux en 2 afin d'obtenir 4 parts selon des pliages différents et identifier les pliages menant à des parts égales → types de tâches ayant trait à l'aspect cardinal des fractions	Trier les pizzas en deux groupes : les moitiés et les autres → types de tâches ayant trait à l'aspect cardinal des fractions	Tous les exercices sont des tâches ayant trait à l'aspect cardinal, c'est-à-dire que les élèves manipulent une seule fraction à la fois.
Quelle technique est envisagée par le guide de l'enseignant pour résoudre l'activité ?	Pliage, découpage, et superposition des formes pour identifier celles égales (perception visuelle).	Perception visuelle, en s'appuyant sur les représentations qu'ils ont de ce qu'est la moitié d'une unité : une unité partagée en 2 parts égales .	Tous les exercices s'appuient pour cette introduction sur la perception visuelle des élèves.
Quel étayage est préconisé par le guide enseignant ?	Questions clés suggérées : - Comment peut-on partager ... parts égales ? - En combien de parts est partagé ...	Questions clés suggérées : - Quel est le tout ? - Combien y a-t-il de parties ? - Les parties sont-elles égales ?	Les guides enseignants préconisent comme étayage des questions et des mots clés ramenant au partage d'un tout. Parmi eux, le mot "égal" est

	? - A-t-il été partagé en ... parts ? Points de vigilances - Langage mathématique incontournable : parts égales - Encourager l'utilisation des phrases : "même forme" - Encourager la visualisation du pliage	- S'agit-il d'une moitié ? Comment le savez-vous ? - Comment cela indique-t-il une moitié ? - S'agit-il d'une moitié ou d'un tout ? Phrases possibles : - Le tout est divisé en parts égales. - Il y a des moitiés dans un tout. - C'est/ce n'est pas une moitié parce que ... Points de vigilances : - Les enfants peuvent parler d'une moitié "plus grande" ou "plus petite" en raison d'expériences antérieures de partage. Il est donc important d'insister sur le fait qu'une moitié est composée de deux parties égales. - Les enfants peuvent avoir du mal à reconnaître des moitiés lorsqu'elles sont représentées de manière non standard.	présenté comme incontournable.
--	--	--	--------------------------------

Tableau 5. Résultats de l'analyse des manuels anglais

3. Analyse comparée des manuels français et anglais

Comparons maintenant les façons d'introduire pour la première fois la notion de fractions dans les manuels français et anglais.

Tout d'abord commençons par les points communs entre les activités proposées par les manuels français et anglais. Toutes ces activités sont des activités de recherche majoritairement en groupe. Cette modalité est en adéquation avec les théories socio-constructivistes de Vygotski (1934). En effet, les activités proposées amènent les élèves à confronter leurs hypothèses, s'entraider, coopérer et ainsi construire ensemble le savoir.

De plus, tous les manuels introduisent la notion de fraction avec les fractions unitaires simples les plus courantes et inférieures à 1 ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$), sauf deux manuels français qui traitent également les fractions supérieures à 1. Cette observation est en accord avec les recommandations faites par les documents officiels français (cf. I.B.1.a.). Notons également, que toutes les fractions étudiées possèdent un dénominateur égal à 2, 3, ou 4. De plus, tous les manuels insistent particulièrement sur le fait que les partages doivent se faire en parts égales afin d'éviter dès le début les erreurs possibles liées à la conception erronée « juxtaposition de deux entiers » présentée par Éric Roditi. (cf. I. A. 2.). D'autre part, les deux manuels anglais ainsi que deux manuels français mobilisent la conception de fraction partie d'un tout. Les deux autres manuels français mobilisent la conception

de fraction mesure. Nous remarquons ici qu'il existe un fort lien entre les fractions manipulées et la conception mobilisée puisqu'en effet, comme nous l'avons vu dans la partie théorique (cf. [I.A.B](#)), la conception de fraction partie d'un tout n'a pas de sens pour les fractions supérieures à 1. Toutes les activités ont également recours à la manipulation en 2D (feuilles de papier afin d'effectuer des partages) et à la verbalisation, ce qui fait échos aux recommandations faites en parti par le CNETCO (cf. [I.C.2.](#)).

Enfin, toutes les activités relèvent de tâches, définies par Martinez-Ibanez, comme ayant trait à l'aspect cardinal, c'est-à-dire que les élèves manipulent une seule fraction à la fois (Martinez-Ibanez, 2018, p. 89-90) (cf. [I.C.2.](#)). Pour finir, toutes les activités s'appuient pour être résolues, sur les prérequis des élèves (connaissance de ce qu'est une moitié, reconnaissance visuelle de parts égales, etc.).

Regardons maintenant les différences. La première principale différence entre ces activités, est l'objectif visé par celles-ci. En effet, les manuels français visent principalement à donner du sens aux fractions en confrontant les élèves aux limites des entiers (justifiant l'invention de nouveaux nombre), et en insistant sur la signification du numérateur et du dénominateur. Les manuels anglais visent quant à eux, l'identification de partages égaux en s'appuyant sur des propriétés géométriques. Cette différence entre les objectifs visés, peut en parti s'expliquer par le fait que ces activités ne sont pas dédiées à des élèves du même âge : en effet, les manuels français préconisent une introduction en début d'année de CM1 (Year 5) alors que les manuels anglais le préconisent en fin d'année de Year 2 (CP).

Enfin, la dernière différence concerne les préconisations d'étayage et de guidage de l'enseignant. En effet, les manuels français guident plus les enseignants que les manuels anglais. Cependant, pour les deux pays l'étayage est préconisé sous forme de questions, ramenant à la définition de la fraction partie d'un tout ou mesure et à l'importance d'un partage en parts égales pour éviter la conception erronée « juxtaposition de deux entiers » présentée par Éric Roditi. (cf. [I. A. 2.](#)).

B. Comparaison concrète entre 2 classes

1. Contexte de l'expérimentation

L'expérimentation s'est déroulée fin mai, début juin 2023 (durant le SOPA 3 pour l'expérimentation française). Tous les élèves français et anglais ont été soumis au même test (cf. [Annexe 2](#)), composé des 3 exercices présentés précédemment (cf. [III. B.](#) et [III. C.](#)), avec pour seule différence la langue utilisée. Afin de tenter de réduire des biais potentiels à cette analyse, les

deux écoles sélectionnées pour cette expérimentation accueillent un public issu du même milieu socio-culturel.

En France, j'ai été accueillie à l'école Bénézet de Toulouse dans deux classes de CM1/CM2 (Year 5/6) de Professeur des écoles Maître Formateur⁶. Le double niveau réduisant le nombre d'élèves par niveau, c'est pourquoi j'ai fait le choix d'interroger deux classes afin d'augmenter la quantité de données.

Premièrement, j'ai été accueillie dans la classe de Mme Robert (PEMF et ancienne Conseillère Pédagogique en mathématiques). La classe est constituée de 7 élèves de CM1 dont un élève allophone (seulement 6 élèves de CM1 ont réalisé le test car celui-ci était trop difficile pour un élève souffrant d'un trouble du spectre autistique) et 15 élèves de CM2 dont deux élèves dyslexiques (seulement 14 élèves ont effectué le test car celui-ci était trop difficile pour un élève souffrant de troubles de l'apprentissage). Le test a été effectué par les élèves le 24 mai 2023 et la correction a eu lieu le 30 mai 2023.

Deuxièmement, j'ai été accueillie dans la classe de M. Bordeneuve (PEMF). Le test s'est réalisé dans une classe à effectif réduit : 5 élèves de CM1 et 11 élèves de CM2. Les élèves l'ont réalisé le 1er juin 2023. Malheureusement, par manque de temps je n'ai pas pu participer à la phase de correction dans cette classe.

En Angleterre, je me suis rendue en stage pendant 2 semaines (du 5 au 16 Juin 2023) à la Swindon Academy Beech Avenue School.

J'ai été accueillie dans la classe de Year 4 (CE2) de Mme Horseman (Conseillère Pédagogique en mathématiques). La classe est constituée de 25 élèves (seulement 22 élèves ont réalisé le test car les élèves à besoins éducatifs particuliers étaient en soutien avec une autre enseignante à ce moment-là). Le test a été fait par les élèves le 6 juin 2023.

J'ai également été accueillie dans la classe de Year 5 (CM1) de Mme Bassett-Doore. La classe est constituée de 20 élèves. Le test a été effectué par les élèves le 16 juin 2023.

Enfin, j'ai été accueillie dans la classe de Year 6 (CM2) de M. Lovell. La classe est constituée de 18 élèves qui ont réalisé le test le 12 juin 2023.

Cependant, concernant la phase de correction en Angleterre, j'ai pu assister uniquement à la phase de correction en Year 6 (CM2), le 13 juin 2023.

Finalement, l'expérimentation s'est déroulée dans deux classes de CM1/CM2 (Year 5/Year 6) en France, et dans une classe de Year 4 (CE2), une classe de Year 5 (CM1) ainsi qu'une classe de

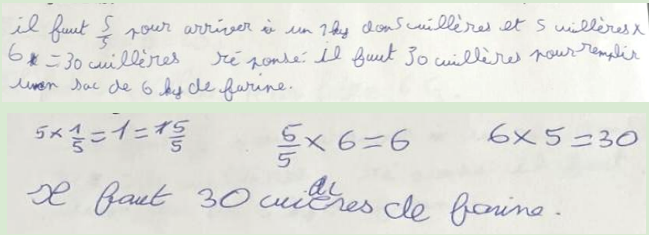
⁶ Dans la suite du mémoire, Professeur des Écoles Maître Formateur sera abrégé en PEMF

Year 6 (CM2) en Angleterre. Ainsi, 36 élèves français et 60 élèves anglais ont réalisé le test. D'autre part, afin que cette étude soit au plus proche de la réalité, les enseignants ainsi que les élèves avaient une totale liberté quant à la réalisation de ce test et de la phase de correction. Ainsi, les élèves pouvaient choisir l'ordre de réalisation des exercices, la technique utilisée, etc. De même, l'enseignant avait une totale liberté concernant les variables didactiques choisies (temps, organisation de la classe, matériel utilisé, manière de procéder, etc.).

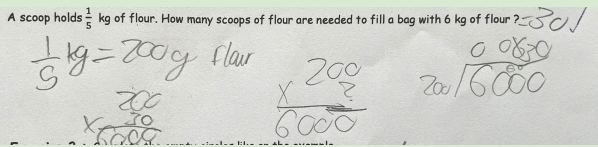
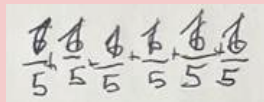
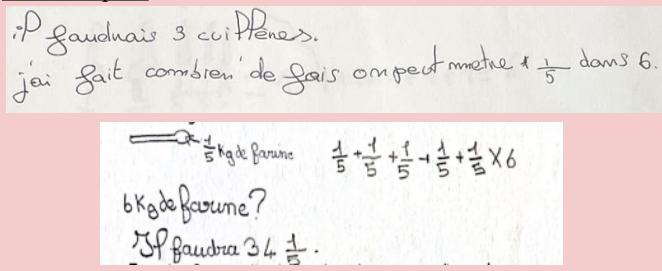
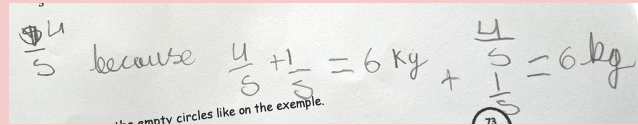
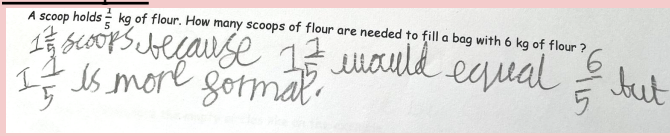
2. Recueil de données et analyse des réponses des élèves

Dans les tableaux suivants sont résumées les techniques utilisées par les élèves pour résoudre chacun des exercices, le nombre d'élèves ayant utilisé chaque technique, ainsi que les taux de réussite. De plus, sont représentées en vert les techniques ayant amené les élèves à réussir l'exercice, en orange les techniques ayant amené les élèves à partiellement réussir l'exercice et en rouge celles ayant amené les élèves à échouer à l'exercice.

