

# MASTER MÉTIERS DE L'ENSEIGNEMENT, DE L'ÉDUCATION, ET DE LA FORMATION

## Mention 1<sup>er</sup> degré

# MÉMOIRE DE RECHERCHE

## MASTER MEEF Professeur des écoles

### Titre du mémoire

*Manipulation et résolution de problèmes additifs au cycle 1*

Présenté par **MUÑOZ Camille et VIGUIE Alexane**

### Mémoire encadré par

Directeur-trice de mémoire	Co-directeur-trice de mémoire
Nom, prénom : Wozniak Floriane	Nom, prénom :
Statut : Directrice de mémoire	Statut :

### Membres du jury de soutenance

Nom et prénom	Statut
Wozniak Floriane	Directrice de mémoire
Laguerre Eric	Maître de conférences

Soutenu le **01 / 06 / 2022**

**inspe**  
TOULOUSE OCCITANIE-PYRÉNÉES

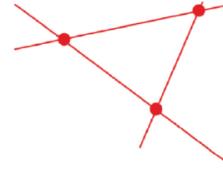
ENSEIGNER  
ÉDUQUER  
FORMER

[inspe.univ-toulouse.fr](http://inspe.univ-toulouse.fr)

TOULOUSE  
[SAINT-AGNE • CROIX DE PIERRE • RANGUEIL]  
ALBI • AUCH • CAHORS • FOIX  
MONTAUBAN • TARBES • RODEZ



PROFESSEUR DES ÉCOLES



## Attestation de non-plagiat

Je soussigné.e **Camille Muñoz**

Auteur.e du mémoire de master 2 MEEF intitulé :

### **Manipulation et résolution de problèmes additifs au Cycle 1**

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne.

Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur.e.s ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient.e que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi (*art. L 335-3 du Code de la propriété intellectuelle*).

En signant ce document, je reconnais avoir pris connaissance sur le site de l'Université des éléments d'informations relatifs au plagiat et des responsabilités qui m'incombent.

*Pour plus d'informations : suivez le lien "Prévention du plagiat" via l'ENT - Site Web UT2J  
[http://ent-utm.univ-tlse2.fr/profils/prevention-du-plagiat-294275.kjsp?RH=accueil\\_entPers](http://ent-utm.univ-tlse2.fr/profils/prevention-du-plagiat-294275.kjsp?RH=accueil_entPers)*

Fait à **Saint Jean**

le **18/05/2022**

Signature de l'étudiant.e

## Attestation de non-plagiat

Je soussigné.e, Alexane Vigié

Auteur.e du mémoire de master 2 MEEF intitulé :

Manipulation et résolution de problèmes additifs au cycle 1

déclare sur l'honneur que ce mémoire est le fruit d'un travail personnel, que je n'ai ni contrefait, ni falsifié, ni copié tout ou partie de l'œuvre d'autrui afin de la faire passer pour mienne. Toutes les sources d'information utilisées et les citations d'auteur.e.s ont été mentionnées conformément aux usages en vigueur.

Je suis conscient.e que le fait de ne pas citer une source ou de ne pas la citer clairement et complètement est constitutif de plagiat, que le plagiat est considéré comme une faute grave au sein de l'Université, pouvant être sévèrement sanctionnée par la loi (art. L 335-3 du Code de la propriété intellectuelle ).

En signant ce document, je reconnais avoir pris connaissance sur le site de l'Université des éléments d'informations relatifs au plagiat et des responsabilités qui m'incombent.

*Pour plus d'informations : suivez le lien "Prévention du plagiat" via l'ENT - Site Web UT2J <http://www.univ-tlse2.fr/accueil/vie-des-campus/services-numeriques/prevention-plagiat/c-est-moi-qui-ecriis-182780.kjsp?RH=1341578964371>*

Fait à Toulouse, le 18/05/2022

Signature de l'étudiant.e



## Remerciements

*Nous tenons à remercier en toute sincérité,*

*Mme Wozniak, qui a su nous accompagner tout au long de l'année et nous apporter une aide précieuse dans les moments de doute. Elle a cru en nous et nous a encouragées pour mener à bien ce mémoire.*

*Mr Laguerre, qui a conduit à notre choix de mener un questionnaire dans le domaine des mathématiques grâce à son séminaire auquel nous avons assisté lors de notre année de Master 1 en 2021.*

*L'ensemble de l'équipe enseignante en mathématiques de l'INSPE, grâce à qui nous avons pu nous approprier les notions théoriques et didactiques qui nous ont permis de rédiger ce travail de recherche et nous accompagneront dans notre pratique professionnelle.*

*Les équipes pédagogiques des 2 écoles et notamment nos ATSEM, qui furent d'une grande aide en cette année particulière et avec qui nous avons pu tisser des liens.*

*Nos proches respectifs, qui ont su nous épauler et nous encourager avec patience et bienveillance durant ce travail de recherche.*

## SOMMAIRE

<b>Introduction</b>	7
<b>Partie théorique</b>	8
Qu'est-ce que manipuler ? Rôle de la manipulation dans les apprentissages ?	8
Instructions officielles sur la manipulation au cycle 1	8
Définitions de la manipulation	10
Manipuler et expérimenter	12
Distinction entre manipulation passive et manipulation active	12
La résolution de problèmes additifs	16
Quelles sont les préconisations pour l'enseignement de la résolution de problèmes ?	16
Typologie de Vergnaud	19
Le nombre en maternelle	21
Représentations du nombre	21
Aspects du nombre	23
Distinction entre compter et dénombrer	24
Cadre théorique	26
La théorie des situations didactiques	26
Le milieu d'une situation	27
Typologie des situations didactiques	28
L'analyse a priori	30
Problématique	31
Question de recherche	31
Hypothèses de recherche	32
<b>Partie méthodologique</b>	33
Conditions d'expérimentation	33
Identification des types de situations proposés dans trois ressources différentes (Accès, Hatier et Retz)	33
Identification des variables didactiques (type de problèmes et de sous-problèmes, matériel...)	35
Organisation des tests au sein des groupes	36

Analyse a priori	40
Unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (Vers les maths GS, Accès)	41
Unité d'apprentissage "Les dortoirs" (Découvrir les maths GS, Hatier)	45
Unité d'apprentissage "Séquence 17" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz) 49	
Unité d'apprentissage "Les tirelires" (Vers les maths GS, Accès)	51
Unité d'apprentissage "Séquence 18" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz) 56	
Unité d'apprentissage "Gâteaux d'anniversaire" (Vers les maths GS, Accès)	63
Unité d'apprentissage "Séquence 19" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz) 68	
<b>Partie expérimentation et analyse</b>	<b>73</b>
Expérimentation et analyse des trois situations d'apprentissage menées au sein des deux classes	73
Problème de composition, recherche d'une partie : unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (Vers les maths GS, Accès)	73
Problème de composition, recherche du tout : unité d'apprentissage "Séquence 17" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)	91
Problème de transformation, recherche de l'état final : unité d'apprentissage "Les tirelires" (Vers les maths GS, Accès)	102
Synthèse de nos analyses	126
Type de matériel (jetons ou crayons, frise numérique, papier et crayon)	129
Matériel congruent, matériel contextualisé	130
Présence du matériel	131
Statut du matériel	133
Effet de contrat didactique et effet de groupe	133
Type de problème et procédures	135
Rôle de l'enseignant dans les apprentissages	136
<b>Conclusion</b>	<b>138</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>142</b>
<b>Table des annexes</b>	<b>144</b>
<b>Annexes</b>	<b>146</b>

## Introduction

D'après les résultats des évaluations nationales de CP en mathématiques datant de 2019, 32,8 % des élèves sont en dessous du seuil 2 (groupe fragile et à besoin) dans le domaine de la résolution de problèmes.

Par ailleurs, lors de la réécriture des programmes officiels de cycle 1 en 2021, l'objectif "*Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes*" a été ajouté, réaffirmant ainsi la nécessité d'enseigner ce domaine des mathématiques dès la première année du cycle 1. D'une part, il est préconisé de répéter les situations d'apprentissage en proposant des évolutions afin que les élèves s'approprient leurs enjeux et puissent réinvestir les procédures. D'autre part, il est recommandé de mettre à la disposition des élèves du matériel varié qu'ils peuvent manipuler. En effet, la manipulation, d'une manière générale, est une des modalités d'enseignement privilégiées dans les classes de cycle 1. Cependant, de nombreuses variables peuvent être appliquées au matériel et impacter les situations d'apprentissage.

Ainsi, en tant que professeurs stagiaires dans des classes de maternelle, nous nous interrogeons sur les modalités spécifiques aux situations d'apprentissage de résolution de problèmes additifs à mettre en place dans nos classes actuelles et futures.

C'est pourquoi, au regard des ressources pédagogiques existantes et de la multitude de situations proposées pour enseigner la résolution de problèmes numériques, ce mémoire a pour objectif d'analyser les effets des situations de résolution de problème sur les procédures des élèves afin de tirer des conclusions sur ce qu'il faudrait travailler avec eux, en lien avec les variables choisies pour le matériel mis à leur disposition.

Cela nous mène à notre question de recherche : **Dans quelle mesure les conditions matérielles de manipulation influent-elles sur les procédures et la réussite des élèves lors de la résolution de problèmes additifs au Cycle 1 ?**

Notre analyse va s'appuyer sur des résultats de travaux de recherche existants en ce qui concerne la manipulation, la résolution de problèmes et le nombre. Puis nous exposerons le cadre théorique que nous avons choisi ainsi que nos questions et hypothèses de recherche qui complètent la problématique énoncée. Après avoir présenté notre étude des ressources pédagogiques, nous expliciterons notre démarche, nos choix méthodologiques dans le recueil des données et nous exposerons les résultats obtenus.

## I. Partie théorique

### 1. Qu'est-ce que manipuler ? Rôle de la manipulation dans les apprentissages ?

#### i. Instructions officielles sur la manipulation au cycle 1

L'école maternelle organise des modalités d'apprentissage spécifiques adaptées à l'âge des élèves de cycle 1 : *les enfants apprennent en jouant, en réfléchissant et en résolvant des problèmes concrets, en s'exerçant et en se remémorant, mais aussi en mémorisant* (MEN, 2021, p. 2). Ces modalités sont transversales aux cinq domaines d'enseignement des programmes.

Compte-tenu de l'âge des enfants et de leurs compétences de lecteurs et scripteurs, la majorité des enseignements passent par la manipulation et la verbalisation autour des expériences vécues et de situations concrètes. Cette démarche pédagogique répond aux besoins de l'enfant de 3 à 6 ans.

Par ailleurs, il est préconisé dans le domaine 4 d'enseigner les mathématiques "*à travers le jeu, la manipulation d'objets et la résolution de problèmes*" (MEN, 2021, p. 14)<sup>1</sup>. Cette démarche permet aux jeunes enfants d'appréhender concrètement les concepts mathématiques en lien avec le nombre, les formes et les grandeurs.

---

<sup>1</sup> MEN. (2021). Programme d'enseignement à l'école maternelle (Bulletin officiel n°25 du 24-6-2021), p.14.

De même dans le rapport Villani & Torossian<sup>2</sup> paru en 2018, il est fortement recommandé de recourir à la manipulation, qui constitue une étape d'apprentissage à part entière.

*Le vécu expérimental et manipulatoire des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur mémorisation. Le matériel didactique et pédagogique sur lequel reposent ces expérimentations occupe donc une place centrale.* (Villani & Torossian, 2018, p. 57)

Ces préconisations s'inscrivent dans l'idée de Piaget<sup>3</sup> (1964) selon laquelle *les enfants à l'école primaire n'ont pas acquis la maturité nécessaire pour comprendre les concepts mathématiques abstraits* et ont donc besoin de passer par l'utilisation de matériel et de représentations concrètes de type dessin.

De la même manière, Corriveau, C., & Jeannotte<sup>4</sup>, D. s'accordent à dire que l'élève confère du sens aux concepts à l'aide du matériel et son utilisation lui permet de s'engager dans l'activité. Finalement, le matériel ne concrétise pas l'abstrait des concepts, mais plutôt les raisonnements et donc la verbalisation des résultats.

Berdonneau<sup>5</sup> met en lumière le rôle essentiel de la manipulation pour les élèves car elle répond au besoin de sensorialité des jeunes enfants, canalise l'attention pour la centrer sur l'élaboration des concepts (but de l'apprentissage), libère des tâches annexes comme l'écriture et enfin permet des expériences multiples de par sa rapidité.

---

<sup>2</sup> Villani, C., Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. p. 57

<sup>3</sup> Piaget, J. (1964). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestle

<sup>4</sup> Corriveau, C., Jeannotte, D. (2015). L'utilisation du matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. Bulletin AMQ, 55, 32- 49.

<sup>5</sup> Berdonneau, C. (2016). De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques.

Cependant, Berdonneau rappelle que le support de manipulation ne permet pas d'accéder par lui-même à l'élaboration de connaissances : l'intervention de l'enseignant est nécessaire et les connaissances acquises dépendent de la façon dont celui-ci les exploite.

Dans le même sens, Briand lors de sa conférence sur le rôle de la manipulation dans la construction du nombre<sup>6</sup> met en garde contre les discours qui annoncent la manipulation comme remède aux incompréhensions mathématiques; le matériel est un outil pour travailler mais l'objectif est de s'en affranchir.

## ii. Définitions de la manipulation

Étymologiquement, le terme vient du latin *manipulus* qui signifie poignée. La manipulation désigne le fait de toucher, déplacer ou utiliser avec les mains quelque chose. Le dictionnaire Larousse propose 6 définitions pour le mot manipulation dont deux se rapportent au milieu scolaire :

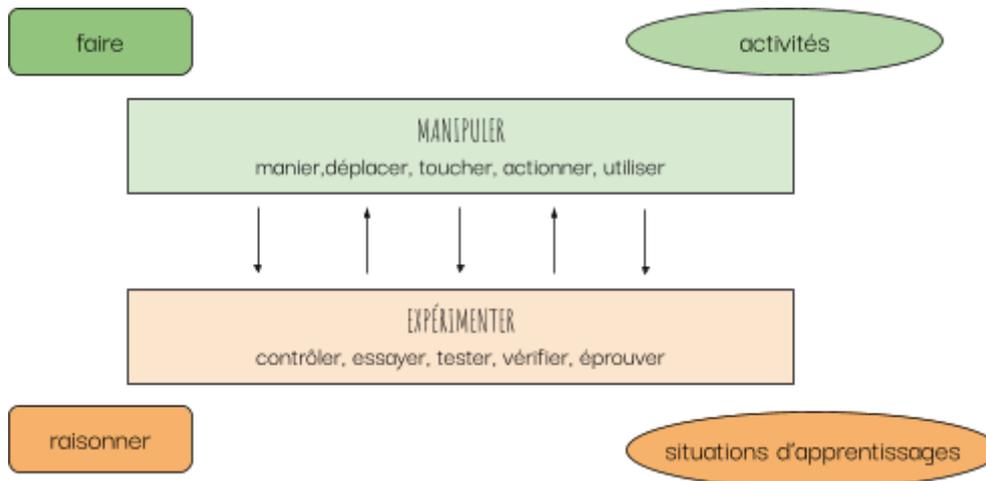
1. « *Action de soumettre quelque chose à des opérations diverses, en particulier dans un but de recherche ou d'apprentissage.* »
2. « *Exercice au cours duquel des élèves, des étudiants ou chercheurs réalisent une expérience.* »

---

<sup>6</sup> Briand, J. (2019). *Place et rôle de la manipulation dans la construction du nombre et la résolution de problème aux cycles 1,2 et 3*. Conférence IFE.

### iii. Manipuler et expérimenter

Docteur en didactique des mathématiques et sciences de l'éducation, Thierry Dias<sup>7</sup> distingue les concepts de manipulation et d'expérimentation.



*Schéma représentatif du lien entre les concepts manipuler et expérimenter*

Thierry Dias définit l'expérimentation comme « *un processus scientifique guidé par une volonté de tester ou de vérifier par l'exemple* ». En effet, les savoirs ne sont pas dans les objets, mais dans ce que l'on pense de notre action sur les objets.

De plus, il affirme le rôle primordial de l'enseignant dans la conception des situations d'apprentissage, ce dernier doit anticiper et penser aux différents paramètres du milieu (entre autres le matériel) afin de permettre un passage progressif de la manipulation à l'expérimentation.

---

<sup>7</sup> Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Magnard.

iv. Distinction entre manipulation passive et manipulation active

Dans le guide orange pour accompagner les professeurs des écoles dans l'enseignement du nombre et de la résolution de problèmes au CP<sup>8</sup>, la manipulation est présentée comme la première des trois étapes de l'abstraction (manipulation, représentation et verbalisation). De plus, la manipulation passive est distinguée de la manipulation active :

*La manipulation permet à l'élève de s'approprier la situation, de s'en faire une première représentation. Mais cette première phase n'est pas suffisante : cette étape doit également conduire à une anticipation d'une solution au problème. [...] La manipulation n'est donc pas une finalité, mais une étape intermédiaire permettant d'engager un travail cognitif. Le matériel change progressivement de statut ; de matériel pour constater, observer, il devient matériel pour valider ce qu'on est capable d'anticiper. Il permet de raisonner sur les procédures. (MEN, 2021, p. 82)*

En d'autres termes, manipuler passivement revient à faire parler les élèves sur le plan matériel de ce qui est manipulé "Que vois-tu ? Caractéristiques du matériel...", alors que manipuler activement nécessite de demander à l'élève de décrire ce qu'il fait. Il y a 2 types d'enjeux dans la manipulation active :

1. FORMULATION → Formuler des hypothèses : "Que crois-tu ? Peux-tu me dire si..?"
2. ARGUMENTATION → Valider, contrôler : "Comment le sais-tu ? Peux-tu vérifier ?"

---

<sup>8</sup> MEN. (2021). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. p. 82.