Premier exercice : (cf. [Annexe 2](#))

TECHNIQUES UTILISÉES PAR LES ÉLÈVES	FRANCE			ANGLETERRE			
	Nombre de CM1 (Year 5)	Nombre de CM2 (Year 6)	Total	Nombre de Year 4 (CE2)	Nombre de Year 5 (CM1)	Nombre de Year 6 (CM2)	Total
Technique en 2 étapes : 1. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 5 \times \frac{1}{5} = 1\text{kg}$. Il faut donc 5 cuillères pour obtenir 1kg de farine. 2. $5 \times 6 = 30$. Il faut donc 30 cuillères pour remplir un sac de 6kg de farine Par exemple : 	4/11	17/25 <i>dont 1 élève dyslexique</i>	21/36 (58%)⁷	7/22	7/20	11/18	25/60 (42%)
1. Convertis $\frac{1}{5}\text{kg} = 200\text{g}$ 2. Calcule $6000\text{g} \div 200\text{g} = 30$. Il faut donc 30 cuillères pour remplir un sac de 6kg de farine Par exemple :	0/11	2/25	2/36 (6%)	0/22	0/20	5/18	5/60 (8%)

⁷ Dans tout ce paragraphe, les valeurs seront arrondies à l'unité près.

							
Addition de cinquièmes jusqu'à obtenir 6 ($\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \dots$)	0/11	0/25	0/36	0/22	1/20	0/18	1/60 (2%)
Total des élèves ayant réussi l'exercice	4/11 (36%)	19/25 (76%)	23/36 (64%)	7/22 (32%)	8/20 (40%)	16/18 (89%)	31/60 (52%)
Addition de cinquièmes jusqu'à obtenir 6 kg ($\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \dots$) mais avec une erreur car très fastidieux <u>Par exemple :</u>  Ici l'élève a ajouté 6 fois $\frac{1}{5}$	1/11	4/25 <i>dont 1 élève dyslexique</i>	5/36 (14%)	0/22	0/20	0/18	0/60
L'élève a explicité une démarche correcte mais a obtenu un résultat faux. <u>Par exemple :</u> 	4/11 <i>dont 1 élève allophone</i>	1/25	5/36 (14%)	1/22	0/20	0/18	1/60 (2%)
L'élève est parti du principe que nous avons déjà $\frac{1}{5}$ de farine et il a cherché quelle quantité il manquait pour obtenir 1kg. L'élève n'a donc pas transformé le résultat en nombre de cuillères pour obtenir 6kg de farine. <u>Par exemple :</u> 	0/11	0/25	0/36	5/22	1/20	0/18	6/60 (10%)
L'élève a cherché le nombre de cuillères nécessaires pour obtenir 1 kg mais n'a pas multiplié par 6 pour obtenir le nombre de cuillères pour 6kg de farine.	0/11	0/25	0/36	0/22	2/20	0/18	2/60 (3%)
L'élève a répondu $\frac{6}{5}$ car $6 \times \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$. <u>Par exemple :</u> 	0/11	0/25	0/36	4/22	2/20	2/18	8/40 (20%)

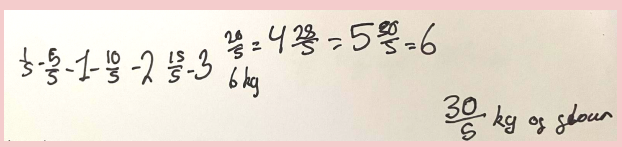
L'élève a répondu "$\frac{30}{5} kg$ cuillères" car $6 = \frac{30}{5}$. Par exemple : 	0/11	0/25	0/36	0/22	7/20	0/18	7/60 (12%)
N'a pas répondu à cet exercice	2/11	1/25	3/36 (8%)	5/22	0/20	0/18	5/60 (8%)
Total des élèves ayant échoué l'exercice	7/11 (64%)	6/25 (24%)	13/36 (36%)	15/22 (68%)	12/20 (60%)	2/18 (11%)	29/60 (48%)

Tableau 6. Résultats des réponses des élèves à l'exercice 1 du test

Pour ce premier exercice issu de TIMSS 2003, les taux de réussite globaux entre la France (64%) et l'Angleterre (52%) sont relativement proches, bien que la France ait un score plus élevé. Ces résultats sembleraient donc contredire les dernières études TIMSS réalisées (cf. Figure 10). Cependant ces résultats sont à relativiser, car cette étude est réalisée avec un plus petit échantillon que TIMSS (ne peut donc pas être considéré comme représentatif) et celle-ci n'interroge pas qu'un seul niveau, mais bien 3 niveaux pour l'Angleterre (Year 4, Year 5, Year 6) et 2 niveaux pour la France (CM1 et CM2). En effet, si pour l'Angleterre, nous ne considérons uniquement les Year 5 (CM1) et Year 6 (CM2) comme pour la France, nous passons à un taux de réussite de 63% ce qui devient très proche du résultat français. De plus, si nous nous concentrons uniquement sur les élèves de CM2 (Year 6), nous pouvons observer une meilleure réussite des élèves anglais (89%) que des élèves de CM2 (Year 6) français (76%). Il en est de même pour les élèves de CM1 (Year 5) (40% en Angleterre contre 36% en France).

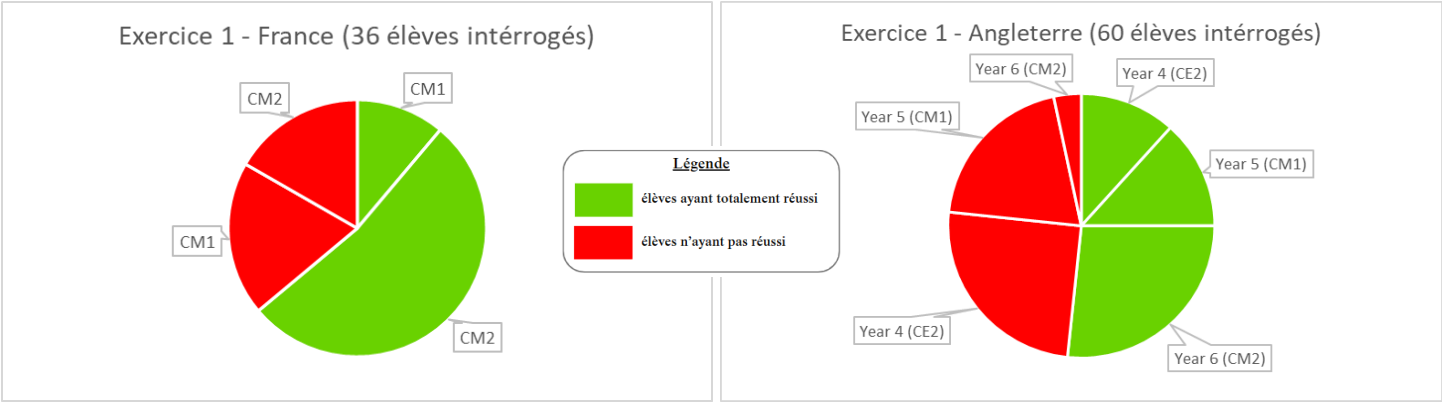


Figure 10. Diagramme des taux de réussite à l'exercice 1 du test

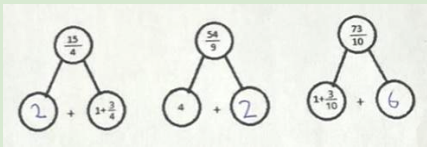
Concernant les techniques utilisées, la majorité des élèves des deux pays ayant réussi, ont utilisé la même technique (trouver le nombre de cuillères pour 1 kg puis multiplier par 6 pour trouver pour

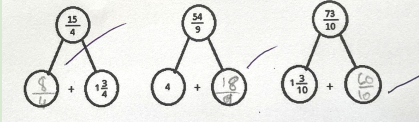
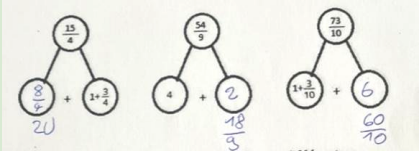
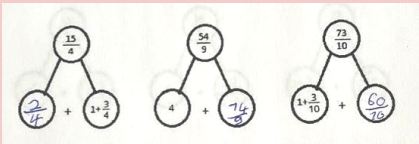
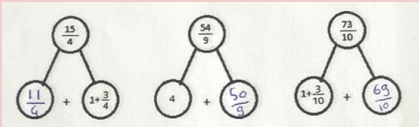
6 kg). De plus, la technique, uniquement accessible pour les CM2 (Year 6), consistant à convertir $\frac{1}{5}$ kg en 200g a été minoritairement utilisée par les élèves de CM2 (Year 6) des deux pays.

Remarquons également qu'en France, contrairement à l'Angleterre où cela représente l'une des principales sources d'erreur, aucun élève n'a échoué à cet exercice pour cause de non compréhension de l'exercice, de ses attendus et de la démarche attendue (20% des élèves anglais ont multiplié les deux valeurs chiffrées données par l'énoncé, 12% ont répondu " $\frac{30}{5}$ kg cuillères" et 10% ont répondu $\frac{4}{5}$). Cela peut s'expliquer par le fait que lors de la distribution des tests, les deux professeurs français ont pris le temps d'expliquer, de reformuler et de faire reformuler les consignes par les élèves pour s'assurer de leur compréhension. La principale source d'échec française est en réalité liée à l'utilisation d'une technique trop fastidieuse. Notons qu'en Angleterre, contrairement en France, aucun élève n'a échoué à cause de la technique consistant à additionner plusieurs fois $\frac{1}{5}$ jusqu'à obtenir 6 kg (un seul élève anglais l'a utilisé et a réussi).

Enfin, il est également intéressant de remarquer que 30/36 élèves français (8/11 élèves de CM1 et 22/25 de CM2) et 34/60 élèves anglais (12/22 élèves de Year 4, 14/20 élèves de Year 5, 8/18 élèves de Year 6) ont donné du sens à leur raisonnement en précisant les unités et en faisant des phrases réponses. Cette observation fait écho avec celle faite précédemment : il semblerait que les élèves français mettent plus de sens à leurs apprentissages que les élèves anglais. De plus, 5 élèves français (3 CM1 et 2 CM2) ont eu recours au dessin pour résoudre ce problème : cette observation consolide une nouvelle fois notre observation.