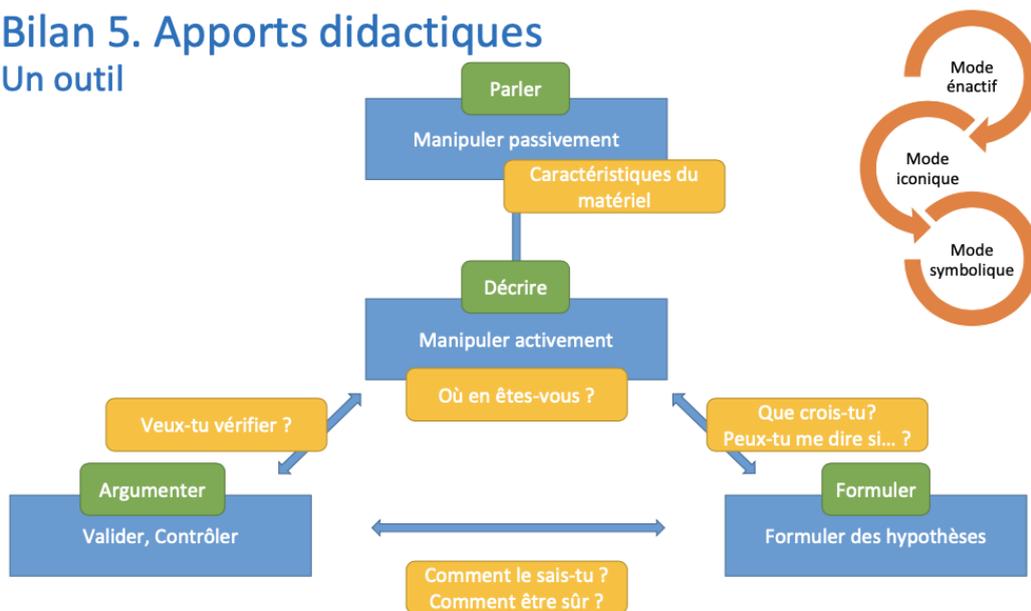
De la même manière, Margolinas, C. et Wozniak, F. définissent dans le premier chapitre de leur ouvrage<sup>9</sup>, le concept de situation d'action.

*Pour permettre l'apprentissage, nous avons contraint l'action, nous l'avons même partiellement empêchée pour "forcer" l'anticipation. Ainsi, ce n'est pas l'action, ni la manipulation seule qui, en elles-mêmes, permettent la conceptualisation, mais bien l'action en situation, c'est-à-dire l'action motivée* (Margolinas, C., & Wozniak, F, 2012, chapitre 1).

Finalement, le concept de manipulation active correspond au concept d'expérimentation défini par Thierry Dias.

## Bilan 5. Apports didactiques

### Un outil



*Schéma représentatif de l'organisation des concepts, extrait de la conférence de MC Crosert & ML Gardes<sup>10</sup>*

Rappelons que la manipulation est un outil et non une finalité. Comme présenté dans le guide orange, il est nécessaire de passer de la manipulation à la représentation symbolique, ainsi *“L'action est transformée en image*

<sup>9</sup> Margolinas, C., Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle*. Une approche didactique. De Boeck, chap. 1.

<sup>10</sup> Crosert, M.C., Gardes, M.L. *Manipuler, verbaliser, abstraire dans l'enseignement des mathématiques*. Éclairages didactiques et cognitifs. p. 35.

*mentale*<sup>11</sup> (MEN, 2021, p. 83). Le fait de pouvoir agir ou non sur les objets, les déplacer, constitue une première étape vers la manipulation mentale et provoque la nécessité d'anticiper la réponse. Finalement, c'est la contrainte mise sur le matériel qui va induire ce passage à la représentation.

De même, Berdonneau<sup>12</sup> considère qu'il faut passer par 2 phases pour construire un concept mathématique. Tout d'abord, *une phase d'action* qui indique une ébauche de réponse grâce à l'observation des conséquences directes de l'action. Puis, *une phase de représentation mentale* qui correspond à l'abstraction. Celle-ci permet d'élaborer des concepts en intériorisant la question initiale et les observations réalisées afin de les globaliser à des situations semblant différentes mais dépendant d'un même modèle abstrait (Berdonneau, 2006).

En outre, il est important de prendre en compte l'évolution des modes de représentation tels que les définit Bruner<sup>13</sup> :

- *Mode enactif/sensori-moteur (par le geste)* : l'information passe par l'action ("faire"). Connaître, c'est d'abord agir.
- *Mode iconique/visuel (l'image du geste)* : il amène à se représenter quelque chose sans l'avoir devant les yeux (se passer des objets physiques). On se fait une idée et on se représente un objet mentalement.
- *Mode symbolique (représente les choses par des symboles qui en sont déconnectés et arbitraires)* : c'est l'apprentissage le plus complet ; on peut se passer de manipuler pour agir, communiquer sa pensée soi-même ou à autrui pour exprimer ce qu'on a fait / ce qu'on veut faire. Il s'agit de la traduction de la représentation iconique en une représentation abstraite.

---

<sup>11</sup> MEN. (2021). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. p. 83.

<sup>12</sup> Berdonneau, C. (2016). De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques.

<sup>13</sup> Bruner, J. S. (1973). *La pertinence de l'éducation*. Norton.

L'exemple suivant illustre la progressivité, au niveau de la maternelle et au CP :

« Au supermarché, j'ai acheté 4 pommes rouges et 2 pommes vertes. Combien ai-je de pommes dans mon panier ? »

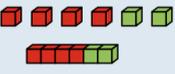
<b>MODE SENSORI-MOTEUR</b> <sup>98</sup>	<p>Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<p>Manipulation d'objets tangibles figuratifs :</p> 
<b>MODE IMAGÉ</b>	<p>Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<p>• Représentation avec un schéma :</p>  <p>• Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) :</p> 
<b>MODE SYMBOLIQUE</b>	<p>Écriture en langage mathématique : <math>4 + 2 = 6</math></p>	

Tableau des 3 modes de représentation, extrait du guide orange du MEN <sup>14</sup>

Enfin, il est fondamental de prévoir une phase de verbalisation afin de permettre l'accès à l'abstraction. La verbalisation permet de mettre en mots l'action, de l'expliquer sans la produire ou la représenter visuellement. Comme le rappelle Briand lors de sa conférence<sup>15</sup>, « *Faire des maths, c'est construire un modèle donc du langage* » (Briand, 2019). Il s'agit d'une étape fondamentale qui est prise en charge à la fois par l'élève et l'enseignant.

Margolinas, C. et Wozniak, F. affirment également le rôle fondamental de la *mise en mot*, car selon elles, une situation d'apprentissage doit être composée d'une situation d'action, comme définie précédemment, et d'une situation de formulation. Dans cette dernière, la fonction de la connaissance est de transporter l'information pour soi-même (auto formulation) et pour autrui, par exemple lorsque l'action est empêchée par une contrainte spatiale ou temporelle.

<sup>14</sup> MEN. (2021). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. p. 85.

<sup>15</sup> Briand, J. (2019). *Place et rôle de la manipulation dans la construction du nombre et la résolution de problème aux cycles 1,2 et 3*. Conférence IFE.

## 2. La résolution de problèmes additifs

- i. Quelles sont les préconisations pour l'enseignement de la résolution de problèmes ?

Depuis 2021, les programmes officiels du cycle 1<sup>16</sup> réaffirment l'importance de l'enseignement de la résolution de problème dans le contexte numérique :

*Les situations proposées sont construites de manière à faire apparaître le nombre comme utile pour anticiper le résultat d'une action sur des quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) ou sur des positions (déplacements en avant ou en arrière)[...]. Les activités proposées donnent lieu à des questionnements qui invitent à anticiper, choisir, décider, essayer, recommencer, se demander si la réponse obtenue convient et comment le vérifier. (MEN, 2021, p. 15)*

En outre, d'après Catherine Houdement<sup>17</sup> dans son article « Résolution de problèmes arithmétiques à l'école » paru dans la revue *Grand N*, il existe trois types de problèmes : *élémentaires* (deux données et il faut déterminer la troisième en une étape), *complexes* ou *atypiques*. Dans le contexte du cycle 1, il s'agira de s'intéresser aux problèmes élémentaires.

Par ailleurs, il est attendu d'un élève de fin de cycle 1 de :

*Commencer à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajouts ou de retrait, de produit ou de partage ( les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 10 ). (MEN, 2021, p. 16)*

Finalement, il paraît essentiel d'enseigner la résolution de problème. Ainsi, on s'interroge sur la nature d'un problème et les étapes de résolution.

---

<sup>16</sup> MEN. (2021). Programme d'enseignement à l'école maternelle (Bulletin officiel n°25 du 24-6-2021), p.15-16.

<sup>17</sup> Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école, *Grand N*, 100, 59-78.

L'équipe de Briand se réfère à la définition de Brun datant de 1990 :

*Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est-à-dire aussi pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple.*

C'est à l'enseignant que revient la tâche de construire et conduire cette situation d'apprentissage de résolution de problème, comme le précise T. Dias dans son article dans Grand N<sup>18</sup> :

*Sa principale fonction est celle de l'étayage raisonné pour la réussite des différents moments de la séance :*

- *Mise en scène et enrichissement du milieu matériel pour la réussite de la dévolution ;*
- *Accompagnement des travaux de groupe par des interventions localisées et adaptées aux difficultés rencontrées et aux conceptions des « chercheurs » ;*
- *Aide à la formulation ou à la reformulation langagière ;*
- *Maintien dans l'activité scientifique en garantissant ses codes : respect de la contradiction, souci de la validation, recherche de la preuve, formulation orientée vers le questionnement.*

*C'est donc un nouveau type de contrat qui est à l'œuvre dans la classe du fait de ce changement de posture. Un contrat qui ne tient plus dans une transmission unilatérale d'un savoir et qui permet une libre*

---

<sup>18</sup> Dias, T. (2009). La dimension expérimentale en mathématiques : un exemple avec la situation des polyèdres. Grand N, 83, 63-83.

*expression expérimentale nécessaire dans la construction des connaissances du domaine scientifique.*

Ces gestes professionnels doivent être mis en œuvre au long des phases que va vivre l'élève dans sa tâche de résolution de problème.

Selon Vergnaud<sup>19</sup>, une situation problème est une *situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification, pour produire une solution*. Ainsi, les élèves doivent s'appropriier le problème et se le représenter : il s'agit du processus de dévolution. Puis, il va émettre des hypothèses, tatonner et élaborer une stratégie de résolution. Enfin, l'élève va mettre en œuvre la stratégie puis la transcrire. Dans le cas de la maternelle, cette transcription se fera majoritairement à l'oral.

## ii. Typologie de Vergnaud

Le mathématicien et psychologue G. Vergnaud explique que les enseignants doivent créer le milieu de la situation afin qu'elle permette aux élèves d'étendre la signification qu'ils ont d'un concept et d'éprouver leurs compétences et leurs conceptions. Il considère comme essentiel, pour comprendre le développement et l'appropriation des connaissances, d'étudier des ensembles assez vastes de situations et de concepts, c'est-à-dire des champs conceptuels.

Dans notre mémoire, nous nous intéresserons au champ conceptuel des structures additives. Ce dernier recouvre l'ensemble des problèmes que l'addition et la soustraction permettent de résoudre efficacement, l'ensemble des résultats connus, des procédures, mais également l'ensemble des techniques qui permettent de travailler avec ces deux opérations, l'ensemble

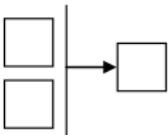
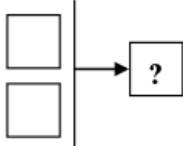
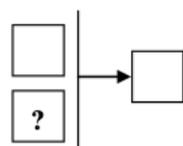
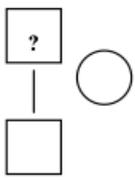
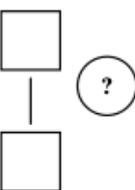
---

<sup>19</sup> Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple : les structures additives\*. Grand N, 38, 21-40.

des définitions, propriétés, théorèmes (implicitement utilisés et non formalisés à l'école primaire) qui permettent de justifier les techniques. Enfin, ce champ conceptuel englobe l'ensemble des formes langagières orales/écrites qui permettent de les représenter : mots, schémas, représentations, notations.

Selon Vergnaud, ce n'est pas l'opération en jeu qui définit la difficulté d'un problème mais la structure même du problème, c'est pourquoi il a mis en évidence quatre catégories de problèmes relevant du champ additif.

**Tableau de classification des problèmes selon G. Vergnaud**

LE CHAMP ADDITIF			
Catégories de problèmes		Types de problèmes	
Composition d'états		$eeE$ <b>Recherche du composé (addition)</b> <i>Dans un bouquet, il y a 4 roses et 3 iris. Combien y a-t-il de fleurs ?</i>	
		$eEe$ <b>Recherche d'une partie (soustraction)</b> <i>Dans un bouquet de 7 fleurs composé d'iris et de roses, il y a 3 iris. Combien y a-t-il de roses ?</i>	
Comparaison d'états		$Ec+e$ ou $Ec-e$ <b>Recherche de l'un des états (+ ou -)</b> <i>J'ai 5 fleurs, j'en ai 3 de plus que ma sœur. Combien en a-t-elle ?</i>	
		$eC+e$ ou $eC-e$ <b>Recherche de la comparaison (+ ou -)</b> <i>Mon bouquet vaut 9 € chez un fleuriste et 12€ chez un autre. De combien est-il plus cher chez le deuxième fleuriste ?</i>	

Transformation d'un état		<p>et+E ou et-E</p> <p><b>Recherche de l'état final (+ ou -)</b></p> <p><i>Je suis sur la case 9, je recule de 4 cases. Où vais-je arriver ?</i></p>	
		<p>Et+e ou Et-e</p> <p><b>Recherche de l'état initial (+ ou -)</b></p> <p><i>J'avance de 4 cases et j'arrive sur la 9...D'où suis-je partie ?</i></p>	
		<p>eT+e ou eT-e</p> <p><b>Recherche de la transformation (+ ou -)</b></p> <p><i>J'étais sur la case 5 au début de la partie et maintenant je suis sur la case 9. De combien de cases ai-je avancé ?</i></p>	
Composition de transformations		<p>ttT</p> <p><b>Recherche de la transformation composée (+ ou -)</b></p> <p><i>À la première partie je gagne 5 billes, à la deuxième, j'en perds 3. En ai-je gagné ou perdu ? Combien ?</i></p>	
		<p>Ttt ou tTt</p> <p><b>Recherche de l'une des composantes (+ ou -)</b></p> <p><i>Aujourd'hui, j'ai dépensé 10€. Ce matin, j'ai dépensé 4€. Combien ai-je dépensé cet après-midi ?</i></p>	

Dans notre mémoire, nous nous focaliserons sur deux de ces catégories établies par G. Vergnaud : les *problèmes de composition d'états* et les *problèmes de transformation d'états*.

### iii. La place de la manipulation dans la résolution de problèmes

Comme indiqué dès l'introduction, la manipulation d'un matériel varié est préconisée dans la partie des programmes concernant la résolution de problèmes.

D'une part, le milieu matériel mis en place par l'enseignant pour construire sa situation va faciliter la dévolution du problème. D'autre part, la manipulation permet aux élèves de recommencer aisément et donc de recourir à des procédures d'essais-erreurs. Néanmoins, il est nécessaire que l'action soit réfléchie et motivée par une intention afin de construire un apprentissage, en d'autres termes que la manipulation soit active. Chaque erreur doit servir l'essai suivant.

## 3. Le nombre en maternelle

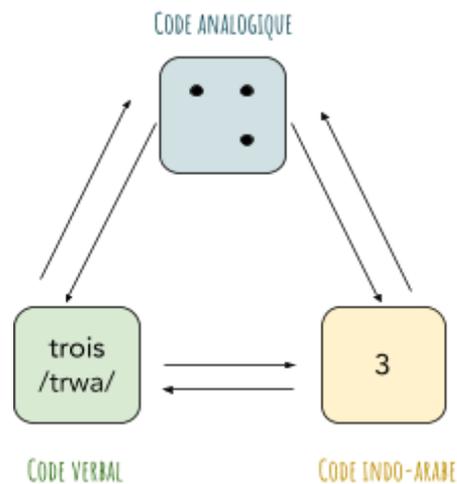
### i. Représentations du nombre

Le psychologue cognitiviste et neuroscientifique français, Stanislas Dehaene, préside le conseil scientifique de l'Éducation Nationale. Ce conseil a pour but d'apporter aux enseignants une base plus scientifique aux processus d'apprentissage. Avec Cohen, ils ont proposé *le modèle du triple code* pour rendre compte du traitement des nombres et des quantités. On considère qu'il s'agit aujourd'hui du modèle théorique de référence.

Dans ce modèle<sup>20</sup>, le traitement du nombre mobilise trois systèmes de représentation : un *code « oral »*, un *code « analogique »* et un *code « arabe »*. Ils fonctionnent indépendamment, mais entretiennent des relations étroites les uns avec les autres. Chacun de ces modules serait associé à des réseaux de neurones différents dans le cerveau.

---

<sup>20</sup> Dehaene, S., Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120. p. 85



*Schéma représentatif du triple code de Dehaene, inspiré et traduit à partir de la figure 1 "A simplified diagram of the triple-code model of number processing" (Dehaene, S., Cohen, L., 1995, p. 85)*

Le code analogique est un code non symbolique. Il correspond à la capacité innée de traiter les quantités représentées par des objets. Trois processus permettent de traiter ces quantités : *la reconnaissance des constellations, le subitizing et l'estimation.*

Le code verbal et le code arabe sont des codes symboliques. Il s'agit du fait de représenter le nombre par un mot ("trois") ou par un symbole (avec l'écriture chiffrée, "3").

Ces codes correspondent aux 3 modes de représentation du nombre que présentent Margolinas et Wozniak<sup>21</sup> dans le chapitre 5 de leur ouvrage : *la représentation parlée* (mots-nombres), *la représentation figurée* (gestes et signes écrits) et *la représentation écrite* (écritures chiffrées). Par ailleurs, elles rappellent également l'importance de ne pas limiter l'apprentissage de la comptine numérique au comptage (le risque étant d'aboutir au comptage-numérotage) et de l'employer dans des contextes différents, pour repérer la position par exemple, ou la quantité.

<sup>21</sup> Margolinas, C., Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique.* De Boeck, chap. 5.

## ii. Aspects du nombre

Le dictionnaire Larousse définit le nombre comme :

*Une notion fondamentale des mathématiques dérivant du besoin de dénombrer, de classer des objets ou de mesurer des grandeurs, mais qui ne peut faire l'objet d'une définition stricte. (Larousse, 2021)*

En d'autres termes, un nombre est un concept permettant d'évaluer et de comparer des quantités ou des mesures, mais aussi d'ordonner ou nommer des éléments par une numérotation.

Ainsi, le nombre a plusieurs usages : un usage ordinal et un usage cardinal. L'école maternelle a pour objectif de faire comprendre aux élèves que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (cardinal), d'exprimer une mesure et d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (ordinal). Brissiaud considère que :

*L'usage cardinal des nombres est le plus important car c'est celui qui permet de comprendre comment les quantités sont reliées entre elles, c'est-à-dire de construire le nombre. Pour désigner des rangs, en revanche, on ne fait qu'utiliser le nombre qui a été construit en contexte cardinal. Avec les élèves, il est d'ailleurs préférable de parler des positions et des rangs en utilisant les mots [premier] [deuxième], ceux que la grammaire qualifie d'ordinaux. (Brissiaud, 2005)*

Dans les situations de notre mémoire, l'aspect du nombre pourra constituer une variable didactique. Quel que soit le contexte autour du nombre, les élèves accèdent au nombre en employant des procédures de comptage.