Deuxième exercice : (cf. [Annexe 2](#))

TECHNIQUES UTILISÉES PAR LES ÉLÈVES	FRANCE			ANGLETERRE			
	Nombre de CM1 (Year 5)	Nombre de CM2 (Year 6)	Total	Nombre de Year 4 (CE2)	Nombre de Year 5 (CM1)	Nombre de Year 6 (CM2)	Total
A donné sa réponse avec des entiers (2, 2, 6) <u>Par exemple :</u> 	2/11	4/25	6/36 (17%)	3/22	5/20	10/18	18/60 (30%)
A donné sa réponse avec des fractions ($\frac{8}{4}$, $\frac{18}{9}$, $\frac{60}{10}$) <u>Par exemple :</u>	0/11	0/25	0/36	0/22	1/20	1/18	2/60 (3%)

							
A donné sa réponse avec des entiers et des fractions $(\frac{8}{4} = 2 ; \frac{18}{9} = 2 ; \frac{60}{10} = 6)$ <u>Par exemple :</u> 	1/11	5/25 <i>dont 1 élève dyslexique qui en a réalisé qu'un seul</i>	6/36 (17%)	0/22	2/20	0/18	2/60 (3%)
Total des élèves ayant totalement réussi l'exercice	3/11 (27%)	9/25 (36%)	12/36 (33%)	3/22 (14%)	8/20 (40%)	11/18 (61%)	22/60 (37%)
En a réussi 1/3 en donnant les réponses sous forme d'entiers	0/11	1/25	1/36 (3%)	5/22	0/20	0/18	5/60 (8%)
En a réussi 1/3 en donnant les réponses sous forme de fractions	1/11	1/25	2/36 (6%)	1/22	0/20	0/18	1/60 (2%)
En a réussi 2/3 en donnant les réponses sous forme d'entiers	1/11	2/25	3/36 (8%)	3/22	2/20	6/18	11/60 (18%)
En a réussi 2/3 en donnant les réponses sous forme de fractions	1/11	2/25	3/36 (8%)	1/22	1/20	1/18	3/60 (5%)
Total des élèves ayant partiellement réussi l'exercice	3/11 (27%)	6/25 (24%)	9/36 (25%)	10/22 (45%)	3/20 (5%)	7/18 (39%)	20/60 (33%)
L'élève n'a pas pris en compte le dénominateur. <u>Par exemple :</u> a répondu 8 au lieu de $\frac{8}{4}$	0/11	2/25	2/36 (6%)	0/22	1/20	0/18	1/60 (2%)
L'élève a considéré pour toutes les fractions (même quand le dénominateur n'était pas 10) que $a = \frac{a \times 10}{10}$ (avec a un entier). <i>Erreur probablement liée à une confusion avec l'apprentissage des décimaux.</i> <u>Par exemple :</u> $\frac{15}{4} = \frac{2}{4} + 1 + \frac{3}{4}$ car $2 + 10 + 3 = 15$ 	0/11	1/25	1/36 (3%)	0/22	0/20	0/18	0/60
L'élève n'a pas pris en compte les dénominateurs et a considéré qu'un entier a était égal $\frac{a}{b}$ quelque soit b <u>Par exemple :</u> $\frac{15}{4} = \frac{11}{4} + 1 + \frac{3}{4}$ car $11 + 1 + 3 = 15$ 	0/11	4/25 <i>dont 1 élève dyslexique</i>	4/36 (11%)	3/22	1/20	0/18	4/60 (7%)

L'élève a donné une réponse décalée démontrant une non compréhension de la décomposition additive des fractions	4/11	1/25	5/36 (14%)	5/22	7/20	0/18	12/60 (20%)
N'a pas répondu à cet exercice	1/11 <i>élève allophone</i>	2/25	3/36 (8%)	1/22	0/20	0/18	1/60 (2%)
Total des élèves ayant échoué l'exercice	5/11 (45%)	10/25 (40%)	15/36 (42%)	9/22 (41%)	9/20 (15%)	0/18	18/60 (30%)

Tableau 7. Résultats des réponses des élèves à l'exercice 2 du test

Pour ce second exercice issu d'un manuel anglais, notons tout d'abord que le taux de réussite des élèves CM2 français (Year 6) est proche de celui de Year 5 anglais (CM1). Cette observation est sûrement liée au décalage entre les programmes français et anglais. Notons cependant un très bon taux de réussite pour les élèves anglais de Year 6 (CM2) démontrant une bonne compréhension de la décomposition additive des fractions (100% des élèves ont réussi au moins 2/3 des questions).

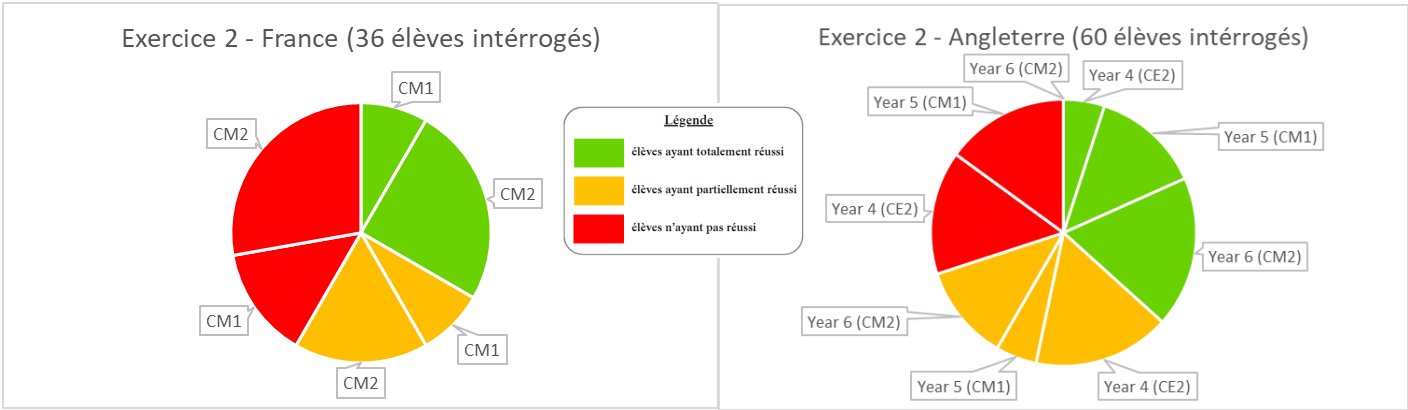


Figure 11. Diagramme des taux de réussite à l'exercice 2 du test

De plus, pour cet exercice issu d'un manuel anglais, nous pouvons remarquer que 70% des élèves anglais ont réussi ou partiellement réussi cet exercice, contre seulement 55% en France. Nous montons même à 76% d'élèves ayant réussi au moins 2 questions sur 3 si nous ne considérons pas les résultats des Year 4 (CE2). Cette différence peut s'expliquer soit par le fait que les mixed-numbers favorisent la réussite des élèves (en faisant éviter les confusions possibles liées aux fractions supérieures à 1), soit par le fait que les élèves anglais sont plus habitués à cette forme d'exercice (différence culturelle). L'exercice suivant devrait donc nous permettre de voir s'il s'agit réellement d'une meilleure acquisition des élèves anglais, de la notion de décomposition additive ou si cela est plutôt liée à la forme de l'exercice et donc une raison plus culturelle.

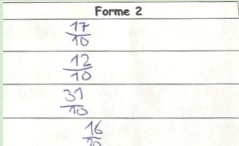
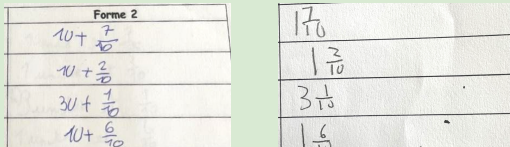
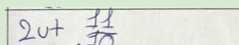
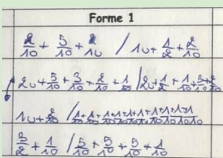
Au sujet des techniques utilisées, l'étude montre que la majorité des élèves anglais ayant réussi ou partiellement réussi l'exercice ont donné leur réponse sous forme d'entiers. Cette observation

démontre que la majorité des élèves ont préféré décomposer la fraction principale sous forme d'« un entier + fraction inférieure à l'unité ». Ainsi, ils n'avaient plus qu'à additionner et soustraire des entiers et non pas des fractions, ce qui limite les erreurs puisque l'addition et la soustraction d'entiers leur est plus simple et mieux maîtrisée. En effet, le fait que les réponses attendues n'étaient pas de la forme « un entier + fraction inférieure à l'unité » a pu déstabiliser un grand nombre d'élèves qui ont eu l'habitude de le faire de la sorte. Côté français, les élèves ayant réussi ou partiellement réussi ont donné leurs réponses sous forme d'entier ou sous forme d'entier et de fractions. Cependant, notons que tous les élèves des deux pays ayant échoué, sont des élèves ayant essayé de raisonner avec des fractions (en transformant les décompositions additives en fractions). Finalement, il semblerait que, pour les deux pays, la technique favorisant la réussite de cet exercice, était de la fraction principale en la forme “un entier + une fraction” ou mixed-numbers. Ainsi, les élèves réussissant cet exercice (33% des élèves français et 37% des élèves anglais) seraient ceux qui auraient déployé une technique adaptée au type de tâche « décomposer sous forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 ».

D'un point de vue des erreurs, en France tout comme en Angleterre, une grande partie des élèves ayant échoué à cet exercice, ont échoué à cause d'une non maîtrise de technique complexe de décomposition additive des fractions (14% en France et 20% en Angleterre). Cependant, notons tout de même que 17% des élèves français et 9% des élèves anglais ne donnent pas de sens au numérateur et au dénominateur, et commettent des erreurs telles qu'inverser le numérateur et le dénominateur. Il semblerait donc que la conception de la fraction partie d'un tout soit davantage maîtrisée par les élèves anglais. Cette observation est surprenante, puisque nous avons pu voir précédemment qu'en France, un point d'attention particulier est donné au fait de donner du sens au numérateur et au dénominateur dès l'introduction de la notion.

Enfin, le fort taux d'échec à cet exercice peut également être lié à l'exercice lui-même et l'exemple qui était donné. En effet, dans l'exemple est présentée la décomposition « un entier + fraction inférieure à l'unité » alors que dans les schémas suivants ce n'est jamais la réponse attendue.