### iii. Distinction entre compter et dénombrer

D'après Margolinas et Wozniak<sup>22</sup>, les procédures possibles pour les élèves afin d'appréhender la quantité sont : le *hasard*, à travers la *perception* (pour une petite quantité), avec une *collection intermédiaire* (doigts ou jetons), la *correspondance terme à terme* ou le *dénombrement*, avec *l'usage de la comptine numérique segmentée comme collection intermédiaire*, mais également avec la mise en place d'une *organisation spatiale connue* (constellation) ou en recourant à l'écrit pour la mémoriser...

Parmi ces procédures, Brissiaud<sup>23</sup> distingue le *comptage-numérotage* et le *comptage-dénombrement* parce qu'elles ne font pas le même usage des mots-nombres. La stratégie à privilégier dans le contexte additif de notre mémoire est celle du comptage-dénombrement. Effectivement, les programmes actuels du cycle 1<sup>24</sup> mettent en garde sur les activités de dénombrement : elles doivent clairement faire apparaître lors de l'énumération que les mots-nombres désignent la quantité qui vient d'être formée pour éviter le comptage-numérotage. L'objectif visé est que les élèves comprennent "*que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant ou en reculant d'une unité dans la suite des noms de nombres*" (MEN, 2021, p.16).

Le **comptage-numérotage** conduit l'enfant à concevoir les éléments successivement pointés avec le doigt comme « le un », « le deux », « le trois »... Les mots prononcés sont alors des sortes de numéros renvoyant chacun à un élément et un seul. Cette stratégie privilégie l'aspect ordinal du nombre. C'est le comptage au sens commun, qui est transmis en dehors du contexte scolaire. Par exemple, pour dénombrer une collection de 3 objets, l'enfant

---

<sup>22</sup> Margolinas, C., Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique*. De Boeck, chap. 1.

<sup>23</sup> Brissiaud, R. (2005). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Retz.

<sup>24</sup> MEN. (2021). Programme d'enseignement à l'école maternelle (Bulletin officiel n°25 du 24-6-2021). p.16.

pointe le premier objet et dit « un », puis il pointe le deuxième objet et dit « deux » et enfin, il pointe le troisième objet et dit « trois ». Ainsi, pour l'enfant 3 correspond au troisième objet pointé.

Le dénombrement par comptage nécessite la maîtrise des 5 principes de Gelman (1983)<sup>25</sup> :

- *Principe de correspondance terme à terme* : à chaque unité on fait correspondre un seul mot-nombre.
- *Principe de suite stable* : la suite des mots nombres est une liste fixe sans fin qui grandit.
- *Principe cardinal* : le dernier mot nombre prononcé désigne le cardinal de l'ensemble.
- *Principe de l'indifférence de l'ordre* : les unités peuvent être comptées dans n'importe quel ordre.
- *Principe d'abstraction* : toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble.

Notons que cette vision est controversée, certains chercheurs ne considèrent pas que l'isolement du dernier mot nombre (principe cardinal) témoigne d'une compréhension de la quantité, car cela demande une certaine maturation. Ils considèrent qu'il s'agit d'un processus automatisé par l'enfant pour répondre à la question "Combien de...?".

Le **comptage-dénombrement** associe au mot prononcé l'ensemble des éléments correspondants. Chaque mot prononcé désigne une nouvelle quantité, celle qui résulte de l'ajout d'une unité supplémentaire. On nomme ce phénomène *l'itération de l'unité*. La correspondance terme à terme n'est pas réalisée entre un mot nombre énoncé et un élément, mais entre chaque mot nombre énoncé et la pluralité des unités déjà énumérées. Par exemple, pour dénombrer une collection de trois objets, l'enfant dit « un » en montrant le premier objet, « deux » non pas lorsqu'il touche le deuxième objet mais quand

---

<sup>25</sup> Brissiaud, R. (2005). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Retz, p.266.

la collection de 2 objets est formée. Idem pour le « trois ». Pour l'enfant, "2" est le résultat de "1 et encore 1", "3" de "2 et encore 1".

De plus, le comptage-dénombrement implique de travailler les décompositions des nombres. Ainsi, les élèves disposent de plusieurs connaissances pour résoudre des situations du champ additif. Par exemple, pour calculer  $7+5$  dans un problème contextualisé, le complément à 10 de 7 est 3, et celui de 5 c'est 3 et encore 2, donc 10 et 2 font 12, tandis que le comptage-numérotage encourage à compter (ou surcompter) sur ses doigts. Dans ce cas, pour calculer  $7 + 5$ , l'enfant récite intérieurement 8, 9, 10, 11, 12 en évoquant des doigts imaginaires ou en les utilisant.

#### 4. Cadre théorique

Pour cette partie de présentation du cadre théorique, nous nous appuyerons sur le glossaire de Brousseau sur la théorie des situations didactiques<sup>26</sup>.

##### i. La théorie des situations didactiques

Notre mémoire de recherche s'inscrit dans le cadre de la théorie des situations didactiques de Brousseau. En effet, elle définit des concepts qui nous seront utiles pour construire nos situations à tester et les analyser. Dans la théorie des situations, une situation modélise les enjeux et les possibilités de décision d'un actant dans un certain milieu. Elle est choisie afin de contraindre la stratégie de résolution à une certaine connaissance mathématique.

##### ii. Le milieu d'une situation

*L'enseignant n'a pas pour mission d'obtenir des élèves qu'ils apprennent, mais bien de faire en sorte qu'ils puissent apprendre. Il a pour tâche, non la prise en charge de l'apprentissage - ce qui demeure hors de son*

---

<sup>26</sup> Brousseau, G. (2010). *Glossaire*.

*pouvoir - mais la prise en charge de la création des conditions de possibilité de l'apprentissage.*<sup>27</sup> (Chevallard, 1986)

En effet, en tant qu'enseignant, on doit penser le milieu des situations. Dans son glossaire, Brousseau définit le milieu comme *“le système antagoniste de l'actant, tout ce qui agit sur lui ou ce sur quoi il agit”*. Les trois caractéristiques d'un tel milieu sont rapportées par Salin<sup>28</sup> :

*La première est que le milieu doit être porteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres afin de permettre l'adaptation de l'élève. Puis, la seconde est que le milieu doit développer l'autonomie de l'élève dans ses apprentissages. Enfin, la dernière est que le milieu doit collaborer à la maîtrise de savoirs mathématiques identifiés comme tels.*  
(Salin, 2002, p. 114)

C'est à l'enseignant que revient la responsabilité d'installer ce milieu, il l'organise de sorte à ce que l'action de l'élève ne soit produite et justifiée que par les nécessités du milieu et par ses connaissances, et non par l'interprétation des procédés didactiques du professeur. L'objectif est que l'élève s'approprie le problème posé par le milieu. Il s'agit du processus appelé dévolution.

Ainsi, se crée entre l'enseignant et l'élève un contrat que Brousseau nomme *“contrat didactique”*. Il le définit comme *« l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et de l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. »*. Il expose les règles implicites ou explicites qui régissent le partage des responsabilités entre l'enseignant et l'élève, relatives au savoir mobilisé ou structuré. De plus, le contrat didactique comprend des paradoxes qui le rendent intenable, tels que l'effet Topaze ou l'effet Jourdain. Si l'enseignant *“négocie à la baisse les*

---

<sup>27</sup> Chevallard Y . (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée sauvage.

<sup>28</sup> Salin, M.H. (2002). Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (2002). Actes de la 11ème Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques, 111-124. La pensée sauvage.

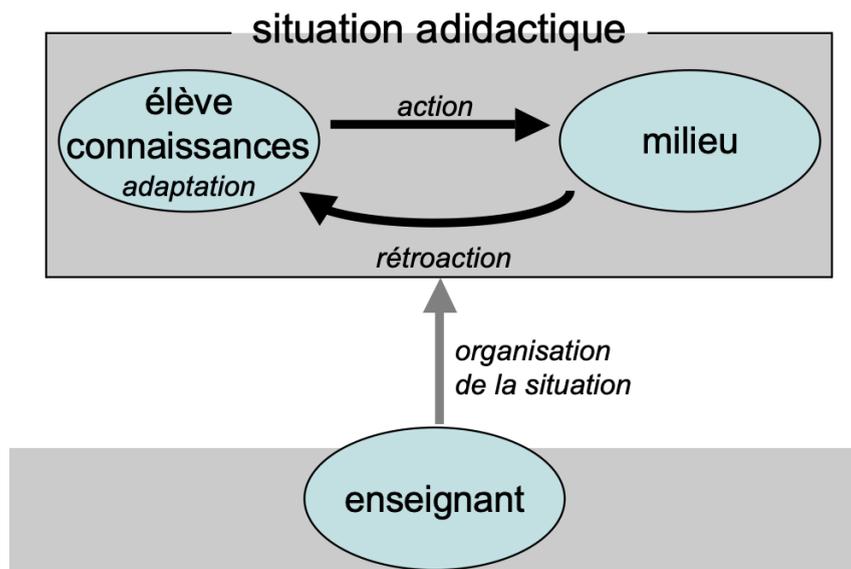
*conditions dans lesquelles l'élève finit par donner la réponse attendue*” il prend en charge l'essentiel du travail : il s'agit de l'effet Topaze tel que Brousseau le définit. Ensuite, si l'enseignant admet reconnaître l'indice d'une connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses de l'élève afin d'éviter le débat, c'est une forme d'effet Topaze.

### iii. Typologie des situations didactiques

Le terme de situation désigne *l'ensemble des relations et rôles réciproques d'un sujet avec un milieu*, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Les situations peuvent être :

- *didactique* : l'enseignant organise un dispositif qui manifeste son intention de modifier ou faire naître les connaissances de l'élève (objectif d'enseignement) ;
- *non didactique* : l'évolution de l'élève n'est soumise à aucune intervention didactique mais peut tout de même servir un projet didactique ;
- *adidactique* : l'élève s'approprie le problème posé, non plus en tant que travail de l'élève, mais en tant que tâche du mathématicien en herbe via un processus de dévolution. Comme l'explique Brousseau dans les situations adidactiques « *Le maître se refuse à intervenir comme possesseur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation* ».

Dans notre mémoire, nous mettrons en place des situations adidactiques qui privilégient l'action de l'élève. C'est à l'enseignant de créer les conditions favorisant cette mise en action, et c'est lors de l'analyse a priori que l'enseignant pense ces conditions et prévoit le milieu.



*Schéma représentatif de l'organisation d'une situation adidactique selon la définition de Brousseau (extrait d'un cours de l'INRP)*

Brousseau pose comme principe que toute connaissance mathématique est caractérisée par une situation fondamentale qui, par le biais de variables didactiques, engendre un ensemble de situations.

En outre, la théorie des situations didactiques classe les situations selon leur structure : action, formulation, validation... Les *situations d'action* sont des situations dans lesquelles la connaissance du sujet se manifeste par des actions sur le milieu qui lui répond de façon antagoniste. Ensuite, dans les *situations de formulation*, la connaissance permet de transformer l'information. Il est nécessaire de créer le milieu en contraignant la manipulation directe (contrainte spatiale ou temporelle) pour imposer la communication (orale ou écrite). Enfin, les *situations de validation* sont des situations dans lesquelles on cherche à prouver un résultat à plusieurs. Les sujets doivent établir ensemble explicitement cette validité.

L'enseignant doit donc penser le milieu afin d'induire ces différentes situations lors de la préparation de la classe.

#### iv. L'analyse a priori

L'analyse a priori d'une situation d'apprentissage est un outil indispensable pour l'enseignant. Elle permet de répondre aux questions qu'il se pose lors de la conception de la situation :

- Objectif d'apprentissage visé
- Compétences travaillées
- Variables pédagogiques (modalités d'organisation de la classe, place de l'intervention de l'enseignant...)
- Anticipation des procédures possibles chez les élèves
- Anticipation des difficultés des élèves, des erreurs qu'ils peuvent commettre
- Éléments de remédiation possibles
- Variables didactiques de la situation et leurs effets sur les procédures des élèves (la procédure visée est-elle l'outil pertinent pour résoudre le problème posé ?)

Notons que l'utilisation de ressources pédagogiques peut aider à définir et à compléter ces variables.

Thierry Dias, dans un article publié sur Grand N<sup>29</sup>, propose une trame d'analyse a priori d'une situation. Selon lui, il faut déterminer en amont les *enjeux mathématiques* (quel type de problème, quelle connaissance(s) mathématique(s), quel(s) obstacle(s) prévisible(s)), les *enjeux didactiques* (connaissances lexicales...), une *analyse des savoirs visés*, les *acquis initiaux* des élèves et les *conceptions ou les représentations* des élèves...

Pour conclure, l'analyse a priori est un outil pour concevoir des situations, mais également pour analyser les situations mises en place. Nous nous servirons de cet outil afin d'analyser nos situations de problèmes mises en place dans le cadre de ce mémoire et de l'impact de la manipulation. Ainsi, nous comparerons ce qui avait été anticipé et ce qui s'est réellement passé.

---

<sup>29</sup> Dias, T. (2009). La dimension expérimentale en mathématiques : un exemple avec la situation des polyèdres. Grand N, 83, 63-83.

## 5. Problématique

### i. Question de recherche

Comme mentionnée dans l'introduction, notre question de recherche est la suivante : **Dans quelle mesure les conditions matérielles de manipulation influent-elles sur les procédures et la réussite des élèves lors de la résolution de problèmes additifs au Cycle 1 ?**

Nous savons que l'utilisation de la manipulation est préconisée par les programmes mais qu'il faut penser le milieu afin de le contraindre et rendre la manipulation active. De plus, nous pouvons utiliser des ressources pédagogiques, bien qu'au regard de la multitude de situations proposées, il est important de se questionner sur les modalités qui rendront service à notre objectif d'apprentissage. Notre partie théorique permet en effet d'explicitier cette question en sous-questions :

- Le type de situation influe-t-il sur les procédures des élèves ?
- Les élèves ont-ils plus de facilités à résoudre les problèmes de composition de mesures ou ceux de transformation d'états ?
- Quelles procédures privilégient-ils selon le type de problème ?
- En quoi la nature du matériel de manipulation a-t-elle une influence sur la résolution de problèmes ?
- Que doit faire l'enseignant pour faciliter les apprentissages (fait, dit, fait faire et fait dire) ?
- Quel est l'écart entre ce que les élèves sont capables de faire et ce qu'ils sont capables de dire qu'ils ont fait ?
- L'organisation de la situation permet-elle à chaque enfant d'être confronté au problème et de faire des tentatives ?

## ii. Hypothèses de recherche

Au regard de nos lectures et nos recherches, nous avons établi des hypothèses pour répondre à nos sous-questions de recherche.

Il semblerait que le milieu et donc les conditions matérielles aient un réel impact sur les procédures des élèves. En effet, si le matériel n'est pas pensé par l'enseignant pour contraindre certaines procédures, alors, l'élève risque d'employer des procédures non-expertes pour résoudre le problème et donc de ne pas atteindre l'objectif d'apprentissage visé.

En outre, la catégorie du problème posé (selon la typologie de Vergnaud) semble également influencer la réussite des élèves. Après avoir recherché dans trois ressources pédagogiques différentes (Retz, Hatier et Accès), nous nous sommes aperçu qu'ils proposaient davantage de problèmes de composition de mesures que de problèmes de transformation d'états. Puis lorsqu'ils proposent les deux, selon la progression des manuels, les problèmes de transformation font suite à ceux de composition. Cette proposition de progression nous laisse penser que les problèmes de composition sont plus faciles pour les élèves, et que finalement, les types de situations influent sur les procédures et donc les réussites des élèves.

## II. Partie méthodologique

### 1. Conditions d'expérimentation

Les expérimentations que nous avons menées concernent vingt-quatre élèves de grande section appartenant à deux classes différentes. Celles-ci sont localisées à Bruguières (31150) et Rouffiac-Tolosan (31180) et présentent un public de catégorie socio-culturelle similaire.

Les tests proposés sont issus de trois manuels destinés à des élèves de grande section : Vers les maths GS (Accès), Découvrir les maths GS (Hatier), Enseigner le nombre à l'école maternelle (Retz). Les élèves étaient répartis en groupes réduits (quatre à cinq). Ces tests se sont déroulés au cours des mêmes semaines de la troisième période (semaines 2, 3, 6, 7) dans les deux classes et ont mobilisé les mêmes conditions matérielles, mais aussi les mêmes consignes et un étayage similaire. Les données récoltées (observation directe et prise de notes) ont ensuite été toutes mises en correspondance pour être analysées.

### 2. Identification des types de situations proposés dans trois ressources différentes (Accès, Hatier et Retz)

Afin de définir les tests à réaliser, une analyse des trois ressources choisies a dû être établie pour en extraire des situations problèmes.

Dans le manuel Vers les maths GS, nous avons choisi de tester trois situations. La première, intitulée "Problèmes de lapins" et "Le jeu des lapins" (regroupés sous le nom "Les lapins et les terriers" dans notre tableur), vise l'apprentissage des décompositions du nombre cinq. Il s'agit d'un *problème de composition où la recherche se porte sur une partie de celle-ci*. La deuxième est "La tirelire". Celle-ci porte sur l'anticipation d'un ajout ou d'un retrait avec des quantités ne dépassant pas dix. Il s'agit d'un *problème de transformation* (qui peut être positive ou négative selon l'étape de l'unité d'apprentissage) *dont la recherche vise l'état final* de celle-ci. Enfin, la troisième unité d'apprentissage, "Ajouter - Retirer" (" Les gâteaux d'anniversaire" dans notre tableur), concerne

l'ajout ou le retrait d'éléments à une collection pour obtenir un nombre donné. Il s'agit d'un *problème de transformation* (positive ou négative selon l'étape de l'unité d'apprentissage) où la *transformation est recherchée* (lorsque l'état initial et l'état final sont connus).

Nous avons, par ailleurs, extrait une unité d'apprentissage du manuel Découvrir les maths GS. Il s'agit de la situation "Le dortoir", qui vise l'apprentissage des décompositions du nombre dix. Il s'agit d'un *problème de composition* où la recherche se porte sur une partie de celle-ci.