Troisième exercice : (cf. [Annexe 2](#))

TECHNIQUES UTILISÉES PAR LES ÉLÈVES	FRANCE			ANGLETERRE			
	Nombre de CM1 (Year 5)	Nombre de CM2 (Year 6)	Total	Nombre de Year 4 (CE2)	Nombre de Year 5 (CM1)	Nombre de Year 6 (CM2)	Total
Présence de la forme : $\frac{a}{b}$ avec a, b des entiers, a représentant le nombre total de part et b le partage de l'unité. <u>Par exemple pour a. :</u> $\frac{17}{10}$ 	6/11 <i>dont 1 élève allophone</i>	17/25 <i>dont 2 élèves dyslexiques</i>	23/36 (64%)	5/22	5/20	9/18 <i>dont 1 élève qui a simplifié lorsque c'était possible</i>	19/60 (32%)
Présence de la forme : Somme du nombre maximum de gâteaux entiers que l'on peut constituer, avec les morceaux de gâteaux restants écrits sous forme d'une fraction sur 10 inférieure à 1 ou écriture sous forme de mixed-numbers. <u>Par exemple pour a. :</u> $1 + \frac{7}{10}$ ou $1\frac{7}{10}$ 	2/11	12/25	14/36 (39%)	6/22	5/20	9/18	20/60 (33%)
Présence de la forme : Écriture littérale	1/11	0/25	1/36 (3%)	1/22	0/20	0/18	1/60 (2%)
Présence de la forme : Somme du nombre de gâteaux entiers déjà constitués, avec tous les autres morceaux de gâteaux écrits sous forme de fractions sur 10 (même si celle-ci est supérieure à 1) <u>Par exemple pour c. :</u> $2 + \frac{11}{10}$ 	0/11	1/25 <i>dont 1 élève dyslexique</i>	1/36 (3%)	0/22	0/20	0/18	0/60
Présence de la forme : Somme de chaque partage indépendamment en utilisant les entiers pour les gâteaux complets <u>Par exemple pour a. :</u> $\frac{2}{10} + \frac{5}{10} + 1$ ou $\frac{2}{10} + \frac{1}{2} + 1$ 	3/11 <i>élève allophone</i>	6/25	9/36 (25%)	1/22	0/20	0/18	1/60 (2%)
Total des élèves ayant réussi l'exercice	6/11 (55%)	18/25 (72%)	24/36 (67%)	7/22 (32%)	5/20 (8%)	9/18 (50%)	21/60 (35%)
N'a trouvé qu'une seule forme juste : la forme $\frac{a}{b}$ avec a, b des entiers	1/11	0/25	1/36 (3%)	0/22	0/20	0/18	0/60

N'a trouvé qu'une seule forme juste : Somme du nombre maximum de gâteaux entiers que l'on peut constituer, avec les morceaux de gâteaux restants écrite sous forme d'une fraction sur 10 inférieure à 1 ou mixed-numbers	3/11	2/25	5/36 (14%)	0/22	0/20	2/18	2/60 (3%)										
Total des élèves ayant partiellement réussi l'exercice	4/11 (27%)	2/25 (14%)	6/36 (17%)	0/22	0/20	2/18 (11%)	2/60 (3%)										
Présence de la forme incorrecte : Écriture d'une somme d'un entier avec une fraction incorrecte ou écriture fausse de mixed numbers	0/11	3/25 <i>dont 1 élève dyslexique</i>	3/36 (8%)	3/22	0/20	1/18	4/60 (7%)										
Présence de la forme incorrecte : Écriture de la fraction correcte mais en ligne et en inversant les chiffres du dénominateur <u>Par exemple</u> : $\frac{17}{10} = 17/01$ <table><tr><th>Forme 1</th><th>Forme 2</th></tr><tr><td>$\frac{47}{10}$</td><td>17/01</td></tr><tr><td>$\frac{31}{30}$</td><td>37/01</td></tr><tr><td>$\frac{72}{70}$</td><td>72/01</td></tr><tr><td>$\frac{76}{70}$</td><td>76/01</td></tr></table>	Forme 1	Forme 2	$\frac{47}{10}$	17/01	$\frac{31}{30}$	37/01	$\frac{72}{70}$	72/01	$\frac{76}{70}$	76/01	0/11	1/25	1/36 (3%)	0/22	0/20	0/18	0/60
Forme 1	Forme 2																
$\frac{47}{10}$	17/01																
$\frac{31}{30}$	37/01																
$\frac{72}{70}$	72/01																
$\frac{76}{70}$	76/01																
Présence de la forme incorrecte : L'élève a inversé le numérateur et le dénominateur : il a répondu avec au numérateur le nombre de gâteaux entiers, et au dénominateur le nombre total de part	1/11	3/25	4/36 (11%)	0/22	4/20	1/18	5/60 (8%)										
Présence de la forme incorrecte : L'élève considère un dénominateur différent en fonction de la taille des parts <u>Par exemple</u> : b = 5 pour les demi gâteaux	0/11	2/25	2/36 (6%)	0/22	0/20	0/18	0/60										
Présence de la forme incorrecte : L'élève a donné une réponse sous forme d'un nombre entier de parts	0/11	0/25	0/36	7/22	0/20	3/18	10/60 (17%)										
Présence de la forme incorrecte : Somme de chaque partage indépendamment en utilisant les entiers pour les gâteaux complets	0/11	0/25	0/36	0/22	2/20	0/18	2/60 (3%)										
Présence de la forme incorrecte : L'élève a donné une réponse sous forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ avec $a = b =$ le nombre total de parts	0/11	0/25	0/36	0/22	2/20	0/18	2/60 (3%)										
L'élève n'a pas répondu à l'exercice	1/11	1/25	2/36 (6%)	5/22	7/20	3/18	8/60 (13%)										
Total des élèves ayant échoué l'exercice	1/11 (9%)	5/25 (20%)	6/36 (17%)	15/22 (68%)	15/20 (75%)	7/18 (39%)	37/60 (62%)										

Tableau 8. Résultats des réponses des élèves à l'exercice 3 du test

Pour ce troisième exercice issu d'un manuel français, notons tout d'abord un très bon taux de réussite global côté français (67% contre 35% côté anglais, et 37% sans compter les Year 4). Ainsi, nous pouvons constater un fort taux d'échec côté anglais à cet exercice. Il est également

intéressant de noter que les élèves anglais ayant partiellement réussi l'exercice sont uniquement des élèves de Year 6 (CM2). De plus, 84% des élèves français ont trouvé au moins une forme juste, contre seulement 38% des élèves anglais. Cette observation, ajoutée au fait que 13% des élèves anglais n'ont pas répondu à cet exercice, fait écho avec les résultats du second exercice, et semble confirmer que la réussite sur ces deux exercices semble liée à une part culturelle qu'à la réelle compréhension de la technique de décomposition additive. Ainsi, il semblerait que plus les élèves sont habitués à une forme d'exercice, plus ils la réussissent.

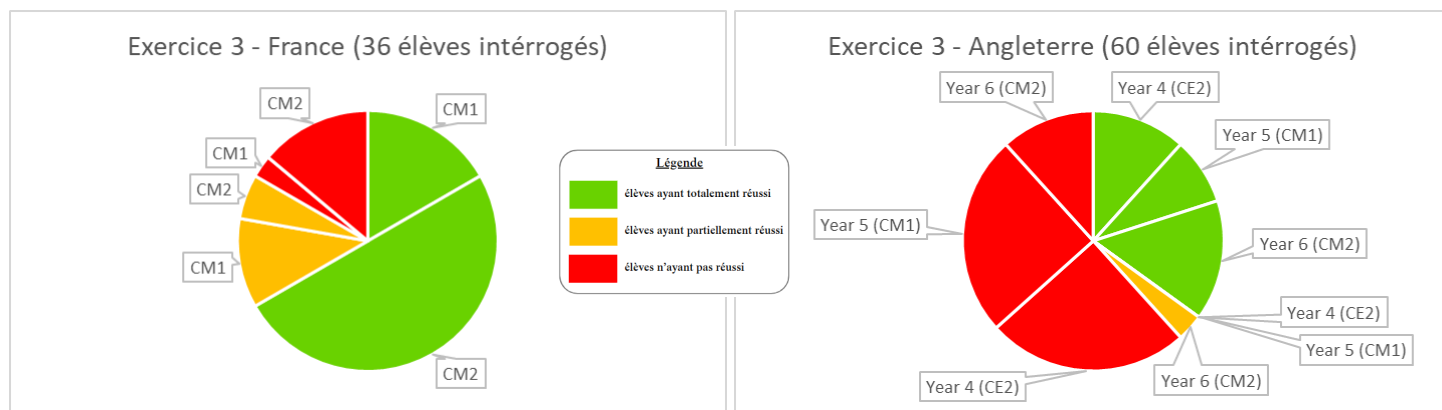


Figure 12. Diagramme des taux de réussite à l'exercice 3 du test

De même, remarquons que les élèves français ont un meilleur taux de réussite avec l'utilisation de la forme $\frac{a}{b}$, alors que les élèves anglais ont un taux de réussite similaire pour les deux écritures. Côté français, la deuxième forme utilisée était assez partagée : 39% ont utilisé la décomposition additive et 25% ont écrit une somme de chaque morceau indépendamment. De plus, il est intéressant de remarquer que pour les élèves français, la première forme à être donnée par les élèves de manière générale est la forme $\frac{a}{b}$, alors qu'il s'agit de celle sous forme de mixed-numbers en Angleterre. Cette observation se confirme avec le fait que les élèves anglais ayant trouvé une seule forme, ont trouvé l'écriture sous la forme de mixed-numbers. Ainsi, il semblerait que les élèves anglais soient plus à l'aise avec le passage d'une écriture à l'autre, et utilisent donc plus facilement les mixed-numbers.

D'autre part, les enseignants français ont immédiatement relevé la difficulté quant à l'ambiguïté de cet exercice et ont précisé à leurs élèves, que pour cet exercice nous considérons le gâteau (soit 10 petites parts) comme l'unité. Les enseignants anglais ne l'ont, quant à eux, pas précisé, ce qui explique que 17% des élèves anglais ont donné leur réponse sous la forme d'un entier (nombre de parts) et non sous la forme de fraction. Nous remarquons ici l'importance de rendre les énoncés explicites et en levant toutes formes de difficultés en amont, afin que l'apprentissage puisse se

réaliser. A noter, que dans le manuel d'origine cet exercice est facilité par l'exercice qui le précède qui utilise ce même matériel. De plus, aucune des classes étudiées lors de cette expérimentation n'utilise le manuel dont est issu cet exercice : aucun élève n'était donc familier avec cette représentation des fractions.

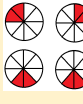
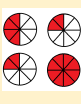
Enfin, notons que tout comme pour l'exercice 2, 20% des élèves français et 8% des élèves anglais, ont donné des réponses montrant qu'ils ne donnent pas de sens au numérateur et au dénominateur.