Enfin, nous avons choisi de nous appuyer sur trois unités d'apprentissage du manuel Enseigner le nombre à l'école maternelle. Celles-ci n'ont pas de titre comme dans les manuels précédents mais sont numérotées, c'est donc ainsi que nous les désignerons. La première est la séquence n°17 et vise le calcul de la quantité de la réunion de deux collections. Il s'agit de *problèmes de composition* où la recherche se porte sur le tout formé par deux parties (deux dés). La deuxième est la séquence n°18. Celle-ci porte sur le calcul de la quantité d'une collection, et il s'agit, ici, de *problèmes de transformation* (qui peuvent être positives ou négatives selon la séance de l'unité d'apprentissage) dont la recherche vise l'état final de celle-ci. Enfin, la troisième unité d'apprentissage, la séquence n°19, concerne le calcul de la transformation d'une collection. Il s'agit de *problèmes de transformation* (positives ou négatives selon la séance de l'unité d'apprentissage) où la *transformation est recherchée* (lorsque l'état initial et l'état final sont connus).

Une fois les situations-problèmes mises en évidence, il a été nécessaire d'identifier, pour chacune, les différentes variables didactiques en jeu. Un tableur a été créé pour avoir une vision globale de ces variables et permettre une première comparaison. A la suite de ce relevé, nous avons pu proposer différents tests conduisant au changement d'une seule des variables didactiques identifiées à la fois, et également étoffer les situations initialement proposées dans les manuels afin de tester davantage de variables. Cela nous a permis, une fois les tests conduits, d'être en mesure d'analyser les choix présents dans ces situations et leur pertinence.

### 3. Identification des variables didactiques (type de problèmes et de sous-problèmes, matériel...)

Le tableur a été imaginé en relevant les variables didactiques identifiées dans les trois manuels analysés. Celui-ci présente différentes valeurs associées à ces critères, mais aussi le type de problème mis en évidence ainsi que la sous-catégorie de ce problème, en fonction de l'orientation de la recherche (pour un problème de composition : recherche de la partie ou du tout ; pour un problème de transformation : recherche de l'état final ou de la transformation). Les cases marquées d'un " ° " sont celles pour lesquelles, dans la situation analysée, le critère relevé n'est pas présent.

	Les lapins et les terriers	La tirelire	Les gâteaux d'anniversaire
Type de problème : transformation, composition	composition	transformation	transformation
> Si transformation : positive, négative	°	positive et négative	positive et négative
> Recherche : état final, transformation, partie, tout	partie	état final	transformation
Valeurs numériques ( min - max )	0-5	0-10	0-10
Représentation du nombre : chiffrée, analogique, verbale	Analogique : matériel puis schéma	Analogique ( matériel )	Analogique ( matériel ) puis schéma
Type de matériel : identique à l'énoncé, différent de l'énoncé ( nature ), accès à une bande numérique	Identique à l'énoncé puis différent ( jetons )	Identique à l'énoncé	Identique à l'énoncé puis aucun
Quantité de matériel : identique à l'énoncé, plus que dans l'énoncé, uniquement pour une des deux collections	Identique à l'énoncé ( énoncé représenté avec le matériel )	Identique à l'énoncé ( énoncé représenté avec le matériel )	Identique à l'énoncé puis aucune
Accès au matériel : visible ou non	Matériel visible en partie	Matériel non-visible	Matériel visible
Eloignement du matériel : temps, espace	°	°	°
Caractère déplaçable du matériel	Non-déplaçable	Non-déplaçable	Déplaçable puis non-déplaçable
Action sur le matériel : directe, demande	°	°	Directe
Si schéma : annotation	Annotation impossible mais schématisation par l'élève	°	Annotation possible

*Trois situations proposées dans le manuel Vers les maths GS (Accès)*

	<b>Le dortoir</b>
<b>Type de problème</b> : transformation, composition	composition
> <b>Si transformation</b> : positive, négative	°
> <b>Recherche</b> : état final, transformation, partie, tout	partie
<b>Valeurs numériques</b> ( min - max )	0-10
<b>Représentation du nombre</b> : chiffrée, analogique, verbale	Analogique ( matériel )
<b>Type de matériel</b> : identique à l'énoncé, différent de l'énoncé ( nature ), accès à une bande numérique	Identique à l'énoncé
<b>Quantité de matériel</b> : identique à l'énoncé, plus que dans l'énoncé, uniquement pour une des deux collections	Identique à l'énoncé ( énoncé représenté avec le matériel )
<b>Accès au matériel</b> : visible ou non	Matériel visible en partie
<b>Eloignement du matériel</b> : temps, espace	°
<b>Caractère déplaçable</b> du matériel	Non-déplaçable
Action sur le matériel : directe, demande	°
<b>Si schéma</b> : annotation	°

*Une situation proposée dans le manuel Découvrir les maths GS (Hatier)*

	<b>Séquence 17</b>	<b>Séquence 18</b>	<b>Séquence 19</b>
<b>Type de problème</b> : transformation, composition	composition	transformation	transformation
> <b>Si transformation</b> : positive, négative	°	positive et négative	positive et négative
> <b>Recherche</b> : état final, transformation, partie, tout	tout	état final	transformation
<b>Valeurs numériques</b> ( min - max )	0-10		1-8 2-6 ( au choix du PE )
<b>Représentation du nombre</b> : chiffrée, analogique, verbale	Analogique ( dé ) puis chiffrée	Analogique ( matériel ) et verbale et chiffrée ( étiquette ) puis analogique ( schéma ) et chiffrée	Analogique ( matériel ) et verbale et chiffrée ( étiquette )
<b>Type de matériel</b> : identique à l'énoncé, différent de l'énoncé ( nature ), accès à une bande numérique	Dés avec constellations de points sans le 6 puis avec écritures chiffrées	Identique à l'énoncé puis si les élèves réussissent facilement différent de l'énoncé ( jetons )	Identique à l'énoncé
<b>Quantité de matériel</b> : identique à l'énoncé, plus que dans l'énoncé, uniquement pour une des deux collections	Identique à l'énoncé	Plus que dans l'énoncé	Plus que dans l'énoncé
<b>Accès au matériel</b> : visible ou non	Matériel visible	Matériel visible en partie ( PE ) totalement visible ( élève )	Matériel visible
<b>Eloignement du matériel</b> : temps, espace	°	°	°
<b>Caractère déplaçable</b> du matériel	Déplaçable	Déplaçable	Déplaçable
Action sur le matériel : directe, demande	Directe	Directe	Directe
<b>Si schéma</b> : annotation	°	Annotation possible	°

*Trois situations proposées dans le manuel Enseigner le nombre à l'école maternelle (Retz)*

#### 4. Organisation des tests au sein des groupes

<b>Classe de Camille : 9 élèves de Grande Section</b>	
<b>Groupe 1</b>	<b>Groupe 2</b>
<p><b>Lapins et terriers</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (restitution orale et disposition en constellation)</li> <li>- Test 2 (restitution orale et disposition atypique)</li> <li>- Test 3 (frise numérique et disposition en constellation)</li> <li>- Test 4 (papier et crayon et disposition en constellation)</li> </ul>	<p><b>Lapins et terriers</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (restitution orale et disposition en constellation)</li> <li>- Test 6 (frise numérique et disposition en constellation)</li> <li>- Test 7 (papier et crayon et disposition en constellation)</li> </ul>
<p><b>Dortoir</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (restitution orale et disposition en rangées)</li> <li>- Test 6 (frise numérique et disposition en rangées)</li> <li>- Test 7 (papier et crayon et disposition en rangées)</li> </ul>	<p><b>Dortoir</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (restitution orale et disposition en rangées)</li> <li>- Test 2 (restitution orale et disposition atypique)</li> <li>- Test 3 (frise numérique et disposition en rangées)</li> <li>- Test 4 (papier et crayon et disposition en rangées)</li> </ul>
<p><b>Séquence 17 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (2 dés constellation)</li> </ul>	<p><b>Séquence 17 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 2 (2 dés écriture chiffrée)</li> </ul>
<p><b>Tirelire : Transformation positive</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (frise numérique)</li> <li>- Test 3 (papier et crayon)</li> <li>- Test 4 (pas de matériel)</li> </ul>	<p><b>Tirelire : Transformation négative</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (frise numérique)</li> <li>- Test 3 (papier et crayon)</li> <li>- Test 4 (pas de matériel)</li> </ul>
<p><b>Séquence 18 de Retz : Transformation négative</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (matériel non-congruent à disposition)</li> <li>- Test 3 (pas de matériel)</li> <li>- Test 7 (fiche et matériel congruent)</li> <li>- Test 8 (fiche et matériel non-congruent)</li> <li>- Test 9 (fiche et pas de matériel)</li> </ul>	<p><b>Séquence 18 RETZ : Transformation positive</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (matériel non-congruent à disposition)</li> <li>- Test 3 (pas de matériel)</li> <li>- Test 4 (fiche et matériel congruent)</li> <li>- Test 5 (fiche et matériel non-congruent)</li> <li>- Test 6 (fiche et pas de matériel)</li> </ul>
<p><b>Les gâteaux d'anniversaire : transformation positive et négative avec matériel</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (transformation positive et disposition en constellation)</li> <li>- Test 2 (transformation positive et disposition atypique)</li> <li>- Test 3 (transformation négative et disposition en constellation)</li> <li>- Test 4 (transformation négative et disposition atypique)</li> </ul>	

<p><b>Les gâteaux d'anniversaire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (transformation positive et fiche)</li> </ul>	<p><b>Les gâteaux d'anniversaire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 6 (transformation négative et fiche)</li> </ul>
<p><b>Séquence 19 de Retz</b> : Transformation positive</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (frise numérique)</li> <li>- Test 3 (papier et crayon)</li> </ul>	<p><b>Séquence 19 de Retz</b> : Transformation négative</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (frise numérique)</li> <li>- Test 3 (papier et crayon)</li> </ul>

<b>Classe de Alexane : 15 élèves de Grande Section</b>		
<b>Groupe 1</b>	<b>Groupe 2</b>	<b>Groupe 3</b>
<p><b>Lapins et terriers</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (restitution orale et disposition en constellation)</li> <li>- Test 2 (restitution orale et disposition atypique)</li> <li>- Test 3 (frise numérique et disposition en constellation)</li> <li>- Test 4 (papier et crayon et disposition en constellation)</li> </ul>	<p><b>Lapins et terriers</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (restitution orale et disposition en constellation)</li> <li>- Test 6 (frise numérique et disposition en constellation)</li> </ul>	<p><b>Lapins et terriers</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (restitution orale et disposition en constellation)</li> <li>- Test 7 (papier et crayon et disposition en constellation)</li> </ul>
<p><b>Dortoirs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (restitution orale et disposition en rangées)</li> <li>- Test 2 (restitution orale et disposition atypique)</li> <li>- Test 3 (frise numérique et disposition en rangées)</li> <li>- Test 4 (papier et crayon et disposition en rangées)</li> </ul>	<p><b>Dortoirs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (restitution orale et disposition en rangées)</li> <li>- Test 6 (frise numérique et disposition en rangées)</li> </ul>	<p><b>Dortoirs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 5 (restitution orale et disposition en rangées)</li> <li>- Test 7 (papier et crayon et disposition en rangées)</li> </ul>
<p><b>Séquence 17 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (2 dés constellation)</li> </ul>	<p><b>Séquence 17 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 2 (2 dés écriture chiffrée)</li> </ul>	<p><b>Séquence 17 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 3 (1 dé constellation et 1 dé écriture chiffrée)</li> </ul>
<p><b>Tirelire</b> : Transformations positive et négative</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 2 (frise numérique)</li> <li>- Test 4 (pas de matériel)</li> </ul>	<p><b>Tirelire</b> : Transformations positive et négative</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 4 (pas de matériel)</li> <li>-</li> </ul>	<p><b>Tirelire</b> : Transformations positive et négative</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 3 (papier et crayon)</li> </ul>

<p><b>Séquence 18 de Retz :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (matériel non-congruent à disposition)</li> <li>- Test 3 (pas de matériel)</li> </ul> <p>Transformation positive</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 4 (fiche et matériel congruent)</li> <li>- Test 5 (fiche et matériel non-congruent)</li> </ul>	<p><b>Séquence 18 de Retz :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (matériel non-congruent à disposition)</li> <li>- Test 3 (pas de matériel)</li> </ul> <p>Transformation positive</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 6 (fiche et pas de matériel)</li> </ul>	<p><b>Séquence 18 de Retz :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> <li>- Test 2 (matériel non-congruent à disposition)</li> <li>- Test 3 (pas de matériel)</li> </ul> <p>Transformation négative</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 7 (fiche et matériel congruent)</li> <li>- Test 8 (fiche et matériel non-congruent)</li> <li>- Test 9 (fiche et pas de matériel)</li> </ul>
<p><b>Les gâteaux d'anniversaire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (transformation positive et disposition en constellation)</li> <li>- Test 2 (transformation positive et disposition atypique)</li> <li>- Test 3 (transformation négative et disposition en constellation)</li> <li>- Test 4 (transformation négative et disposition atypique)</li> </ul>	<p><b>Les gâteaux d'anniversaire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (transformation positive et disposition en constellation)</li> <li>- Test 2 (transformation positive et disposition atypique)</li> <li>- Test 5 (transformation positive et fiche)</li> </ul>	<p><b>Les gâteaux d'anniversaire</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 3 (transformation négative et disposition en constellation)</li> <li>- Test 4 (transformation négative et disposition atypique)</li> <li>- Test 6 (transformation négative et fiche)</li> </ul>
<p><b>Séquence 19 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 (matériel congruent à disposition)</li> </ul>	<p><b>Séquence 19 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 2 (frise numérique)</li> </ul>	<p><b>Séquence 19 de Retz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 3 (papier et crayon)</li> </ul>

## 5. Analyse a priori

Nous nous sommes appuyées sur le questionnaire produit par Briand<sup>30</sup> pour effectuer une analyse a priori des situations extraites de ces ressources.

- *Y a-t-il bien un problème posé aux élèves ?*
- *Quel est le ou les savoirs visés ?*
- *Quelles sont les procédures possibles pour résoudre le problème ?*
- *L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves ?*
- *L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?*
- *Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué ? Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?*
- *La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ?*
- *La vérification du résultat est-elle confondue avec l'activité ?*
- *Peut-il recommencer en modifiant sa procédure ?*

Notre analyse a priori a permis de créer une fiche de préparation de séance associée à chacun des tests que nous avons imaginés et également d'autres documents support de notre expérimentation. Ainsi, chaque situation-problème a été déclinée en plusieurs tests. Dans chacun d'entre eux, le changement d'une variable à la fois mettra en évidence, lors de l'analyse, les variables qui auront eu un impact sur la mise en œuvre de différentes procédures par les élèves et leur efficacité sur la résolution du problème initial.

Les procédures que les élèves pourraient mobiliser afin de résoudre le problème proposé sont listées dans des grilles pour chacune des situations.

---

<sup>30</sup> Briand, J. (2019). *Place et rôle de la manipulation dans la construction du nombre et la résolution de problème aux cycles 1,2 et 3*. Conférence IFE.

Ainsi, chaque test est réfléchi en amont de sa réalisation et plusieurs documents sont produits pour l'accompagner :

- Une grille générale présentant les variables didactiques ainsi que le matériel spécifique à chaque test de l'unité d'apprentissage.
- Une grille générale présentant les procédures d'élèves possibles pour résoudre le problème pour chaque test de l'unité d'apprentissage.
- Une fiche de préparation de séance détaillant le déroulement du test et reprenant les procédures observables ainsi que le matériel à préparer et les modalités de travail des élèves. (cf annexes)

i. Unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (*Vers les maths GS, Accès*)

<b><u>Les lapins et les terriers</u></b>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, disposition en constellation du dé, restitution orale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du jardin et du terrier (<b>fiche-support</b> où 5 <b>choux</b> fabriqués avec du papier vert froissé ont été collés selon la constellation du dé)</li> <li>- <b>5 figurines de lapins</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier</li> </ul>
<b>Test 2</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, disposition atypique, restitution orale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du jardin et du terrier (<b>fiche-support</b> où 5 <b>choux</b> fabriqués avec du papier vert froissé ont été collés selon une disposition atypique)</li> <li>- <b>5 figurines de lapins</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier</li> </ul>
<b>Test 3</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, disposition en constellation du	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du jardin et du terrier (<b>fiche-support</b> où 5 <b>choux</b> fabriqués avec du papier vert froissé ont été collés selon la constellation du dé)</li> <li>- <b>5 jetons</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier</li> </ul>

	dé, matériel non-congruent à la disposition des élèves (frise numérique), restitution orale	- <b>5 frises numériques</b> (de 0 à 5)
<b>Test 4</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, disposition en constellation du dé, matériel non-congruent à la disposition des élèves (feuille de papier et crayon), restitution orale	- <b>Maquette</b> du jardin et du terrier ( <b>fiche-support</b> où 5 <b>choux</b> fabriqués avec du papier vert froissé ont été collés selon la constellation du dé) - <b>5 figurines de lapins</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier - <b>5 feuilles (A5)</b> - <b>5 crayons à papier</b>
<b>Test 5</b>	Matériel non congruent (jetons) contextualisé pour représenter la situation, disposition en constellation du dé, restitution orale	- <b>Schéma</b> du jardin et du terrier ( <b>fiche-support</b> séparée en deux par un trait vertical où 5 <b>gommettes</b> ont été collées selon la constellation du dé d'un côté) - <b>5 jetons</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier
<b>Test 6</b>	Matériel non congruent (jetons) contextualisé pour représenter la situation, disposition en constellation du dé, matériel non-congruent à la disposition des élèves (frise	- <b>Schéma</b> du jardin et du terrier ( <b>fiche-support</b> séparée en deux par un trait vertical où 5 <b>gommettes</b> ont été collées selon la constellation du dé d'un côté) - <b>5 jetons</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier - <b>5 frises numériques</b> (de 0 à 5)

	numérique), restitution orale	
<b>Test 7</b>	Matériel non congruent (jetons) contextualisé pour représenter la situation, disposition en constellation du dé, matériel non-congruent à la disposition des élèves (feuille de papier et crayon), restitution orale	- Schéma du jardin et du terrier <b>(fiche-support</b> séparée en deux par un trait vertical où 5 <b>gommettes</b> ont été collées selon la constellation du dé d'un côté) - <b>5 jetons</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier - <b>5 feuilles (A5)</b>

*Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers"*

<b>Unité d'apprentissage : Les lapins et les terriers</b>							
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7
<u>Pour définir le nombre de lapins visibles</u>							
Reconnaissance de la constellation du dé							
Correspondance terme à terme en utilisant ses doigts							
Correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique							
Subitizing							
<u>Pour définir le nombre de lapins cachés :</u>							
Surcomptage : les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles puis les élèves comptent le nombre de doigts à déplier pour qu'ils le soient							

tous → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre total de lapins, les enfants comptent le nombre de doigts à plier pour qu'il reste autant de doigts levés que de lapins visibles → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total), ils plient ensuite autant de doigts que de lapins visibles puis comptent le nombre de doigts dépliés restants (lapins cachés) → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Décomptage : les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total) puis plient autant de doigts qu'il n'y a de lapins visibles en décomptant à partir de 5 → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation							
Si le jardin est visible : dénombrement des choux sans lapin / gommettes sans jeton							
Si le jardin n'est pas visible : représentation mentale de la constellation des choux et des lapins cachés							
Si la restitution se fait sous forme de schéma :							

utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis représentation schématiquement ou non des lapins (cercles / dessins) des deux sous-collections composant le nombre 5							
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis mobilisation de l'écriture chiffrée des deux sous-collections composant le nombre 5							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre de lapins visibles et compte le nombre de cases permettant d'atteindre 5 (surcomptage)							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5) et retire le nombre de lapins visibles (décomptage) pour obtenir le nombre de lapins cachés							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5) et compte le nombre de cases pour atteindre le nombre de lapins visibles (nombre trouvé = lapins cachés)							

*Procédures de résolution possibles : "Les lapins et les terriers"*

ii. Unité d'apprentissage "Les dortoirs" (*Découvrir les maths*  
GS, Hatier)

<b>Les dortoirs</b>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, "lits" disposés en 2 rangées de 5, restitution orale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du dortoir et de la salle de jeux (<b>fiche-support</b> où 10 lits fabriqués avec des rectangles de papier ont été collés en 2 rangées de 5)</li> <li>- <b>10 figurines de personnages</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu</li> </ul>
<b>Test 2</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, disposition atypique, restitution orale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du dortoir et de la salle de jeux (<b>fiche-support</b> où 10 lits fabriqués avec des rectangles de papier ont été collés)</li> <li>- <b>10 figurines de personnages</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu</li> </ul>
<b>Test 3</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, "lits" disposés en 2 rangées de 5, matériel non-congruent à la disposition des élèves (frise numérique), restitution orale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du dortoir et de la salle de jeux (<b>fiche-support</b> où 10 lits fabriqués avec des rectangles de papier ont été collés en 2 rangées de 5)</li> <li>- <b>10 figurines de personnages</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu</li> <li>- <b>5 frises numériques</b> (de 0 à 10)</li> </ul>
<b>Test 4</b>	Matériel congruent contextualisé pour représenter la situation, "lits"	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du dortoir et de la salle de jeux (<b>fiche-support</b> où 10 lits fabriqués avec des rectangles de papier ont été collés en 2 rangées de 5)</li> <li>- <b>10 figurines de personnages</b></li> </ul>

	disposés en 2 rangées de 5, matériel non-congruent à la disposition des élèves (feuille de papier et crayon), restitution orale	- <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu - <b>5 feuilles (A5)</b>
<b>Test 5</b>	Matériel non congruent (jetons) contextualisé pour représenter la situation, "lits" disposés en 2 rangées de 5, restitution orale	- <b>Schéma</b> du dortoir et de la salle de jeux ( <b>fiche-support</b> où 10 gommettes ont été collées en 2 rangées de 5) - <b>10 jetons</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu
<b>Test 6</b>	Matériel non congruent (jetons) contextualisé pour représenter la situation, "lits" disposés en 2 rangées de 5, matériel non-congruent à la disposition des élèves (frise numérique), restitution orale	- <b>Schéma</b> du dortoir et de la salle de jeux ( <b>fiche-support</b> où 10 gommettes ont été collées en 2 rangées de 5) - <b>10 jetons</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu - <b>5 frises numériques</b> (de 0 à 5)
<b>Test 7</b>	Matériel non congruent (jetons) contextualisé pour représenter la situation, "lits"	- <b>Schéma</b> du dortoir et de la salle de jeux ( <b>fiche-support</b> où 10 gommettes ont été collées en 2 rangées de 5) - <b>10 jetons</b> - <b>1 barquette</b> pour cacher le dortoir ou la salle de jeu - <b>5 feuilles (A5)</b>

	disposés en 2 rangées de 5, matériel non-congruent à la disposition des élèves (feuille de papier et crayon), restitution orale	
--	---	--

*Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Les dortoirs"*

<b>Unité d'apprentissage : Le dortoir</b>							
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7
<u>Pour définir le nombre d'enfants visibles</u>							
Reconnaissance de la disposition en 2 rangées							
Correspondance terme à terme en utilisant ses doigts							
Correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique							
Estimation visuelle							
<u>Pour définir le nombre d'enfants cachés :</u>							
Surcomptage : les doigts dépliés correspondent au nombre d'enfants visibles puis les élèves comptent le nombre de doigts à déplier pour qu'ils le soient tous → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre total d'enfants, les enfants comptent le nombre de doigts à plier pour qu'il reste autant de doigts levés que d'enfants visibles → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que d'enfants au total), ils plient ensuite autant de doigts que d'enfants visibles puis comptent le nombre de doigts dépliés restants (enfants cachés) → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							

Les doigts dépliés correspondent au nombre d'enfants visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux enfants cachés → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Décomptage : les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que d'enfants au total) puis plient autant de doigts qu'il n'y a de lapins visibles en décomptant à partir de 10 → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Mobilisation de la décomposition de 10 mémorisée et identifiée dans la situation							
Si le dortoir est visible : dénombrement des lits / gommettes sans enfant / jeton							
Si le dortoir n'est pas visible : représentation mentale de la disposition des lits et des enfants cachés							
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis représentation schématiquement ou non des enfants (cercles / dessins) des deux sous-collections composant le nombre 10							
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis mobilisation de l'écriture chiffrée des deux sous-collections composant le nombre 10							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre d'enfants visibles et compte le nombre de cases permettant d'atteindre 10 (surcomptage)							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total d'enfants (10) et retire le nombre d'enfants visibles (décomptage) pour obtenir le nombre d'enfants cachés							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total d'enfants (10) et compte le nombre de cases pour atteindre le nombre d'enfants visibles (nombre trouvé = enfants cachés)							

*Procédures de résolution possibles : "Les dortoirs"*

iii. Unité d'apprentissage "Séquence 17" (*Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz*)

<b>Séquence 17</b>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent manipulé par les élèves, 2 dés avec constellations de points, restitution orale	- 1 crayon - 2 dés avec constellations de points - 1 frise numérique (2 à 12) avec une ligne de cases vides pour cocher
<b>Test 2</b>	Matériel congruent manipulé par les élèves, 2 dés avec écritures chiffrées, restitution orale	- 1 crayon - 2 dés avec écritures chiffrées - 1 frise numérique (2 à 12) avec une ligne de cases vides pour cocher
<b>Test 3</b>	Matériel congruent manipulé par les élèves, 1 dé avec constellations de points et 1 dé avec écritures chiffrées, restitution orale	- 1 crayon - 1 dé avec écritures chiffrées - 1 dé avec constellations de points - 1 frise numérique (2 à 12) avec une ligne de cases vides pour cocher

*Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Séquence 17"*

<b>Unité d'apprentissage : Séquence 17</b>			
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3
<u>Pour connaître les nombres affichés sur les dés</u>			
Reconnaissance de la constellation du dé.			
Dénombrement des points par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts.			
Dénombrement des points par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique.			
Reconnaissance de l'écriture chiffrée mémorisée.			

Appui sur la frise numérique pour repérer les nombres obtenus.			
<u>Pour trouver le total obtenu avec les 2 dés</u>			
Les enfants dénombrent l'ensemble des points affichés par les 2 dés à constellations.			
Les enfants choisissent un dé et surcomptent à partir de celui-ci en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre.			
Les enfants connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des nombres affichés par les dés (points ou écritures chiffrées)			
Les enfants se servent de leurs 2 mains pour représenter les 2 nombres obtenus et recomptent le nombre total de doigts levés (uniquement valable si les nombres sont inférieurs ou égaux à 5).			
Les enfants pointent le nombre correspondant à l'un des dés sur la frise numérique, puis avancent du nombre de cases correspondant au second dé.			

*Procédures de résolution possibles : "Séquence 17"*

iv. Unité d'apprentissage "Les tirelires" (*Vers les maths GS, Accès*)

<u>Les tirelires</u>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent non-visible (dans la tirelire) et non-accessible (jetons non-manipulables) contextualisé manipulé par l'enseignant, matériel congruent à la disposition des élèves (15 jetons), restitution orale, transformation positive puis négative	- <b>1 tirelire</b> - <b>1 barquette par élève</b> avec 15 jetons - <b>1 barquette</b> de jetons manipulés par l'enseignante
<b>Test 2</b>	Matériel congruent non-visible (dans la tirelire) et non-accessible (jetons non-manipulables) contextualisé manipulé par l'enseignant, matériel non-congruent à la disposition des élèves (frise numérique), restitution orale, transformation positive puis négative	- <b>1 tirelire</b> - <b>1 frise numérique</b> (0 à 12) par élève - <b>1 barquette</b> de jetons manipulés par l'enseignante

<b>Test 3</b>	Matériel congruent non-visible (dans la tirelire) et non-accessible (jetons non-manipulables) contextualisé manipulé par l'enseignant, matériel non-congruent à la disposition des élèves (feuille de papier et crayon), restitution orale, transformation positive puis négative	<b>- 1 tirelire</b> <b>- 1 feuille blanche et 1 crayon</b> par élève <b>- 1 barquette</b> de jetons manipulés par l'enseignante
<b>Test 4</b>	Matériel congruent non-visible (dans la tirelire) et non-accessible (jetons non-manipulables) contextualisé manipulé par l'enseignant, pas de matériel à la disposition des élèves, transformation positive puis négative	<b>- 1 tirelire</b> <b>- 1 barquette</b> de jetons manipulés par l'enseignante

*Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Les tirelires"*

Unité d'apprentissage : La tirelire				
Procédure \ Test	n°1	n°2	n°3	n°4
<u>Transformation positive</u>				
Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre				
Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons				
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis comptent l'ensemble à la fin				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent au fur et à mesure les jetons en même temps que l'enseignant et énumèrent en déplaçant à chaque fois un jeton par un jeton puis ils énoncent le dernier mot nombre pour donner la quantité finale				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que la première de l'enseignant, puis font une collection de doigts de cardinal correspondant à la seconde collection de l'enseignant puis comptent l'ensemble des deux collections (inversement avec d'abord une collection de doigts puis de jetons)				
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent les collections de jetons au fur et à mesure puis comptent l'ensemble des jetons représentés.				

Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis partent d'une des collections et surcomptent en levant simultanément leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal du second nombre écrit sur la feuille.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis avancent du nombre de cases correspondant au second cardinal.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis lèvent une première collection de doigts de même cardinal que le premier nombre, lèvent l'autre collection de doigts et comptent l'ensemble des doigts levés				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis pointent sur la bande le nombre de la première collection et avancent du nombre de cases correspondant au nombre de la seconde collection (cochée) et regardent le nombre d'arrivée.				
<u>Transformation négative</u>				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre.				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et surcomptent à partir du nombre de jetons retirés pour obtenir le nombre de jetons ajoutés au départ en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire de la réponse.				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent (ont mémorisé) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.				

Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.				
Les enfants ajoutent les 2 nombres énoncés par [PE] au lieu de les soustraire.				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que celle de l'enseignant puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre enlevé. A la fin, ils comptent combien de jetons il reste dans la collection initiale.				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de jetons de même cardinal que celles de l'enseignant, puis font une correspondance terme à terme avec la collection enlevée et une partie de sa collection initiale.				
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de jetons correspondant au nombre de jetons mis par l'enseignant dans la tirelire et barrent le nombre de jetons correspondant à la collection de jetons enlevés de la tirelire.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis lèvent une première collection de doigts de même cardinal que le premier nombre, abaissent l'autre collection de doigts et comptent l'ensemble des doigts levés.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis pointent sur la bande le nombre de la première collection, reculent du nombre de cases correspondant au nombre de la seconde collection (cochée) et regardent le nombre d'arrivée.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la				

première collection, puis reculent du nombre de cases correspondant au second cardinal.



*Procédures de résolution possibles : "Les tirelires"*

v. Unité d'apprentissage "Séquence 18" (*Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz*)

<b>Séquence 18</b>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent contextualisé non-visible (dans la boîte / le sac) et non-accessible (crayons) manipulé par l'enseignant, matériel congruent contextualisé à la disposition des élèves (15 crayons), étiquettes-nombres et restitution orale, transformation positive et transformation négative	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>1 boîte ou un sac</b></li> <li>- <b>15 crayons</b> dans une barquette pour l'enseignant</li> <li>- <b>1 barquette avec 15 crayons</b> par élève</li> <li>- <b>1 barquette avec des étiquettes-nombres</b> de 0 à 12 par élève (nombre représenté par l'écriture chiffrée)</li> </ul>
<b>Test 2</b>	Matériel congruent contextualisé non-visible (dans la boîte / le sac) et non-accessible (crayons) manipulé par l'enseignant, matériel non congruent contextualisé à la disposition des élèves (15 jetons), étiquettes-nombres et restitution orale, transformation positive et transformation négative	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>1 boîte ou un sac</b></li> <li>- <b>15 crayons</b> dans une barquette pour l'enseignant</li> <li>- <b>1 barquette avec 15 jetons</b> par élève</li> <li>- <b>1 barquette avec des étiquettes-nombres</b> de 0 à 12 par élève (nombre représenté par l'écriture chiffrée)</li> </ul>
<b>Test 3</b>	Matériel congruent contextualisé non-visible (dans la boîte / le sac) et non-accessible (crayons) manipulé par l'enseignant, pas de matériel à la disposition des élèves, étiquettes-nombres et restitution orale, transformation positive et transformation négative	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>1 boîte ou un sac</b></li> <li>- <b>15 crayons</b> dans une barquette pour l'enseignant</li> <li>- <b>1 barquette avec des étiquettes-nombres</b> de 0 à 12 par élève (nombre représenté par l'écriture chiffrée)</li> </ul>
<b>Test 4</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique ou sous forme d'écriture chiffrée, matériel congruent et contextualisé à	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>1 fiche support</b> de transformation positive par élève</li> <li>- <b>5 crayons</b> à papier</li> </ul>

	la disposition des élèves (15 crayons), restitution écrite, transformation positive	- <b>1 barquette avec 15 crayons</b> par élève
<b>Test 5</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique ou sous forme d'écriture chiffrée, matériel non congruent et contextualisé à la disposition des élèves (15 jetons), restitution écrite, transformation positive	- <b>1 fiche support</b> de transformation positive par élève - <b>5 crayons</b> à papier - <b>1 barquette avec 15 jetons</b> par élève
<b>Test 6</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique ou sous forme d'écriture chiffrée, pas de matériel à la disposition des élèves, restitution écrite, transformation positive	- <b>1 fiche support</b> de transformation positive par élève - <b>5 crayons</b> à papier
<b>Test 7</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique ou sous forme d'écriture chiffrée, matériel congruent et contextualisé à la disposition des élèves (crayons), restitution écrite, transformation négative	- <b>1 fiche support</b> de transformation négative par élève - <b>5 crayons</b> à papier - <b>1 barquette avec 15 crayons</b> par élève
<b>Test 8</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique ou sous forme d'écriture chiffrée, matériel non congruent et contextualisé à la disposition des élèves (15 jetons), restitution écrite, transformation négative	- <b>1 fiche de transformation négative</b> par élève - <b>5 crayons</b> à papier - <b>1 barquette avec 15 jetons</b> par élève
<b>Test 9</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique ou sous forme d'écriture chiffrée, pas de matériel à la disposition des élèves, restitution écrite, transformation négative	- <b>1 fiche support</b> de transformation négative par élève - <b>5 crayons</b> à papier

*Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Séquence 18"*

Combien y a-t-il de crayons dans le pot après avoir ajouté des crayons ?


Élaboré par le Centre de Recherche en Éducation © 2012 2018.

### Fiche support de transformation positive

Combien y a-t-il de crayons dans le pot après avoir retiré des crayons ?


Élaboré par le Centre de Recherche en Éducation © 2012 2018.

### Fiche support de transformation négative

Unité d'apprentissage : Séquence 18									
Procédure \ Test	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8	n°9
Les enfants utilisent les étiquettes-nombres pour garder la mémoire des 2 quantités de crayons ajoutées.									
<u>Transformation positive</u>									
Les enfants se souviennent des 2 nombres de crayons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre									
Les enfants se souviennent des 2 nombres de crayons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons									
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis comptent l'ensemble à la fin									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent au fur et à mesure les crayons (ou les jetons) en même temps que l'enseignant et énumère en déplaçant à chaque fois un crayon par un crayon (ou un jeton par un jeton) puis ils énoncent le dernier mot nombre pour donner la quantité finale									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent une collection de même cardinal que la première de l'enseignant, puis font une collection de doigts de cardinal correspondant à la									

seconde collection de l'enseignant et comptent l'ensemble des deux collections (inversement avec d'abord une collection de doigts puis de crayons ou de jetons)									
Si les enfants réalisent le test sur un support analogique (fiche avec schéma) :									
Collections $\leq 5$ : Les enfants représentent avec les doigts de leurs mains les deux collections et comptent l'ensemble.									
Les enfants dénombrent le nombre de crayons sur la feuille en récitant la comptine numérique puis continuent la comptine orale en levant un à un leurs doigts jusqu'à avoir autant de doigts levés que le nombre (écriture chiffrée) écrit sur la feuille									
Les enfants reconnaissent les quantités par subitizing et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent des collections de crayons (ou jetons) par correspondance terme à terme avec les crayons représentés sur la feuille puis dénombrent l'ensemble									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent des collections de crayons (ou jetons) par correspondance terme à terme avec les crayons représentés sur la feuille et par construction d'une collection équipotente à l'écriture chiffrée d'une quantité puis dénombrent l'ensemble									
<u>Transformation négative</u>									
Les enfants se souviennent du nombre de crayons ajoutés et du nombre de crayons retirés et									

décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre									
Les enfants se souviennent du nombre de crayons ajoutés et du nombre de crayons retirés et surcomptent à partir du nombre de crayons retirés pour obtenir le nombre de crayons ajoutés au départ en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire de la réponse									
Les enfants se souviennent du nombre de crayons ajoutés et du nombre de crayons retirés et connaissent (ont mémorisé) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté									
Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de crayons ajoutés puis baissent autant de doigts que de crayons retirés et comptent le nombre final de doigts levés									
Les enfants ajoutent les 2 nombres énoncés par [PE] au lieu de les soustraire									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent une collection de crayons (ou de jetons) de même cardinal que celle de l'enseignant puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre enlevé. A la fin, ils comptent combien de crayons (jetons) il reste dans la collection initiale									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis font une correspondance terme à terme avec la collection enlevée et une partie de sa collection initiale									
Si les enfants réalisent le test sur un support analogique (fiche avec schéma) :									

Les enfants dénombrent la première quantité de crayons puis décomptent la seconde quantité en pointant les crayons un par un.	■	■	■						
Les enfants dénombrent la première quantité de crayons puis décomptent la seconde quantité (écriture chiffrée) en levant un à un leurs doigts pour la garder en mémoire	■	■	■						
Les enfants reconnaissent les quantités par subitizing et décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre	■	■	■						
Les enfants dénombrent les deux quantités représentées puis partent de la deuxième quantité de crayons et surcomptent à partir d'elle en levant un à un leurs doigts jusqu'à atteindre la première quantité représentée	■	■	■						
Les enfants lèvent autant de doigts que la première collection puis baissent autant de doigts que la collection retirée et dénombrent le nombre de doigts levés restants.	■	■	■						
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent une collection de crayons (ou jetons) équipotente à la première quantité représentée puis retirent (ou déplacent) la quantité de crayons (ou jetons) correspondant à la deuxième quantité représentée sur la feuille	■	■	■			■			■
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent une collection de crayons (ou jetons) équipotente à la deuxième quantité représentée puis ajoutent des crayons (ou jetons) un à un en récitant la comptine numérique jusqu'à obtenir une quantité équipotente à la première quantité représentée sur la feuille	■	■	■			■			■

*Procédures de résolution possibles : "Séquence 18*

vi. Unité d'apprentissage "Gâteaux d'anniversaire" (*Vers les maths GS, Accès*)

<b>Les Gâteaux d'anniversaire</b>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent contextualisé pour chaque élève, disposition des bougies en constellation, transformation positive, restitution orale	- <b>1 gâteau d'anniversaire</b> par élève (boule en pâte à modeler pour le gâteau) - <b>1 barquette</b> avec 50 allumettes (pour les bougies des gâteaux, entre 5 et 14 allumettes par élève)
<b>Test 2</b>	Matériel congruent contextualisé pour chaque élève, disposition des bougies en constellation, transformation négative, restitution orale	- <b>1 gâteau d'anniversaire</b> par élève (boule en pâte à modeler pour le gâteau) - <b>1 barquette</b> avec 50 allumettes (pour les bougies des gâteaux, entre 0 et 5 allumettes par élève)
<b>Test 3</b>	Matériel congruent contextualisé pour chaque élève, disposition atypique, transformation positive, restitution orale	- <b>1 gâteau d'anniversaire</b> par élève (boule en pâte à modeler pour le gâteau) - <b>1 barquette</b> avec 50 allumettes (pour les bougies des gâteaux, entre 5 et 14 allumettes par élève)
<b>Test 4</b>	Matériel congruent contextualisé pour chaque élève, disposition atypique, transformation négative, restitution orale	- <b>1 gâteau d'anniversaire</b> par élève (boule en pâte à modeler pour le gâteau) - <b>1 barquette</b> avec 50 allumettes (pour les bougies des gâteaux, entre 0 et 5 allumettes par élève)
<b>Test 5</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique, pas de matériel à la disposition des élèves, restitution écrite, transformation positive	- <b>1 fiche support</b> de transformation positive par élève - <b>5 crayons</b> à papier
<b>Test 6</b>	Support analogique et non-accessible (schéma sur fiche) mais annotable, représentation du nombre analogique,	- <b>1 fiche support</b> de transformation négative par élève - <b>5 crayons</b> à papier

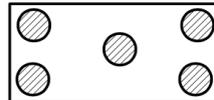
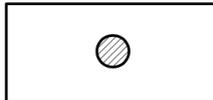
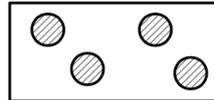
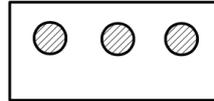
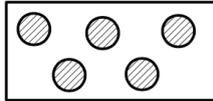
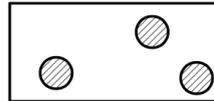
	pas de matériel à la disposition des élèves, restitution écrite, transformation négative	
--	--	--

Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Les gâteaux d'anniversaire"

**TRANSFORMATIONS POSITIVES**

Prénom :

Date :

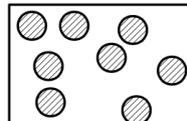
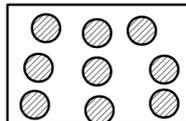
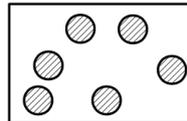
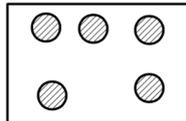
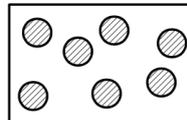
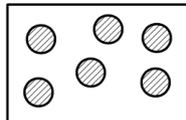
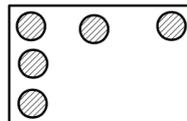
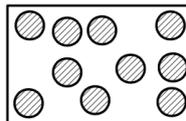


*Fiche support de transformation positive*

**TRANSFORMATIONS NÉGATIVES**

Prénom :

Date :



*Fiche support de transformation négative*

Unité d'apprentissage : Les gâteaux d'anniversaire						
Procédure \ Test	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6
<u>Pour définir le nombre de bougies sur les gâteaux</u>						
Reconnaissance de la constellation du dé.						
Dénombrement des bougies par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts et comparaison avec le nombre 5 ( = ; < ; > ).						
Dénombrement des bougies par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique et comparaison avec le nombre 5 ( = ; < ; > ).						
Subitizing						
Si le support est un schéma (gâteaux et bougies) sur une feuille : dénombrement des cercles (bougies) en les pointant ou en les marquant avec un crayon (trait, coloriage, ...).						
<u>Pour définir le nombre de bougies à ajouter</u>						
Surcomptage : utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies ( doigts dépliés ) et compter le nombre de doigts à déplier pour que tous les doigts soient dépliés → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.						
Utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies visé (5 doigts dépliés) et compter le nombre de doigts à plier pour qu'il ne reste plus que le même nombre de doigts levés que de bougies sur le gâteau→ pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.						

Utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies visé (5 doigts dépliés) et plier autant de doigts qu'il y a de bougies sur le gâteau, puis compter le nombre de doigts dépliés restants → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.					
Décomptage : utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies visé (5 doigts dépliés) et plier autant de doigts qu'il y a de bougies sur le gâteau en décomptant à partir de 5 → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.					
Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation.					
Représentation mentale de la constellation de 5 du dé avec les bougies et leur complément.					
<u>Pour prendre le bon nombre de bougies</u>					
Réalisation de la collection à prendre par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique.					
Réalisation de la collection à prendre par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts comme référents.					
<u>Pour définir le nombre de bougies à retirer</u>					
Utilisation du matériel : Enlever les bougies une à une et compter à chaque fois le nombre de bougies présentes sur le gâteau, s'arrêter lorsqu'il y a 5 bougies sur le gâteau puis compter les bougies retirées (pas d'anticipation).					
Utilisation du matériel : Compter les bougies, en retirer un certain nombre en estimant, compter le nombre de bougies restant et en ajouter ou en retirer une à une jusqu'à en avoir 5 (tâtonner).					

<p>Décomptage : utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies (doigts dépliés) et compter le nombre de doigts à plier pour que seuls 5 doigts soient dépliés → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.</p>						
<p>Utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies sur le gâteau ( doigts dépliés ) et plier 5 doigts (nombre visé) puis compter le nombre de doigts dépliés restants.</p>						

*Procédures de résolution possibles : “Les gâteaux d’anniversaire”*

vii. Unité d'apprentissage "Séquence 19" (*Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz*)

<b>Séquence 19</b>		
<u>Test</u>	<u>Variables didactiques</u>	<u>Matériel</u>
<b>Test 1</b>	Matériel congruent contextualisé non-visible (dans une boîte ou un sac) et non-accessible (crayons) manipulé par l'enseignant, matériel congruent contextualisé à la disposition des élèves (15 crayons), restitution orale, transformation positive puis négative	- <b>1 boîte ou un sac</b> - <b>15 crayons</b> dans une barquette pour l'enseignant - <b>1 barquette avec 15 crayons</b> par élève
<b>Test 2</b>	Matériel congruent contextualisé non-visible (dans une boîte ou un sac) et non-accessible (crayons) manipulé par l'enseignant, matériel non-congruent à la disposition des élèves (frise numérique), restitution orale, transformation positive puis négative	- <b>1 boîte ou un sac</b> - <b>15 crayons</b> dans une barquette pour l'enseignant - <b>5 frises numériques</b>
<b>Test 3</b>	Matériel congruent contextualisé non-visible (dans une boîte ou un sac) et non-accessible (crayons) manipulés par l'enseignant, matériel non-congruent à la disposition des élèves (schéma), restitution orale, transformation positive puis négative	- <b>1 boîte ou un sac</b> - <b>15 crayons</b> dans une barquette pour l'enseignant - <b>5 fiches (A5)</b>

*Liste des variables didactiques repérées et du matériel à utiliser en fonction des tests de l'unité d'apprentissage "Séquence 19"*

Unité d'apprentissage : Séquence 19			
Procédure \ Test	n°1	n°2	n°3
<u>Transformation positive</u>			
Les enfants se souviennent du nombre initial de crayons et du nombre final de crayons et surcomptent à partir du nombre initial jusqu'au nombre final en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du nombre ajouté			
Les enfants connaissent la décomposition du nombre final de crayons qui inclut le nombre initial de crayons			
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de crayons ajoutés sur une main et continuent la suite numérique orale en levant un à un les doigts de leur autre main jusqu'à la quantité finale puis recomptent les doigts levés sur leur seconde main			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons final et baissent autant de doigts que le nombre de crayons initial puis recomptent les doigts levés restants			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons final et baissent leurs doigts en comptant le nombre de doigts qu'ils baissent jusqu'à ce que le cardinal de doigts levés soit équipotent au nombre initial de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis ajoutent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils constituent une collection équipotente au nombre initial de crayons et une au nombre final de crayons puis réalisent une correspondance terme à terme en alignant les crayons de chaque collection ou en en déplaçant un de chaque collection par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis retirent un à un des crayons en constituant une autre collection jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis retirent le nombre de crayons initial et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis dessinent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			

Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection équipotente au nombre initial de crayons en ligne et une au nombre final de crayons en ligne en-dessous puis réalisent une correspondance terme à terme en reliant les crayons de chaque collection un par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis barrent un à un des crayons jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis barrent autant de crayons que le nombre initial et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal initial de crayons puis avancent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal final de crayons puis reculent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal final de crayons puis reculent du nombre de cases correspondant au cardinal initial de crayons et lisent l'écriture chiffrée de la case d'arrivée			
<u>Transformation négative</u>			
Les enfants se souviennent du nombre initial de crayons et du nombre final de crayons et surcomptent à partir du nombre final jusqu'au nombre initial en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du nombre ajouté			
Les enfants connaissent la décomposition du nombre initial de crayons qui inclut le nombre final de crayons			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons initial et baissent autant de doigts que le nombre de crayons final puis recomptent les doigts levés restants			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons initial et baissent leurs doigts en comptant le nombre de doigts qu'ils baissent jusqu'à ce que le cardinal de doigts levés soit équipotent au nombre final de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis ajoutent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils constituent une collection équipotente au nombre final de crayons et une au			

nombre initial de crayons puis réalisent une correspondance terme à terme en alignant les crayons de chaque collection ou en en déplaçant un de chaque collection par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis retirent un à un des crayons en constituant une autre collection jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis retirent le nombre de crayons final et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis dessinent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection équipotente au nombre final de crayons en ligne et une au nombre initial de crayons en ligne en-dessous puis réalisent une correspondance terme à terme en reliant les crayons de chaque collection un par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis barrent un à un des crayons jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis barrent autant de crayons que le nombre final et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal final de crayons puis avancent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal initial de crayons puis reculent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal initial de crayons puis reculent du nombre de cases correspondant au cardinal final de crayons et lisent l'écriture chiffrée de la case d'arrivée			

*Procédures de résolution possibles : "Séquence 19"*

### III. Partie expérimentation et analyse

En raison du contexte sanitaire, la période 3 a été fortement perturbée. En effet, uniquement trois situations ont pu être testées dans les deux classes : la situation de composition avec recherche d'une partie extraite d'Accès ("Les lapins et des terriers"), la situation de composition avec recherche du tout de Retz ("Séquence 17") et la situation de transformation avec recherche de l'état final d'Accès ("Les tirelires").

Ainsi, nous avons décidé de présenter et d'analyser les résultats de ces trois situations dans le corps du mémoire. Cependant, les autres tests, menés uniquement par l'une d'entre nous, permettront de nourrir l'analyse générale ainsi que la conclusion de notre mémoire. L'ensemble des documents qui recensent nos observations pour ces situations sont intégrés dans les annexes.

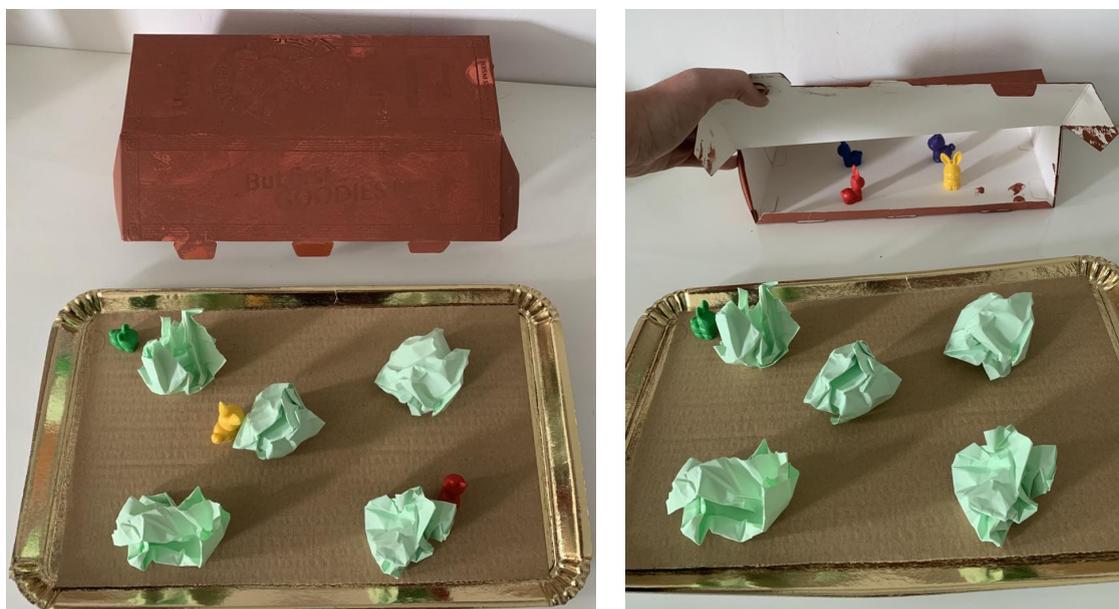
1. Expérimentation et analyse des trois situations d'apprentissage menées au sein des deux classes
  - i. Problème de composition, recherche d'une partie : unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (*Vers les maths* GS, Accès)

Dans "Les lapins et les terriers" d'Accès, l'objectif d'apprentissage est de calculer une partie (cachée) d'une quantité totale de cinq lapins. Les enfants faisaient face à une maquette représentant un jardin avec cinq choux et un terrier dans lesquels pouvaient venir se placer cinq lapins. Ils ont eu à leur disposition lors de la réalisation des tests une frise numérique (de 1 à 5) ou une feuille de papier et un crayon. La maquette a été successivement congruente (représentative de la situation) ou non-congruente (avec des gommettes symbolisant les choux et des jetons pour les lapins).

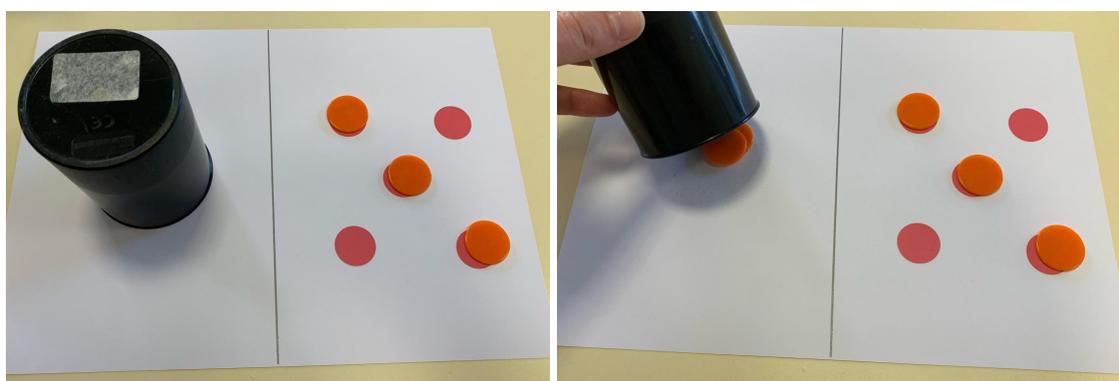
Dans l'organisation des tests au sein des groupes (II.4), nous avons prévu que la classe d'Alexane soit séparée en trois groupes pour cette

situation. Cependant, 8 élèves sur les 15 étaient absents en raison d'une épidémie de COVID-19 au sein de la classe. Ainsi, elle a suivi l'organisation prévue pour la classe de Camille, avec uniquement deux groupes d'élèves.

Dans les deux classes, les élèves étaient assis autour d'une table avec l'enseignante. Le support matériel de la situation était disposé au centre de la table. Les élèves venaient donner la réponse en chuchotant à l'oreille de l'enseignante (Annexe 1.2 Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage *Les lapins et les terriers*).