3. Recueil de données et analyse de la phase de correction

Critères	France - Classe de Mme Robert	Angleterre - Classe de M. Lovell
Est-ce une correction collective ou individuelle ?	Correction collective (CM1 et CM2 réunis)	Correction collective et entraînement individuel
S'agit-il d'une phase de correction ou plutôt de mise en commun ?	Mise en commun	Correction et entraînement
Combien de temps dure la phase de correction ?	30 minutes (+ 5 minutes pour une question bonus)	45 minutes
Quelles sont les modalités d'évaluation ? Notes ? Barème ?	<u>Avant la séance :</u> L'enseignante regarde les copies des élèves mais ne note rien dessus. <u>Pendant la séance :</u> Il s'agit d'une autocorrection des élèves : chaque exercice est corrigé à l'oral en classe entière, les techniques sont écrites au tableau, puis chaque élève reprend sa copie et se corrige avant de passer à l'exercice suivant. <u>A la fin de la phase de correction :</u> Les copies sont rangées dans les classeurs.	<u>Avant la séance :</u> L'enseignant corrige les copies au stylo violet en mettant un check quand la réponse est juste et une croix lorsque la réponse est fausse. Pour deux élèves, n'ayant pas répondu à l'exercice 3, il leur a noté les réponses. <u>Pendant la séance :</u> Lors des phases d'entraînement/application, l'enseignant corrige quelques cahiers avec un trait au fluo vert lorsque c'est juste et un trait au fluo rose lorsque c'est faux. Puis les élèves notent la correction ou s'auto-corrigent au stylo violet.
L'enseignant(e) a-t-il recours à du matériel ? Si oui, lequel et comment est-il exploité ? L'enseignant(e) procède-t-il aux 3 étapes recommandées lors de l'enseignement (manipulation, verbalisation, l'abstraction) ?	Aucun matériel spécifique n'a été utilisé (tableau numérique)	Aucun matériel spécifique n'a été utilisé (tableau numérique, paperboard, minuteur)
Quelle(s) technique(s) ont émergé(s) au cours de cette correction ?	<u>Exercice 1 :</u> - <i>Première technique (initiée par un élève de CM1) :</i> S'il faut 5 cuillères pour 1 kg, il en faut 6 fois plus pour 6kg - <i>Deuxième technique (initiée par un élève de CM2) :</i>	Pour chaque exercice, l'enseignant a dérivé les énoncés avec d'autres valeurs et a procédé en 3 temps : 1) "Je fais" : il explicite comment procéder 2) "Nous faisons" : ils font d'autres exemples sur leur ardoise, et l'enseignant ré-explicite la technique 3) "Vous faites", Entraînement/Application (facultatif) : les élèves font individuellement sur leur cahier des petits exercices similaires à ceux fait précédemment, et l'enseignant corrige au tableau

	$1\text{cu} = \frac{1}{5}\text{kg} = 200\text{g}$ de farine, donc $200 \times 5 = 1000\text{g}$ et $1000 \times 6 = 6000\text{g} = 6\text{kg}$ <u>Exercice 2 :</u> - Le premier (technique initiée par un élève de CM1) : $1 = \frac{4}{4}$ donc $1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$, il me faut $\frac{15}{4}$ il me manque donc $\frac{8}{4}$ - Le deuxième (technique initiée par un élève de CM1) : $\frac{9}{9} = 1$ et 54 multiple de 9 : $6 \times 9 = 54$. J'ai déjà 4 il manque 2 - Le troisième (technique 1 initiée par un élève de CM2) : $\frac{73}{10} - \frac{3}{10} = \frac{70}{10}$ puis $\frac{70}{10} - \frac{10}{10} = \frac{60}{10}$ - (technique 2 initiée par un élève de CM2) : $1 + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$ puis $73 - 13 = 60$ <u>Exercice 3 :</u> - Forme 1 : technique initiée par un élève de CM1 : La première forme consiste à tout écrire sous forme de fraction : regarder en combien de parts est partagée l'unité pour trouver le dénominateur, ici 10, et compter le nombre de part pour trouver le numérateur - Forme 2 : technique initiée par un élève de CM2 : Décomposition entier + fraction inférieure à 1	<u>Exercice 1 :</u> (l'enseignant ayant exploité plusieurs énoncés pour la même technique, je présente ici la technique pour x kilo et une cuillère d'une contenance $\frac{a}{b}$) “Je représente x kilo. Chaque cuillère représente $\frac{a}{b}$. Je dois donc partager chaque unité en b parts. Il me faut donc b parts pour faire 1 unité. Compter ou faire $b \times x =$ le nombre de cuillères dont j'ai besoin.” <u>Exercice 2 :</u> - Technique 1 : Écrire toutes les fractions sous forme de mixed-numbers : “Je veux $\frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$. Sachant que j'ai déjà $1\frac{6}{7}$, combien d'unités me manque-t-il ? 3” - Technique 2 : Écrire toutes les fractions sous forme de fractions : “$3\frac{4}{9} = \frac{31}{9}$, je veux $\frac{67}{9}$, il me manque $\frac{36}{9}$” <u>Exercice 3 :</u> A travers ces exemples l'enseignant à insister sur quel est le numérateur (= nombres de parts coloriées) et quel est le dénominateur (= en combien avons-nous partagé l'unité). Il n'a cependant pas évoqué spécifiquement l'écriture sous forme de mixed-numbers. Il a simplement précisé, une fois que la fraction avait été trouvée, l'équivalence en mixed-numbers.
Quel étayage fait l'enseignant(e) pour pallier les difficultés des élèves ?	<u>Étayage de l'enseignant :</u> - Interroge et distribue la parole (s'appuie sur les élèves dont elle sait qu'ils ont réussi pour faire émerger les techniques et interroger les élèves plus en difficulté une fois après avoir fait émerger les techniques) - Valide - Écrit au tableau et souligne les informations importantes (par exemple : “<u>5 cuillères</u> de farine pour faire <u>1kg</u> de farine”) - Reformule, synthétise, répète - Rappelle qu'on a le droit de se tromper - Questionne, fait émerger les différentes techniques - Encourage, valorise - Régule le calme et le respect des règles <u>Étayage :</u> <u>Exercice 1 :</u> - “Quelqu'un peut-il raconter l'histoire du problème avec ses mots, peut-il reformuler ?” - “Donc la réponse est en quelle unité ?” - “Comment as-tu fait pour trouver le résultat à ce problème que tu as bien réussi ?” - “Pourquoi ?” “Poursuis ton raisonnement, partage nous le” <u>Exercice 2 :</u> - “Qu'est-ce qui était dur sur cet exercice ? Quelle est la différence entre le premier et le deuxième ?”	<u>Étayage de l'enseignant :</u> - Interroge et distribue la parole - Explicite la technique - Valide, corrige - Écrit au tableau ou au paperboard, schématise - Questionne, rappelle le nombre d'unités, en combien on la partage, et le nombre de parts que l'on prend - Rappelle, et montre le fonctionnement des modèles en barre - Encourage, valorise - Annonce le temps pour qu'un élève lance le minuteur <u>Étayage :</u> <u>Exercice 1 :</u> Pour cet exercice l'enseignant accompagnait tous ses raisonnements de schémas. 1) “Je fais” : <i>Une cuillère de farine contient $\frac{1}{3}$ kg de farine. Combien de cuillères de farine faudra-t-il pour remplir un sac de 3 kg de farine ?</i> - “Je représente une unité, un kilo. Chaque cuillère représente une fraction, laquelle ? et donc combien de parts” - “Combien de tiers me faut-il pour avoir 1 kg ? 3 cuillères pour 1kg” - “Maintenant je dessine 3kg, que je partage chacun en 3. $3 \times 3 = 9$. Il me faut 9 cuillères pour avoir 3kg” 2) “Nous faisons” : <i>a. Une cuillère de farine contient $\frac{1}{4}$ kg de farine. Combien de cuillères de farine faudra-t-il pour remplir un sac de 4 kg de farine?</i> - “A vous de le faire sur votre ardoise, utilisez un modèle en barre”

	- “Est ce qu’on a le droit d’écrire $\frac{14}{7}$? 2 ? Mais si on sait que $\frac{14}{7} = 2$ c’est mieux” - “Quelqu’un a-t-il fait autrement ?” Exercice 3 : - “Qu’est ce qu’il fallait faire ?” - “2 formes différentes c’est-à-dire ? Par exemple ? Quelles sont les 2 formes possibles ?” (entier + fraction inférieure à 1 ou écrire tout sous forme d’une seule fraction) - “Lors d’une décomposition en un entier plus une fraction en général, l’entier représente le maximum de part entière que l’on peut faire et le reste est écrit sous forme de fraction” - “Oui (répond à la remarque d’un élève de CM1), la première chose à faire est de savoir en combien on partage l’unité” - “Est ce que $\frac{7}{10}$ est bien inférieur à 1 ? Comment on le sait ?” - Rajoute une question bonus principalement pour les CM2 mais les CM1 essaient aussi : “Écrire a, b, c, d mais cette fois-ci on considère que l’unité est ça (entoure un demi gâteau) ?”	- “Combien de kilos je veux ?” - “Et donc combien d’unités dois-je représenter ?” - “Combien de quarts me faut-il pour avoir 1 kg ?” “4 cuillères pour 1kg” - “$4 \times 4 = 16$. Il me faut 16 cuillères pour avoir 4kg” <i>b. Une cuillère de farine contient $\frac{2}{5}$ kg de farine. Combien de cuillères de farine faudra-t-il pour remplir un sac de 3 kg de farine?</i> - “Utilisez un modèle en barre” - “Combien d’unités ?” “Non pas 5” “3 oui, et en combien je le partage ?” “oui en 5” - “Quelle fraction je prends ?” “Donc 2 parts = 1 cuillère, avec cette aide réessayez” - “Donc ça (en entourant 2 parts) représente une cuillère, ça aussi (entoure 6 fois 2 parts), il me faut donc 6 cuillères c’est bon ?” “Non, pourquoi ?” “Oui il en reste, chaque part restante représente une demi cuillère. Il y reste donc $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$. On aurait pu le voir car 2 demis font 1 part entière. $1\frac{1}{2} + 6 = 7\frac{1}{2}$” “ 3) Entraînement/Application : <i>a. Un pichet contient $\frac{1}{8}$ de litre. Combien de pichets faut-il pour remplir un seau de 4 litres ?</i> - “Celui-là est similaire au précédent” - “$4 \times 8 = 32$” <i>b. Un homme court en faisant des foulées de $\frac{1}{3}$ km. Combien de foulées lui faut-il pour courir 6 km ?</i> - “De même, $3 \times 6 = 18$” <i>c. Un agriculteur charge $\frac{3}{5}$ kg de céréales par heure. Combien d’heures lui faudra-t-il pour remplir un sac de 12 kg ?</i> - “J’ai représenté ici les 12 kilos.” - “1,2,3 (en dessinant 3 points dans la première barre) je me mets un trait, 1,2,3 (en dessinant 2 points dans la première barre et un point dans la seconde), je mets un trait (et ainsi de suite jusqu’à remplir les 12kg)” - “Il faut donc 8 heures” - “Vous voyez, ici nous pouvons voir tout l’avantage des modèles en barre, on peut voir, et raisonner” Exercice 2 : 1) “Je fais” : <i>Sur le même principe que l’exercice 2 (même présentation) :</i> $\frac{34}{7} = 1\frac{6}{7} + ?$ - “De quoi s’agit-il ?” “Un part-part-tout” - “Ici les fractions nous sont données de deux façons différentes : sous forme de fraction impropre et sous forme de mixed-numbers” - “Je veux $\frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$. Sachant que j’ai déjà $1\frac{6}{7}$, combien d’unités me manque-t-il ? 3” <i>Sur le même principe que l’exercice 2 (même présentation) :</i> $\frac{67}{9} = 3\frac{4}{9} + ?$ - “J’aurai pu aussi faire l’inverse : $3\frac{4}{9} = \frac{31}{9}$, je veux $\frac{67}{9}$, il me manque $\frac{36}{9}$” - “Les deux sont possibles vous choisissez de passer dans l’écriture que vous voulez” 2) “Nous faisons” :
--	---	--