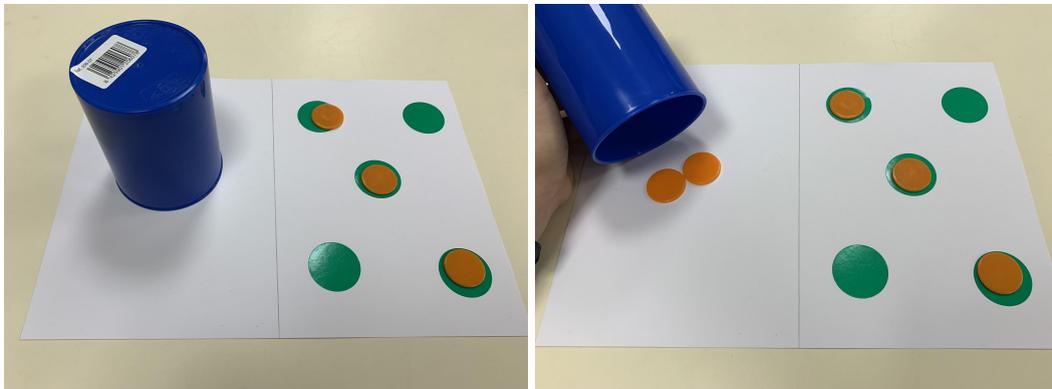
*Matériel congruent support dans la classe d'Alexane*



*Matériel non congruent support dans la classe d'Alexane*



*Matériel congruent support dans la classe de Camille*



*Matériel non congruent support dans la classe de Camille*

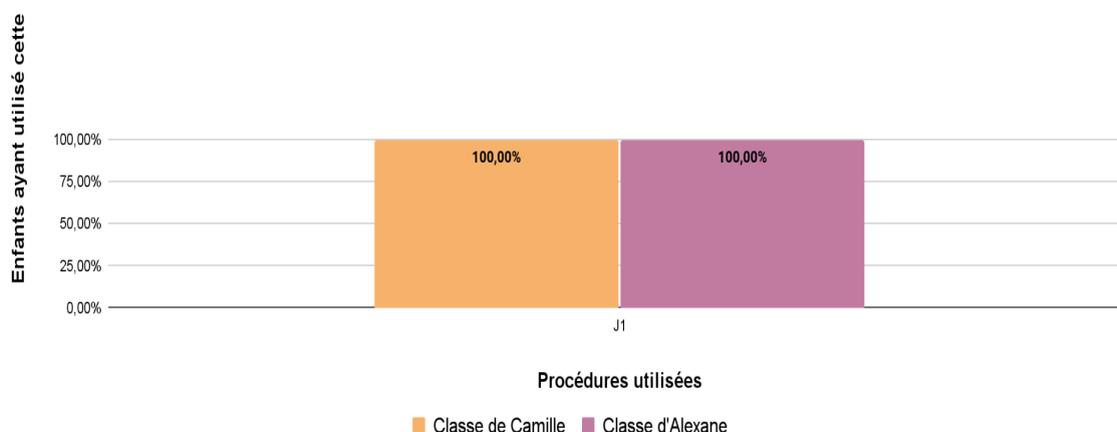
Pour faciliter la lecture des résultats, en complément de nos tableaux de synthèse des observations par classe (Annexes 1.3 et 1.4), nous avons créé des histogrammes de comparaison des procédures observées pour chacun des tests entre les deux classes.

Pour chaque test (II.5.i. Tableau des variables didactiques), nous observons successivement les procédures des élèves lorsque le jardin était visible et lorsque le terrier était visible. Ainsi, nous avons séparé les résultats de chaque test, en présentant d’abord les procédures observées lorsque le jardin était visible, puis lorsque c’était le terrier. Nous avons fait ce choix car les procédures sont influencées par la présence ou non des choux (visibles uniquement dans le jardin) qui rappellent la quantité totale de lapins.

Notons que pour l’ensemble des tests, les procédures observées pour déterminer la quantité de lapins visibles sont systématiquement le subitizing et la reconnaissance de la constellation connue, que le matériel soit congruent ou non et que les élèves aient accès au jardin ou au terrier. Nous avons cependant remarqué que, lorsque le matériel était congruent (tests 1 à 4), les élèves énuméraient les lapins en les déplaçant pour justifier leur réponse oralement, donc pour la verbaliser auprès des autres élèves du groupe. Ainsi, ils n’utilisaient pas la procédure d’énumération pour déterminer le résultat mais seulement pour prouver que celui qu’ils avaient trouvé était correct. De plus, l’aspect ludique du matériel semblait les attirer davantage que le matériel non congruent qui était plus neutre.

### Présentation des résultats lorsque le jardin est visible :

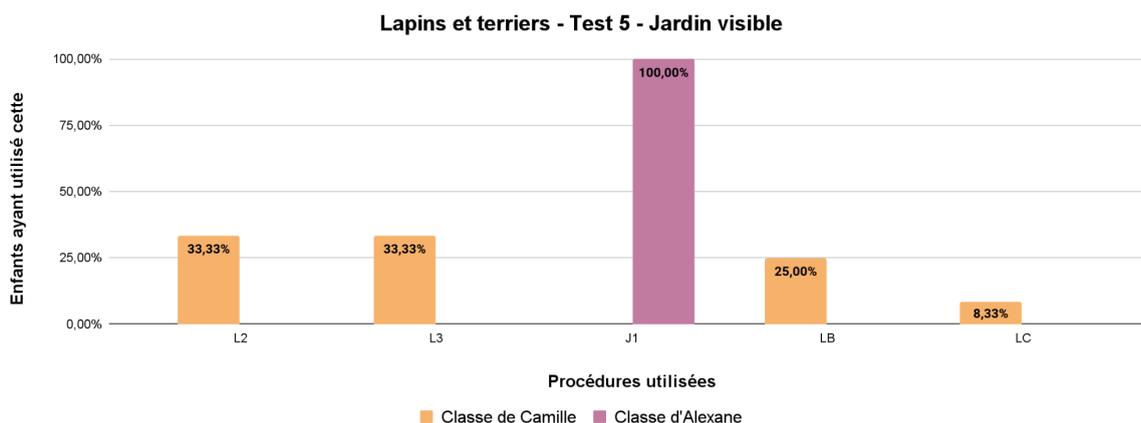
Lapins et terriers - Tests 1 à 4 - Jardin visible



*Histogramme des procédures utilisées sur les tests 1 à 4 lorsque le jardin était visible*

Légende de l'histogramme (Tests 1, 2, 3 et 4 - Jardin visible)	
Intitulés	Procédures
J1	Si le jardin est visible : dénombrement des choux sans lapin / gommettes sans jeton

Dans l'ensemble des tests, la totalité des élèves dans les deux classes ont utilisé la même procédure anticipée, à savoir le dénombrement des choux vides pour déterminer la quantité de lapins cachés (J1). Cette observation a pu être réalisée même lorsqu'ils avaient une frise numérique ou un papier et un crayon à disposition, ou que les lapins n'étaient pas disposés en constellation. Les élèves avaient bien compris que l'absence d'un lapin autour d'un chou signifiait qu'il était dans le terrier donc ils n'ont pas ressenti le besoin d'utiliser le matériel, leurs doigts ou même un résultat mémorisé de la décomposition de 5.



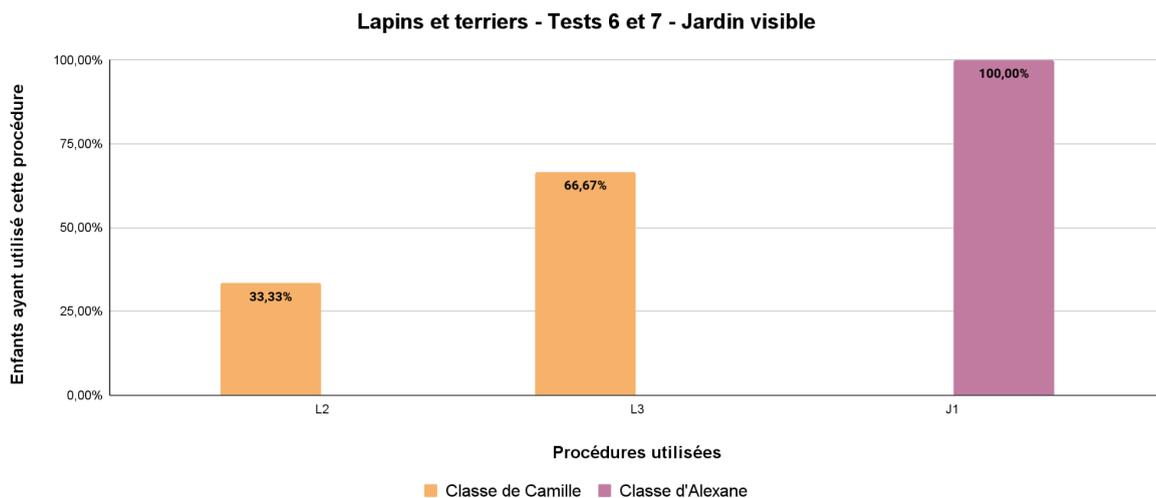
*Histogramme des procédures utilisées sur le test 5 lorsque le jardin était visible*

Légende de l'histogramme (Test 5 - Jardin visible)	
Intitulés	Procédures
L2	Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L3	Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation

J1	Si le jardin est visible : dénombrement des choux sans lapin / gommettes sans jeton
LB	Procédure observée : l'enfant se souvient de la constellation précédente et effectue un calcul par rapport à la constellation présentée (par exemple : il y en avait 5, maintenant il y en a 3, cela fait 2 de moins de visibles donc 2 de plus de cachés)
LC	Procédure observée : en lien avec les compléments à 5 mémorisés : la commutativité (4 et 1 c'est pareil que 1 et 4)

Dans le cinquième test, les enfants ont mobilisé des procédures variées dans la classe de Camille (quatre procédures dont deux n'avaient pas été anticipées) tandis que dans la classe d'Alexane, les enfants ont recours au dénombrement des gommettes sans jeton (J1). Chez Camille, autant d'enfants ont eu recours à l'utilisation de leurs doigts (L2) qu'à la décomposition de 5 mémorisée (L3) soit 33,33%. De plus, un enfant s'est servi de la disposition précédente des jetons pour la comparer à la nouvelle (LB : 25%) et un autre a eu recours à la commutativité de l'addition (LC : 8,33%) en disant "3 et encore 2 c'est comme 2 et encore 3".

Ainsi, on constate que dans le groupe qui était testé avec le matériel non-congruent, la même procédure est observée dans la classe d'Alexane qu'auparavant tandis que chez Camille, les enfants ont mobilisé leurs doigts, des décompositions mémorisées ou ont raisonné à partir de la constellation précédente ou des propriétés de l'addition.



*Histogramme des procédures utilisées sur les tests 6 et 7 lorsque le jardin était visible*

<b>Légende de l'histogramme (Tests 6 et 7 - Jardin visible)</b>	
Intitulés	Procédures
L2	Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L3	Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation
J1	Si le jardin est visible : dénombrement des choux sans lapin / gommettes sans jeton

Dans les deux derniers tests (n°6 et n°7), les enfants avaient à leur disposition respectivement une frise numérique (allant de 0 à 5) et une feuille de papier avec un crayon. Si trois procédures sont représentées sur l'histogramme ci-dessus, aucune ne les a mobilisés. Dans la classe d'Alexane, la même procédure qu'auparavant est observée (J1) tandis que deux procédures anticipées dans l'analyse a priori et observées dans le test 5 (*Histogramme des procédures utilisées sur le test 5 lorsque le jardin était visible*) ont été mobilisées chez Camille. La procédure majoritaire est celle s'appuyant sur

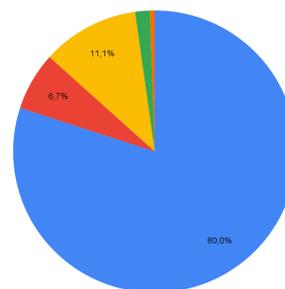
le réinvestissement d'une décomposition apprise (L3 : 66,67%) et la minoritaire celle nécessitant l'utilisation des doigts (L2 : 33,33%).

Ainsi, d'après les tests 5 à 7, il semblerait qu'il y ait une plus grande diversité de procédures lorsque le matériel n'est pas congruent.

### Analyse des tests lorsque le jardin est visible :

#### Procédures utilisées : Lapins et terriers - Jardin visible

- J1 : Si le jardin est visible : dénombrement des choux / gommettes sans lapin / jeton
- L2 : Doigts dépliés = nombre de lapins visibles puis compter le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
- L3 : Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation
- LB : Procédure observée : l'enfant se souvient de la constellation précédente et effectue un calcul par rapport à la constellation présentée (par exemple : il y en avait 5, maintenant il y en a 3, cela fait 2 de moins de visibles donc 2 de plus de cachés) : 1,8 %
- LC : Procédure observée : utilisation de la commutativité de l'addition : 0,6 %



#### Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests lorsque le jardin est visible

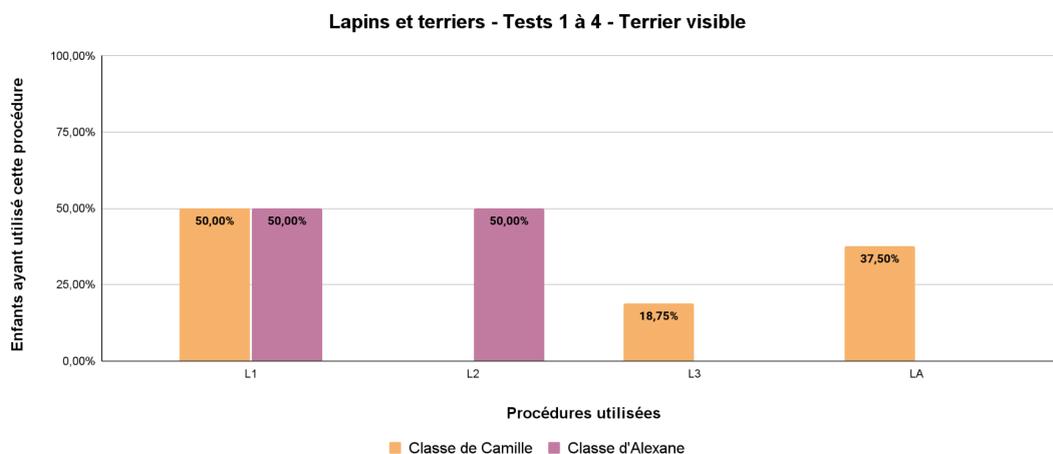
Comme démontré par le diagramme circulaire, la procédure de dénombrement des choux est très largement majoritaire sur l'ensemble des tests lorsque le jardin est visible, et a fortiori les choux.

Notons que l'expérimentation a eu lieu en période 3 de l'année de Grande Section donc la grande majorité des élèves avait déjà acquis les connaissances en lien avec la décomposition du nombre 5. Cependant, ils ont presque tous dénombré les choux au lieu de recourir à un résultat mémorisé.

Ainsi, lorsque les élèves ont passé le stade de l'abstraction, il semblerait que la manipulation puisse faire régresser leurs procédures, et finalement les éloigner de l'objectif d'apprentissage visé.

Pour conclure, cette partie de la situation des "Lapins et des terriers" est pertinente pour découvrir les différentes décompositions du nombre 5 et commencer à les mémoriser, tout en s'assurant que l'élève est capable de déterminer la quantité de lapins cachés en recourant à la procédure de dénombrement qui est déjà acquise. En d'autres termes, celle-ci serait utile au début de l'introduction de la notion et non pour réinvestir la connaissance après la phase de structuration.

**Présentation des résultats lorsque le terrier est visible :**

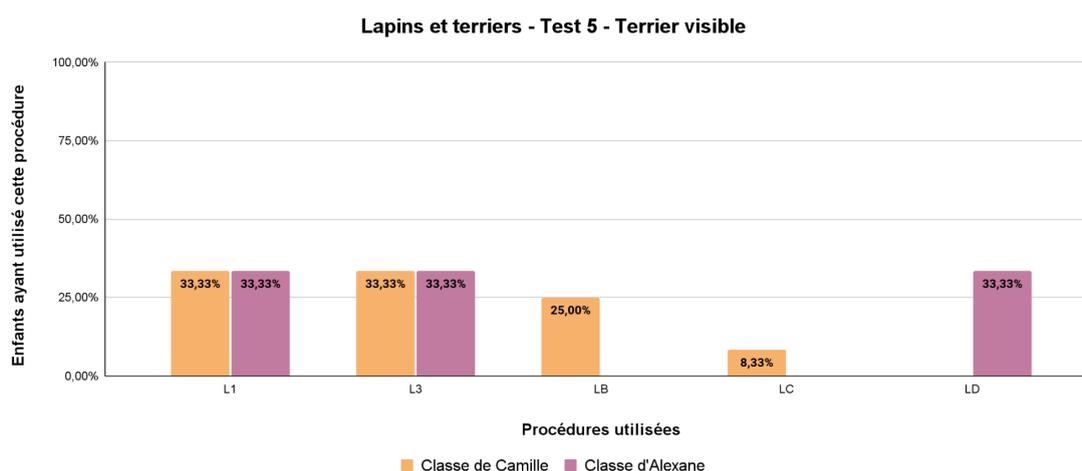


*Histogramme des procédures utilisées sur les tests 1 à 4 lorsque le terrier était visible*

<b>Légende de l'histogramme (Tests 1, 2, 3 et 4 - Terrier visible)</b>	
Intitulés	Procédures
L1	Les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total), ils plient ensuite autant de doigts que de lapins visibles puis comptent le nombre de doigts dépliés restants (lapins cachés) → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L2	Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L3	Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation
LA	Procédure observée : le nombre total de lapins (5) est composé sur les deux mains (l'enfant récite la comptine numérique en levant un à un les doigts d'une de ses mains jusqu'à ce qu'il y ait autant de doigts levés que de lapins visibles, puis lève un à un les doigts de son autre main en poursuivant la comptine numérique : le nombre de lapins cachés correspond au nombre de doigts levés sur la 2nde main

Dans l'ensemble des tests avec le matériel congruent, les procédures observées ont été les mêmes, que les élèves aient du matériel à disposition (frise numérique ou un papier et un crayon) ou que les lapins soient disposés ou non en constellation. En effet, comme nous avons enchaîné les différents tests avec le même groupe d'élèves et que le premier test était sans matériel à disposition, lorsqu'ils trouvaient une procédure efficace pour celui-ci, ils la conservaient. Il s'agit d'une limite à notre organisation : il aurait été pertinent d'observer d'abord les procédures avec du matériel puis sans le matériel afin d'éviter ce cas de figure.

En outre, l'absence de recours au matériel peut aussi s'expliquer par le fait qu'au moment de la passation des tests en période 3, les élèves avaient déjà vécu une unité d'apprentissage sur la décomposition du nombre 5.