		Sur le même principe que l'exercice 2 (même présentation) : $\frac{17}{8} = 1\frac{7}{8} + ?$ - "Oui très bien et $\frac{2}{8}$ c'est égal à combien ?" Sur le même principe que l'exercice 2 (même présentation) : $\frac{19}{4} = \frac{3}{4} + ?$ - "Ici, on a que des fractions propres donc pas besoin de convertir" Sur le même principe que l'exercice 2 (même présentation) : $\frac{43}{3} = 7\frac{2}{3} + ?$ - "Oui, qui a fait différemment ?" Exercice 3 : 1) "Je fais" : - "Combien de parts ?" - "Quel est le dénominateur ?" 1.   2) "Nous faisons" : 1.   2.   3.   4.   5.   6.   - "Combien de parts sont coloriées ?" "Quelle est la taille de chaque part ?" - "$\frac{12}{16}$ ou $\frac{12}{8}$? Débattez avec votre voisin" "Alors à main levée qui pense $\frac{12}{16}$? $\frac{12}{8}$?" "En combien avons-nous partagé ici ? (en montrant les deux exemples précédents) Donc ?" "Oui $\frac{12}{8}$." - "On a partagé en combien ici ?" "D'accord, vous pouvez faire l'exemple" (avant chaque exemple sauf le dernier) - "Ici, on aurait pu aussi coller les deux moitiés pour faire un entier"
Comment se manifeste la relation enseignant/élève (contact corporel, contact visuel, moment de soutien, ...)	Contact visuel permanent et l'enseignante est au tableau. Pas de contact corporel. L'enseignante valorise et encourage ("Je sais que tu as raison" "C'est bien bravo"), pose le cadre et régule les comportements ("Tu n'écoutes pas alors tu as une barre", "On pose les stylos et on écoute pendant la correction"). Ainsi, l'enseignante développe avec ses élèves un lien à la fois bienveillant et autoritaire.	Contact visuel permanent et l'enseignant circule dans la classe (au tableau pour écrire sur le paperboard, au fond de la classe lorsqu'il utilise le tableau numérique, circule lorsque les élèves sont en activité). Main sur l'épaule d'un élève en difficulté pour le rassurer. Très peu de régulation des comportements car les élèves étaient calmes et silencieux. Lors des aides individuelles, l'enseignant se place physiquement au niveau de l'élève, l'encourage, l'aide, ré-explique. L'enseignant valide ou invalide les réponses, oriente en montrant les points d'attention. Il valorise et encourage ("Bon travail bravo" "Tu vois tu l'as fait !"). Ainsi, l'enseignant développe avec ses élèves un lien bienveillant et positif puisqu'il n'a pas eu à faire de la régulation de comportements.
Que font les élèves ? Sont-ils actifs ou passifs ?	Les élèves sont assis à leurs places et sont plutôt actifs, ils : - Lisent les consignes et les reformule - Lèvent le doigt pour prendre la parole - Partagent leurs techniques à la classe - Écoutent les techniques des autres - S'auto-corrigent au stylo vert	Les élèves sont assis à leurs places et alternent les phases actives durant lesquelles ils : - Répondent aux questions du professeur - Font les exercices demandés - Débattent avec leur voisin et les phases passives durant lesquelles ils : - Écoutent la correction et la technique proposée par l'enseignant - S'auto-corrigent au stylo violet

Les élèves travaillent-ils individuellement ou doivent-ils collaborer ? Quel est le contenu de leurs interactions ?	Les élèves travaillent en groupe classe afin de partager leurs techniques mais se corrigent individuellement, et n'ont pas d'interactions directes avec leurs pairs.	Les élèves travaillent individuellement, et interagissent occasionnellement avec leurs partenaires afin de débattre d'une réponse.
--	--	--

Tableau 9. Résultats des pratiques enseignantes lors de la phases de correction

Cette comparaison met en avant deux façons complètement distinctes de revenir sur le test. D'une part, l'enseignante française a réalisé une mise en commun afin de faire émerger les différentes techniques pour réussir (les élèves devaient s'auto-corriger au fur et à mesure) ce qui est en accord avec les recommandations de l'Agence Exécutive Européenne pour l'Education et la Culture (cf. [I.C.1.](#)). D'autre part, l'enseignant anglais a corrigé les copies des élèves en amont afin de relever les difficultés, puis a dérivé les énoncés afin de leur enseigner la technique pour réussir. Ainsi, à la fin de la séance, les élèves français avaient connaissance de plusieurs techniques pour réussir afin de pouvoir choisir celle qui leur convenait le mieux, alors que les élèves anglais avaient connaissance d'une seule technique sur laquelle ils se sont entraînés jusqu'à l'acquérir.

Concernant le rôle du professeur, l'étayage des deux enseignants était similaire, et ils ont tous deux appuyé leurs discours sur la définition même de la fraction partie d'un tout pour le professeur anglais et fraction mesure pour la professeure française, en revenant sans arrêt aux trois questions phares : « Quelle est l'unité ? En combien de parts la partageons-nous ? Combien de parts prenons-nous ? ». En effet, les deux enseignants questionnaient énormément leurs élèves (sauf lors de la phase "Je fais" en Angleterre). Ainsi, les enseignants respectent ici les recommandations faites par Chevallard et Bosch, sur l'importance de définir les grandeurs avec lesquelles on travaille (cf. [I.C.2.](#)).

Aucun enseignant n'a utilisé la manipulation. Cette observation peut s'expliquer par le fait que, comme le préconise l'American Federation of Teachers et Cédric Villani, il faut d'abord manipuler puis verbaliser et enfin abstraire. Ainsi, à la fin de l'année les élèves ont déjà passé les étapes de manipulation et verbalisation et sont arrivés à l'abstraction. Cependant, bien qu'aucun des deux enseignants n'ait eu recours à du matériel spécifique, l'enseignant anglais s'est énormément appuyé sur le dessin afin de rendre ses explications plus concrètes. Il est alors surprenant de constater qu'aucun élève anglais n'a eu recours au dessin lors de la réalisation du test (cf. [VI. B.2.](#)). L'enseignante française quant à elle a mis un point d'honneur à rendre ses explications concrètes en donnant du sens aux énoncés (« Quelqu'un peut-il raconter l'histoire du problème avec ses mots, peut-il reformuler ? Donc la réponse est en quelle unité ? »), et en explicitant bien les consignes et les contraintes avant de réaliser chaque exercice. Ce discours

semble être habituel et porter ses fruits puisque comme nous l'avons observé dans la partie précédente, aucun élève français n'a échoué à cet exercice pour cause de non compréhension de l'exercice, de ses attendus et de la démarche attendue, et les élèves français semblent mettre plus de sens derrière leurs apprentissages (cf. VI. B.2.).

Cependant, bien que l'enseignante française en ait présenté plus, les deux enseignants ont présenté les mêmes techniques pour résoudre les exercices. Concernant l'exercice 3, les deux enseignants n'ont présenté que deux formes : la forme $\frac{a}{b}$ non simplifiée et la décomposition additive ou mixed-numbers.

D'autre part, les deux enseignants ont fait le choix de réaliser cette séance en groupe classe, et n'ont pas mis de notes au préalable à leurs élèves, bien qu'ils aient tous les deux pris le temps de regarder le travail qu'avaient fourni leurs élèves. L'enseignante française n'a fait aucune annotation sur les copies afin de laisser les élèves s'auto-corriger entièrement après la mise en commun, alors que l'enseignant anglais a corrigé en faisant des coches (✓) et des croix au stylo violet. De plus, les deux séances ont présenté une phase d'auto-correction durant laquelle l'élève devait se corriger avec un stylo d'une couleur différente.

Concernant la relation professeur-élève, en France et en Angleterre, ce lien était visuel et verbal. Les deux enseignants encourageaient et valorisaient leurs élèves. Cependant, en Angleterre, ce lien était également physique puisque l'enseignant se déplaçait dans la classe, allait voir ses élèves, se mettait à leur hauteur pour leur parler et si nécessaire posait une main sur leur épaule. De plus, contrairement à l'enseignante française, l'enseignant anglais n'a pas eu de régulation de comportement à faire ce qui laissait place uniquement à un lien bienveillant et encourageant.

Enfin, concernant le rôle des élèves, nous avons pu observer en France comme en Angleterre, une volonté de les rendre actifs autant à l'oral (avec le groupe classe, et parfois avec son voisin de classe en Angleterre) qu'à l'écrit (auto-correction, et entraînement sur l'ardoise et sur le cahier pour l'Angleterre).

V. DISCUSSION

Après cette analyse des données collectées, nous allons maintenant tenter de répondre à chacune des questions que nous nous étions posées au début de ce mémoire.

- Comment est introduite la notion de fraction dans les manuels français et anglais ?

Afin de répondre à cette question, nous avons pu étudier 2 manuels anglais de Year 1 (CP) et 4 manuels français de CM1 (Year 5). Nous avons ainsi pu mettre en avant deux façon différentes d'introduire la notion : les manuels français visent principalement à donner du sens aux fractions en confrontant les élèves aux limites des entiers, et en insistant sur la signification du numérateur et du dénominateur alors que les manuels anglais visent quant à eux, l'identification de partages égaux.

Aussi, tous les manuels introduisent la notion de fraction avec les fractions unitaires simples les plus courantes et inférieures à 1. Enfin, nous avons pu constater que le choix des fractions enseignées (c'est-à-dire le choix du type de tâche), engendre obligatoirement le choix de la conception mobilisée (c'est-à-dire de la technique associée). En effet, l'utilisation de fractions supérieures à 1, empêche de mobiliser la conception de fraction partie d'un tout et oblige à mobiliser la conception de fraction mesure (cf. [I.A.2.](#)).

- Quelles techniques utilisent les élèves français et anglais pour résoudre des problèmes relevant des fractions ? Sont-elles similaires ou différentes ?

Au cours de ce mémoire, nous avons pu observer que dans les deux pays, les élèves des deux pays utilisent globalement les mêmes techniques et privilégient majoritairement les techniques "expertes". Cette analyse a également permis de mettre en avant la forte part culturelle dans la réussite des élèves : les élèves anglais réussissent mieux les exercices issus de manuels anglais et réciproquement. De plus, les taux de réussite des élèves au questionnaire viennent interroger ceux des évaluations internationales telles que TIMSS. Cependant, ces résultats ne peuvent pas être généralisés car l'analyse a été réalisée à petit échantillon, et bien qu'ils aient été réduits au maximum de nombreux biais possibles persistent. Des recherches plus poussées, comme celle de Martinez-Ibanez (Martinez-Ibanez, 2018) Villani et Torossian (Villani et Torossian, 2018) Martinez et Roditi (Martinez et Roditi, 2017), seraient alors nécessaires pour mesurer l'impact de chaque facteur.

D'autre part, nous pouvons remarquer que pour les trois exercices du test, plus les élèves sont âgés, plus ils réussissent. Cette observation semble mettre en avant le fait que la répétition sur du long terme faciliterait l'acquisition des notions. Ainsi, il semblerait que de voir la même notion un

peu tous les ans favoriserait la réussite des élèves. Cette observation pourrait permettre d'expliquer le décalage visible entre les élèves dans les études TIMSS puisque les élèves anglais voient cette notion depuis plus longtemps que les élèves français. Cependant, nous l'avons vu dans la partie théorique, cette hypothèse a été réfutée par Martinez et Roditi (cf. I.B.3.). Ainsi, d'autres recherches seraient nécessaires afin de comprendre ce phénomène (Martinez & Roditi, 2017, p. 29-30).

- L'utilisation des mixed-numbers en Angleterre, à la place de la décomposition additive en France, aurait-elle un intérêt dans la compréhension de la notion de fraction ?

Premièrement, remarquons que les deux pays enseignent le passage des fractions supérieures à 1 à leur décomposition additive. Il semblerait cependant que les élèves anglais aient plus facilement recours à l'écriture sous forme de mixed-numbers, que les élèves français ont recours à la décomposition additive. Il est cependant difficile d'identifier l'origine de cette observation. La remarque d'un élève anglais peut pourtant nous donner un indice. En effet, dans son test, l'élève précise que " $1\frac{1}{5}$ est plus formel" (cf. Figure 13). Cette remarque nous indique que l'écriture sous forme de mixed-numbers, semble être présentée aux élèves anglais comme l'écriture experte, celle à privilégier. Ainsi, il semblerait que l'écriture sous forme de mixed-numbers n'ait pas d'intérêt particulier sur la compréhension de la notion par rapport à la décomposition additive, mais que simplement cette écriture soit présentée comme l'écriture attendue par les élèves. Des recherches supplémentaires seraient nécessaires pour conclure sur la question, même si nous pouvons déjà remarquer que l'utilisation, plus systématique qu'en France, des mixed-numbers en Angleterre semble permettre d'éviter les confusions liées aux fractions supérieures à 1.

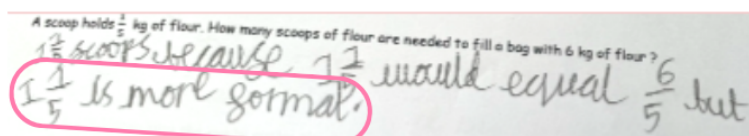


Figure 13. Réponse d'un élève anglais à l'exercice 1 du test

D'autre part, le recueil de données présente quelques biais nous amenant à nuancer notre analyse. Premièrement, l'exercice 2 du test (issu d'un manuel anglais) présente un biais, puisque l'exercice original du manuel a été légèrement modifié. En effet, dans le manuel d'origine, les fractions principales à décomposer (supérieures à 1) sont écrites sous forme de mixed-numbers (cf. Figure 14). Or, au moment de la conception du questionnaire, je n'avais pas analysé le fait que les élèves anglais utilisaient presque systématiquement l'écriture sous forme de mixed-numbers pour les

fractions supérieures à 1. Ainsi, voulant voir comment les élèves réussissaient en partant toujours d'une écriture fractionnaire non décomposée, et voulant que les élèves manipulent des fractions (puisqu'avec l'exercice original les calculs à faire étaient uniquement des additions et soustractions d'entiers), j'avais fait le choix de légèrement modifier l'exercice en mettant la même écriture pour les 2 pays, soit l'écriture sous forme fractionnaire non décomposée. Cependant, cette interprétation vient biaiser les résultats obtenus. En effet, cette écriture n'est pas habituelle pour les élèves anglais, ce qui, je pense, explique que leur réussite (facilitée par le facteur culturel comme nous l'avons vu précédemment) n'est pas significative par rapport à la France. Cette analyse traduirait également les propos de Martinez et Roditi qui affirment « *que la performance des élèves est d'autant plus forte que les programmes sont en adéquation avec ce qui est évalué* » (Martinez & Roditi, 2017, p. 29-30) (cf. I.B.3.). Une nouvelle étude serait alors nécessaire pour conclure sur ce sujet. De plus, une discussion avec les élèves français a posteriori, a fait émerger l'idée que la difficulté principale de l'exercice 2 du test était d'en comprendre sa logique. Cette remarque montre bien que la principale source d'échec selon les élèves ne vient pas du manque de connaissance mais plutôt qu'ils ne soient pas habitués à ce type d'exercice.

- Complete the part-whole models.

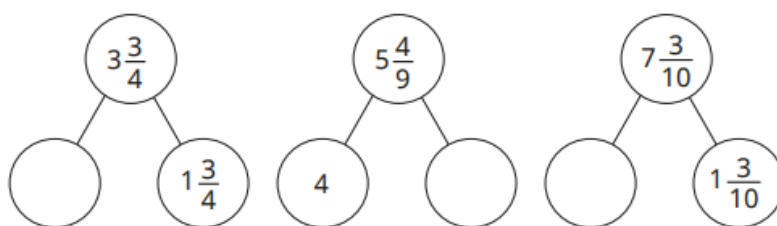


Figure 14. Exercice d'origine ayant été modifié pour créer l'exercice 2 du test (White Rose Maths, 2022)

Deuxièmement, l'exercice 3 (issu d'un manuel français), présente un implicite quant à ce qui était considéré comme l'unité. Cette information manquante a pu mener à des erreurs non liées à la non compréhension de la notion.

- **Quels apports font les enseignants lors d'une phase de correction d'exercices relevant des fractions ? Quelles sont les ressemblances et les différences entre le discours d'un professeur français et d'un professeur anglais, et les conséquences sur les productions des élèves ?**

Nous avons pu remarquer que les observations faites sur les pratiques des enseignants faisaient écho avec celles faites sur les productions des élèves. D'une part, nous avons pu constater en

France l'utilisation d'un enseignement plus explicite (acceptation française de l'enseignement explicite) entraînant des copies avec des phrases réponses, des démarches explicitées, la précision des unités, et pas d'erreur liée à la non compréhension des énoncés. Sur des principes socio-constructivistes, l'enseignant français a cherché à faire émerger de nombreuses techniques différentes afin que les élèves puissent choisir celle qui leur convient le mieux (entraînant des copies avec l'utilisation de nombreuses techniques variées, notamment pour l'exercice 3 (cf. [VI.B.2.](#))). D'autre part, les enseignants anglais ont mis en place un enseignement explicite selon l'acceptation nord-américaine (entraînant des copies avec l'utilisation de techniques moins variées qu'en France, bien que la différence ne soit pas significative). Finalement, les deux enseignants ont eu recours à un enseignement explicite comme le préconise Cédric Villani (cf. [I.C.1.](#)). Cependant, on peut voir ici l'opposition entre deux acceptions différentes du modèle explicite : l'acceptation française « enseigner plus explicitement » (France) et l'acceptation nord-américaine « l'enseignement explicite » (Angleterre).

D'autre part, le lien entre les pratiques enseignantes et les répercussions sur les pratiques des élèves sont visibles dans l'exercice 1 du test. En effet, nous avons pu remarquer qu'en Angleterre, contrairement en France, aucun élève n'a échoué à cause de la technique consistant à additionner plusieurs fois $\frac{1}{5}$ jusqu'à obtenir 6 kg (un seul élève anglais l'a utilisé et a réussi). Cela peut en partie s'expliquer par le fait qu'à la Swindon Academy un point d'honneur est mis sur l'apprentissage des tables de multiplication (jeux éducatifs en ligne quotidiens et comptines détournant des chansons connues avec les tables de multiplication, chantées quotidiennement). Ainsi, les élèves y ont plus facilement recours car ils ont plus confiance en leur apprentissage. Les résultats de cette étude sont ici aussi à nuancer. En effet, cette étude s'est uniquement intéressée à 2 enseignants. De plus, chacun de ces enseignants possède sa liberté pédagogique, et c'est pourquoi il est impossible de généraliser et conclure que tous les professeurs du pays enseignent de la même façon. Une étude à plus grande échelle serait ainsi intéressante ici.

Finalement, les données collectées nous ont permis de mettre en lumière les différences dans la façon d'enseigner la fraction à l'école primaire entre la France et l'Angleterre, au niveau :

- de l'introduction de la notion
- de l'utilisation des mixed-numbers ou de la décomposition additive
- des techniques enseignées et utilisées par les élèves
- du discours des enseignants.

D'autres chercheurs se sont intéressés aux mêmes questions au cours de leurs recherches. Nous pouvons citer par exemple Caroline Poisard et Bill Barton dans leur article « L'enseignement des fractions en France et en Nouvelle- Zélande » (Poisard et Barton, 2007). Dans cette comparaison entre la France et la Nouvelle-Zélande, les deux chercheurs sont arrivés à des conclusions relativement similaires aux nôtres pointant l'influence des facteurs culturels, sociaux, langagiers et socio-politiques.

D'autre part, courant mars 2023 s'est déroulée une nouvelle analyse de TIMSS. Il sera ainsi intéressant de regarder les résultats lors de leur publication en fin d'année 2024.

CONCLUSION

A travers cette étude nous avons pu réaliser une analyse comparée des méthodes pédagogiques utilisées en mathématiques pour enseigner la notion de fraction en France et en Angleterre afin d'essayer de répondre à la problématique : **Quelles sont les différences dans la façon d'enseigner la fraction à l'école primaire entre la France et l'Angleterre, et quels effets provoquent ces différences sur les techniques des élèves ?**

Ce mémoire nous a ainsi permis de mettre en évidence l'impact des différences culturelles. En effet, les choix faits par les programmes impactent le travail des élèves autant du point de vue des résultats que des notations et ainsi des techniques. De même, les choix didactiques, comme la conception à privilégier pour introduire les fractions ou le type de nombre (inférieure à 1, supérieure à 1), et les choix pédagogiques, comme l'enseignement explicite qui diffère selon les pays, faits par les enseignants ont un impact direct sur le travail des élèves (techniques, sens, ...). Ainsi, ce mémoire soulève des questions concernant les résultats des études internationales telle que TIMSS. En effet, il semblerait que certains pays aient des programmes scolaires présentant des transpositions didactiques plus adaptées aux attendus de TIMSS.

Nous ne pouvons pas conclure ce mémoire sans mentionner le fait que l'enseignement des fractions est actuellement au cœur de l'actualité. En effet, alors qu'une réforme de l'école primaire devrait être annoncée dans les mois à venir, de premières annonces ont déjà été faites. En effet, lors de la présentation du plan "Choc des savoirs" lancé suite à la publication des résultats PISA, l'ancien ministre de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse, Gabriel Attal est revenu sur la nécessité de remettre les mathématiques au cœur des apprentissages. De plus, le ministre a annoncé vouloir avancer l'enseignement des fractions au CE1 en favorisant une approche concrète et imagée (approche basée sur la méthode Singapour). Cette nouvelle réforme semble ainsi approcher ce qui est actuellement proposé en Angleterre pour l'enseignement des fractions.

BIBLIOGRAPHIE

- Références institutionnelles

Department for Education. (2013). *The national curriculum in England*.

Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance. (2020). *Exemples d'items de mathématiques, TIMSS 2019, Grade 4—Classe de CM1*. Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse.

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (2016c). *Fractions et nombres décimaux au cycle 3*.

Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse (2020a). *Bulletin Officiel de cycle 3*.

Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse (2020b). *Repères annuels de progression*.

- Références issues de la recherche

Allard, C., (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. (Université de Paris VII). 95-98

Bosch, M., Chevallard, Y. (1999). *La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs*. Objet d'étude et problématique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 19(1), 77–124.

Brissiaud, R. (1998). Les fractions et les décimaux au CM1 : Une nouvelle approche. *Actes du XXVème colloque des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*. 147 - 171.

Brousseau, G. P., Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire* (IREM de Bordeaux). hal-00610769

Chevallard, Y., Bosch, M. (2002). Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie II. Mathématisations. *Petit x*, 59, 43 - 76.

Chevallard, Y., Johsua, M. A. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage,.

CNESCO. (2015). Dossier de synthèse : Nombres et opération : Premiers apprentissages à l'école primaire, recommandations du jury. *Conférence de consensus*. Paris.

Colmant, M., Le Cam, M. (2020). *Résultats TIMSS 2019 : Évaluation internationale des élèves de CM1 en mathématiques et en sciences*. Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, Ministère de l'éducation Nationale.
<https://www.education.gouv.fr/timss-2019-evaluation-internationale-des-eleves-de-cm1-en-mathematiques-et-en-sciences-les-resultats-307818>

- Coulange, L., & Train, G. (2017). *Continuités et ruptures de l'enseignement des fractions au cycle 3, quelles perspectives ?* (Université de Bordeaux) hal-02514426
- European Education and Culture Executive Agency, Eurydice, Motiejunaite, A., Kerpanova, V., Parveva, T., Noorani, S., Rangelov, S. (2015). *L'enseignement des mathématiques en Europe : défis communs et politiques nationales*, Publications Office of the European Union. <https://data.europa.eu/doi/10.2797/72769>
- Givvin, K.-B., Jacobs, J., Hollingsworth, H., Hiebert, J. (2009). What is Effective Mathematics Teaching? International Educators' Judgments of Mathematics Lessons from the TIMSS 1999 Video Study. *Effective Mathematics Teaching from Teachers' Perspectives* (p 37-69). Leiden : The Netherlands. https://doi.org/10.1163/9789087908225_003
- Guilmois, C. (2019). *Enseignement explicite ou "Enseigner plus explicitement"* (Université des Antilles).
- Martinez, S., Roditi, E. (2017). Programmes scolaires et apprentissage de la notion de fraction à l'école élémentaire—Quelques enseignements tirés de TIMSS 2015. *Éducation et Formations* (94), p. 23 - 40.
- Martinez-Ibanez, S. (2018). *Transposition didactique externe et acquisition du concept de fraction : Une comparaison internationale entre onze participants aux évaluations TIMSS* (Paris Descartes). <https://u-paris.fr/theses/detail-dune-these/>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 - international mathematics report : Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades* (I. V. S. Mullis, Éd.). TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Piht, S., Eisenschmidt, E. (2010). Mental arithmetic skills : Comparative research based on estonian and finnish pupils. *Problems of Education in the 21st century* (25), p 99-108.
- Poisard, C., Barton, B., L'enseignement des fractions en France et en Nouvelle- Zélande. 2007, Aug 2007, Sainte Livrade, France. fihal-01086478
- Roditi, E. (2019). *Les nombres décimaux. Analyses didactiques des difficultés d'apprentissage et d'enseignement et quelques considérations mathématiques*. Tribu.
- Schmidt, W., Houang, R., Cogan, L. (2002). A Coherent Curriculum : The Case of Mathematics. *American Educator* (26), p. 1-18.
- Swan, M., Lacey, P., Mann, S. (2008). *Mathematics Matters : Final Report*. NCETM.
- Villani, C., Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Paris : MEN <https://orfee.hepl.ch/handle/20.500.12162/1695>
- Vygotski, L. (1934) *Pensée et Langage*.

- **Manuels**

- Anselmo, B., Combier, G., Dussuc, M.-P., Madier, D., Front, M., Ravoux, A., Charnay, R. (2020). *Nouveau Cap maths CMI, cycle 3*. Paris : Hatier.
- Ban Har, Y., Pui Yee, F., Li Gek Pearlyn, L., Oon Hua, W., Hermanson, A. (2015). *Textbook 2A*. Tunbridge Wells : Maths - No Problem!.
- Carle, S., Ginet, S. (2020). *Outils pour les maths : CMI, cycle 3*. Paris : Magnard.
- Malaval, J., Delaville, X., Frion, H., Le Dantec, O., Peindaries, P., Plantiveau, A., Walkowiak, A. (2016). *Graine de maths, CMI*. Paris : Nathan.
- Mazollier, M.-S., Pfaff, N., Kazandjian, E., Guimard, S. (2021). *Haut les maths ! Manuel, CMI*. Paris : Retz.
- White Rose Maths. (2022). *Fractions—Year 2*.

- **Médias**

- Le Monde. (2020, décembre 8). *Mathématiques : La France, dernière élève des pays européens*. LeMonde.fr.
https://www.lemonde.fr/societe/article/2020/12/08/mathematiques-la-france-derniere-eleve-des-pays-developpes_6062599_3224.html
- Le Parisien. (2016, novembre 11). *En maths, les Anglais nous battent à plate couture*. leparisien.fr.
<https://www.leparisien.fr/societe/en-maths-les-anglais-nous-battent-a-plate-couture-29-11-2016-6388470.php>
- Le Point. (2020, décembre 8). *Maths : Les Français toujours aussi mauvais*. Lepoint.fr.
https://www.lepoint.fr/education/maths-les-francais-toujours-aussi-mauvais-08-12-2020-2404700_3584.php
- Les Echos. (2020, décembre 8). *En mathématiques et en sciences, les élèves français sont les cancrés de la classe européenne | Les Echos*.
<https://www.lesechos.fr/politique-societe/societe/en-mathematiques-et-en-sciences-les-elev-es-francais-sont-les-cancres-de-la-classe-europeenne-1272033>
- Organisation des Nations Unies. (2015). *17 objectifs de développement durable*.
<https://www.un.org/sustainabledevelopment/fr/objectifs-de-developpement-durable/>
- Organisation des Nations Unies. (2021). *L'UNESCO en bref—Mission et Mandat | UNESCO*.
<https://www.unesco.org/fr/bref>

ANNEXES

1. National curriculum in England (Department for Education, 2013)

Year 2

Number – fractions

Statutory requirements

Pupils should be taught to:

- recognise, find, name and write fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ and $\frac{3}{4}$ of a length, shape, set of objects or quantity
- write simple fractions for example, $\frac{1}{2}$ of 6 = 3 and recognise the equivalence of $\frac{2}{4}$ and $\frac{1}{2}$.

Year 5

Number – fractions (including decimals and percentages)

Statutory requirements

Pupils should be taught to:

- compare and order fractions whose denominators are all multiples of the same number
- identify, name and write equivalent fractions of a given fraction, represented visually, including tenths and hundredths
- recognise mixed numbers and improper fractions and convert from one form to the other and write mathematical statements > 1 as a mixed number [for example, $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$]
- add and subtract fractions with the same denominator and denominators that are multiples of the same number
- multiply proper fractions and mixed numbers by whole numbers, supported by materials and diagrams
- read and write decimal numbers as fractions [for example, $0.71 = \frac{71}{100}$]
- recognise and use thousandths and relate them to tenths, hundredths and decimal equivalents
- round decimals with two decimal places to the nearest whole number and to one decimal place
- read, write, order and compare numbers with up to three decimal places
- solve problems involving number up to three decimal places
- recognise the per cent symbol (%) and understand that per cent relates to 'number of parts per hundred', and write percentages as a fraction with denominator 100, and as a decimal
- solve problems which require knowing percentage and decimal equivalents of $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ and those fractions with a denominator of a multiple of 10 or 25.

Year 3

Number – fractions

Statutory requirements

Pupils should be taught to:

- count up and down in tenths; recognise that tenths arise from dividing an object into 10 equal parts and in dividing one-digit numbers or quantities by 10
- recognise, find and write fractions of a discrete set of objects: unit fractions and non-unit fractions with small denominators
- recognise and use fractions as numbers: unit fractions and non-unit fractions with small denominators
- recognise and show, using diagrams, equivalent fractions with small denominators
- add and subtract fractions with the same denominator within one whole [for example, $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$]
- compare and order unit fractions, and fractions with the same denominators
- solve problems that involve all of the above.

Year 4

Number – fractions (including decimals)

Statutory requirements

Pupils should be taught to:

- recognise and show, using diagrams, families of common equivalent fractions
- count up and down in hundredths; recognise that hundredths arise when dividing an object by one hundred and dividing tenths by ten.
- solve problems involving increasingly harder fractions to calculate quantities, and fractions to divide quantities, including non-unit fractions where the answer is a whole number
- add and subtract fractions with the same denominator
- recognise and write decimal equivalents of any number of tenths or hundredths
- recognise and write decimal equivalents to $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$
- find the effect of dividing a one- or two-digit number by 10 and 100, identifying the value of the digits in the answer as ones, tenths and hundredths
- round decimals with one decimal place to the nearest whole number
- compare numbers with the same number of decimal places up to two decimal places
- solve simple measure and money problems involving fractions and decimals to two decimal places.

2. Test proposé aux élèves lors de l'expérimentation

Version française

Nom :

Date :

LES FRACTIONS

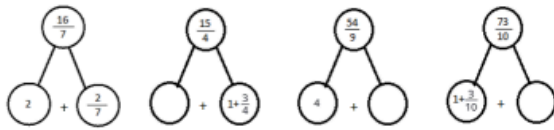
Toutes vos réponses devront être justifiées et toute marque de recherche devra rester apparente.

Exercice 1 :

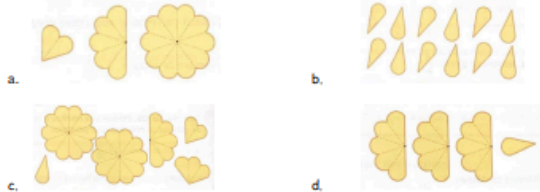
Une cuillère de farine contient $\frac{1}{5}$ kg de farine. Combien de cuillères de farine faudra-t-il pour remplir un sac de 6 kg de farine ?

Exercice 2 : Complète les cercles vides comme sur l'exemple.

Exemple :



Exercice 3 : Pour chaque cas, écris la quantité de gâteaux sous deux formes différentes.



	Forme 1	Forme 2
a		
b		
c		
d		

Version anglaise

Name :

Date :

FRACTIONS

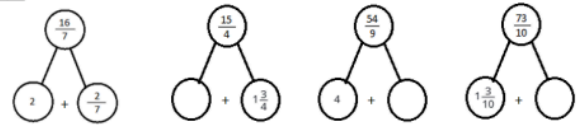
All your answers should be justified and any research marks should be apparent.

Exercice 1 :

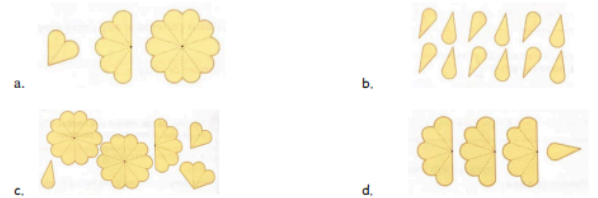
A scoop holds $\frac{1}{5}$ kg of flour. How many scoops of flour are needed to fill a bag with 6 kg of flour ?

Exercice 2 : Complete the empty circles like on the exemple.

Exemple :



Exercice 3 : For each case, write the quantity of cakes in two different forms.



	Form 1	Form 2
a		
b		
c		
d		