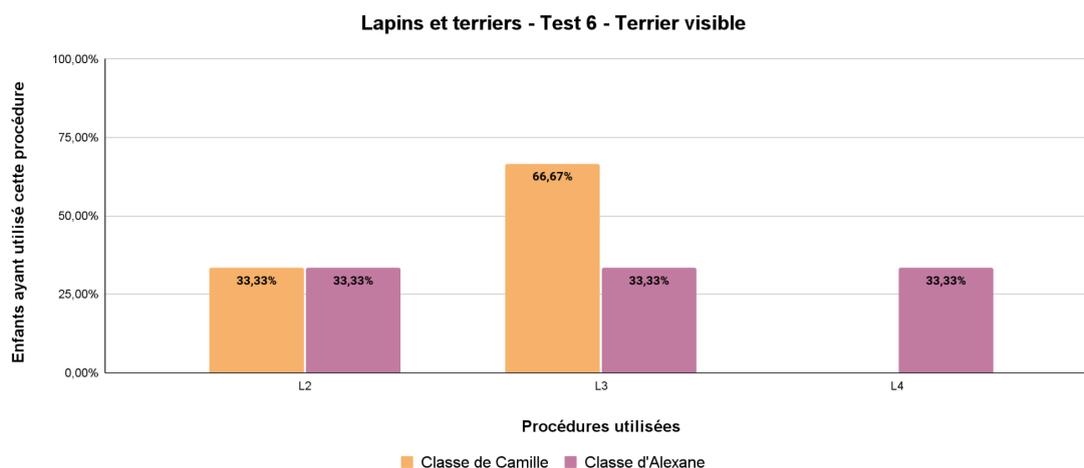


*Histogramme des procédures utilisées sur le test 5 lorsque le terrier était visible*

<b>Légende de l'histogramme (Test 5 - Terrier visible)</b>	
Intitulés	Procédures
L2	Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L3	Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation

LB	Procédure observée : l'enfant se souvient de la constellation précédente et effectue un calcul par rapport à la constellation présentée (par exemple : il y en avait 5, maintenant il y en a 3, cela fait 2 de moins de visibles donc 2 de plus de cachés)
LC	Procédure observée : en lien avec les compléments à 5 mémorisés : la commutativité (4 et 1 c'est pareil que 1 et 4)
LD	Procédure observée : l'enfant a dénombré les jetons présents sur la table et organisés selon la constellation du dé, puis a pointé dans le vide en continuant la comptine numérique orale à la position où auraient dû se trouver d'autres jetons selon la constellation du dé

Dans le cinquième test, les enfants ont mobilisé de nombreuses procédures. Sur les cinq observées, deux avaient été anticipées dans l'analyse a priori et trois non. Dans la classe de Camille, les procédures les plus utilisées s'appuyaient sur l'usage des doigts (L2 : 33,33%) et le réinvestissement d'une décomposition mémorisée (L3 : 33,33%). Dans la classe d'Alexane, les trois procédures observées l'ont été dans des proportions égales (L2, L3, LD : 33,33%). Notons que la procédure LD s'appuyait sur la constellation de points du dé. En effet, l'enfant pointait dans le vide à l'emplacement où auraient dû se trouver les jetons si la constellation avait été complète. Chez Camille, comme lorsque le jardin était visible, un enfant s'est servi de la disposition précédente des jetons pour la comparer à la nouvelle (LB : 25%) et un autre a eu recours à la commutativité de l'addition (LC : 8,33%).

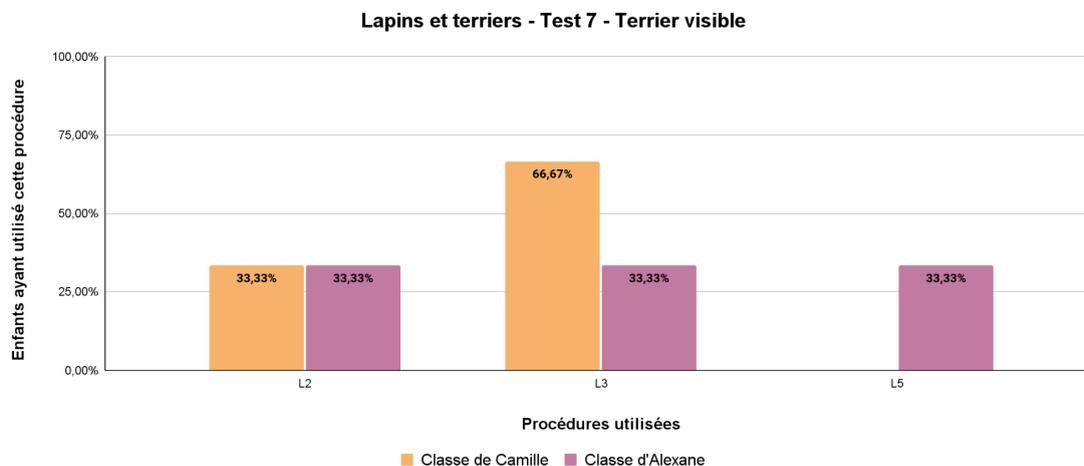


*Histogramme des procédures utilisées sur le test 6 lorsque le terrier était visible*

<b>Légende de l'histogramme (Test 6 - Terrier visible)</b>	
Intitulés	Procédures
L2	Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L3	Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation
L4	Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5) et retire le nombre de lapins visibles (décomptage) pour obtenir le nombre de lapins cachés

Dans le test 6, les enfants avaient à leur disposition une frise numérique (allant de 0 à 5) et ont mobilisé trois procédures anticipées, dont une l'utilisant. Chez Camille, 66,67% de l'ensemble des procédures concernaient la mobilisation de la décomposition de 5 identifiée dans la situation (L3) et 33,33% requéraient l'usage des doigts (L2). Dans la classe d'Alexane, les trois procédures sont représentées dans des proportions égales : l'utilisation des doigts (L2 : 33,33%), de la décomposition de 5 mémorisée (L3 : 33,33%) et de la frise numérique (L4 : 33,33%).

Ainsi, seuls les élèves de la classe d'Alexane ont mobilisé la frise numérique mise à leur disposition tandis que ceux de Camille ont majoritairement réinvesti des décompositions connues.



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 7 lorsque le terrier était visible*

<b>Légende de l'histogramme (Test 7 - Terrier visible)</b>	
Intitulés	Procédures
L2	Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation
L3	Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation
L5	Surcomptage : les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles puis les élèves comptent le nombre de doigts à déplier pour qu'ils le soient tous → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation

Dans le dernier test (n°7), les enfants avaient à leur disposition une feuille de papier et un crayon. Ils ont utilisé trois procédures qui avaient été anticipées mais aucune ne s'appuyait sur leur utilisation. et ont mobilisé trois procédures anticipées, dont une l'utilisant. Dans la classe de Camille, les mêmes procédures que dans le test 6 sont observées dans les mêmes

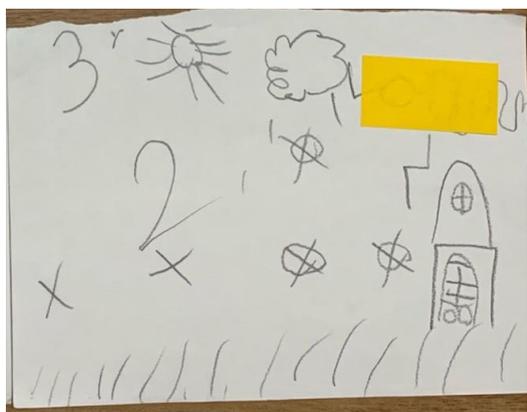
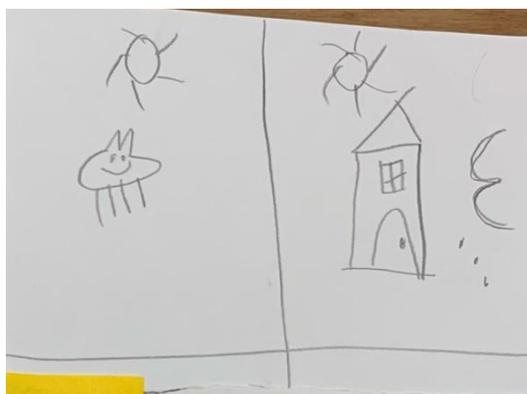
proportions (L2 : 33,33%, L3 : 66,67%) de même que pour les procédures L2 et L3 chez Alexane (33,33%). Cependant, ses élèves ont utilisé une nouvelle procédure mobilisant leurs doigts mais aussi le surcomptage (L5 : 33,33%).

### **Analyse des tests lorsque le terrier est visible :**

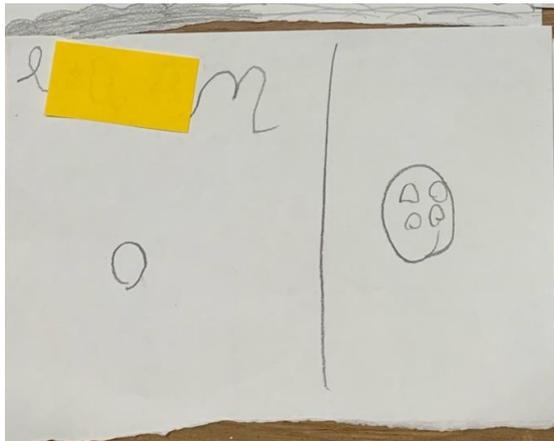
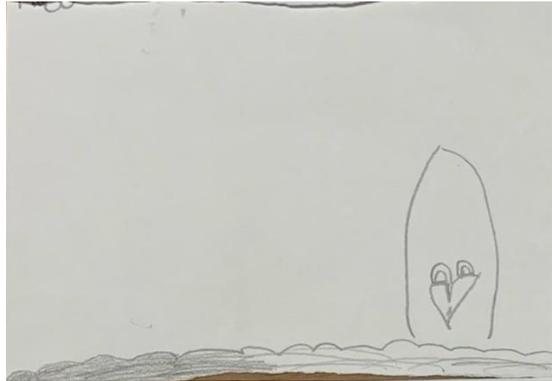
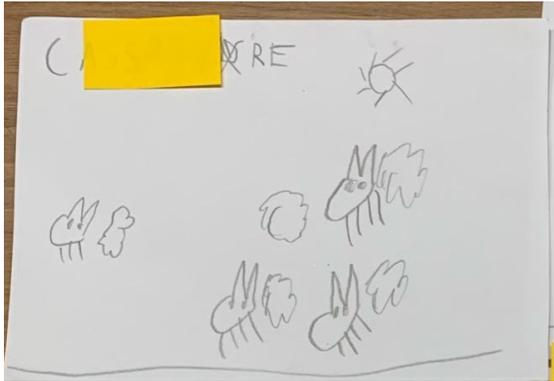
Dans le cas où le terrier est visible, une plus grande diversité de procédures a été observée, neuf procédures dont quatre que nous n'avions pas anticipées lors de l'analyse a priori. Cette diversité s'explique par l'absence des choux comme mémoire de la quantité.

Cependant, seul un élève a utilisé le matériel pour chercher (la frise numérique). Deux hypothèses peuvent expliquer ce faible recours au matériel : soit le matériel proposé n'était pas intuitif pour les élèves pour résoudre un problème de composition (effectivement l'aspect ordinal, dans lequel on peut avancer ou reculer peut sembler plus adapté pour résoudre des problèmes de transformation), soit les connaissances sur la décomposition du nombre 5 avaient déjà été construites par les élèves.

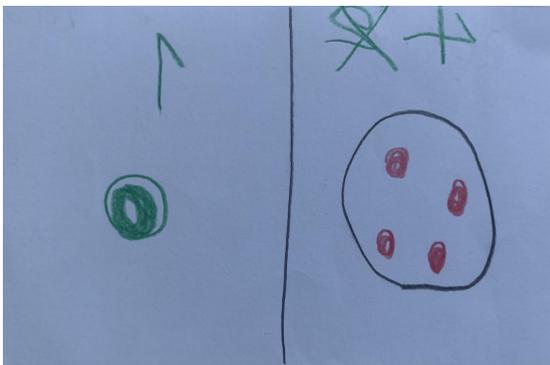
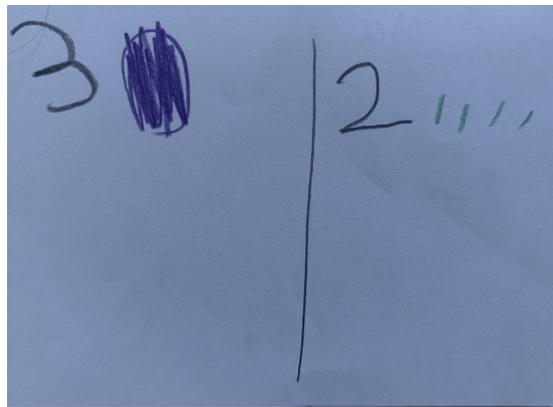
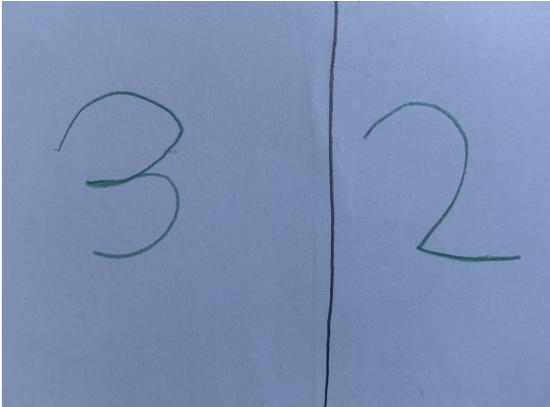
### **Productions recueillies dans les classes d'Alexane et de Camille :**



*Jardin visible dans la classe d'Alexane  
(productions 1, 2 et 3)*



*Terrier visible dans la classe d'Alexane (productions 4, 5 et 6)*



*Classe de Camille (productions 7, 8 et 9)*

## **Analyse des tests lorsque les élèves ont à disposition une feuille de papier et un crayon :**

Comme indiqué par les histogrammes plus haut dans les tests 4 et 7, qui correspondent aux tests avec le papier et le crayon, aucun élève n'a utilisé le matériel pour déterminer le nombre de lapins cachés. En effet, les élèves répondaient sans se référer au dessin ou expliquaient avoir utilisé une autre procédure. Dans la classe de Camille, on observe que la quantité est systématiquement associée à l'écriture chiffrée du nombre correspondant au cardinal de la collection. Par ailleurs, certaines représentations sont incomplètes et donc fausses comme par exemple les productions 2, 4 et 5. Pourtant, les élèves interrogées étaient capables de donner la réponse correcte et d'expliquer leur procédure (avec les doigts ou en utilisant un résultat mémorisé par exemple).

Ainsi, nous nous sommes demandé pourquoi ces élèves ont quand même utilisé le matériel mis à leur disposition. La première hypothèse est l'effet du contrat didactique : si on leur donne un papier et un crayon, cela implique implicitement que l'on attend d'eux qu'ils les utilisent. Ainsi certains élèves ont représenté uniquement ce qu'ils voyaient, comme sur la production 5 dans laquelle l'élève a représenté le terrier et le lapin qui y était et qu'elle voyait. La seconde hypothèse est l'effet groupe. En effet, dans la classe d'Alexane par exemple, sur les deux groupes qui sont passés, l'ensemble des élèves d'un groupe ont représenté quelque chose. Il s'agit du groupe dont le matériel était non congruent et paradoxalement ils ont représenté la situation en dessinant les lapins, l'herbe du jardin, le terrier, etc. Il semblerait qu'une élève ait été inductrice : elle a commencé à dessiner un lapin puis une élève a réagi et ils ont tous fait pareil. Finalement, les élèves se sont éloignés de la tâche mathématiques.

Notons que dans la classe de Camille, les représentations ont été moins figuratives. Effectivement, les élèves ont surtout codé la quantité par l'écriture chiffrée dans un souci de communication. En effet, pour cette situation Camille

a introduit le matériel en disant “Vous pouvez utiliser la feuille pour trouver la réponse, mais je dois pouvoir la voir dessus à la fin.”. Finalement, les élèves l’ont utilisée pour communiquer. Dans la classe d’Alexane, le papier et le crayon ont été introduits comme un outil dont on pouvait se servir pour déterminer la réponse si on en ressentait le besoin. Ainsi, nous avons réalisé que le statut que l’on donne au matériel auprès des élèves a un réel impact sur la nature de la représentation et l’usage qu’ils en font.

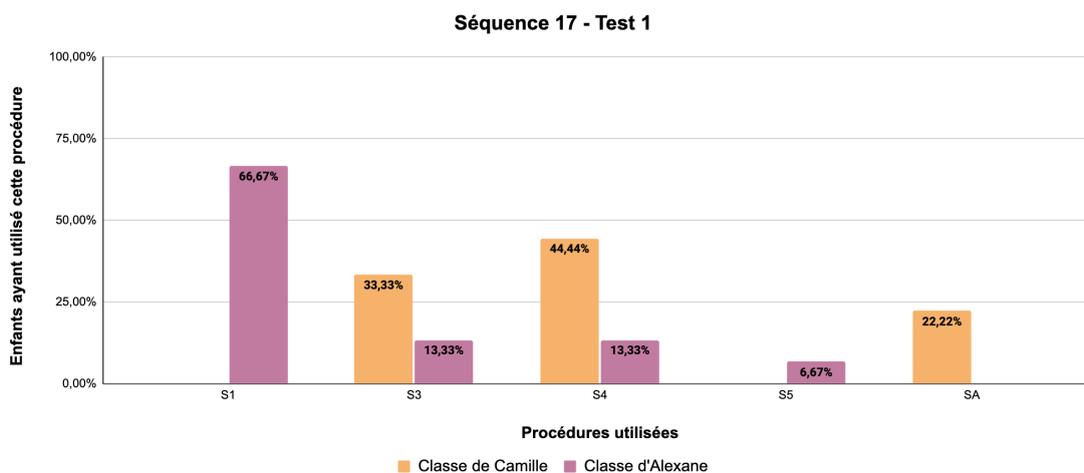
ii. Problème de composition, recherche du tout : unité d’apprentissage “Séquence 17” (Enseigner le nombre à l’école maternelle, Retz)

Dans la “Séquence 17” de Retz, l’objectif d’apprentissage est de calculer la quantité d’une réunion de deux collections connues à partir du matériel de la situation. Pour cela, une frise numérique (de 2 à 12) comportant des cases vides sous les écritures chiffrées a été imprimée et mise à la disposition de l’ensemble du groupe ou tracée au tableau. Les élèves disposaient de deux dés avec des constellations de points, deux dés avec des écritures chiffrées ou un de chaque. Ils devaient les lancer et déterminer la quantité totale représentée par l’ensemble des dés. Si cette valeur n’avait pas encore été obtenue, ils faisaient une croix dans la case sous l’écriture chiffrée correspondante. Si celle-ci avait déjà été trouvée, c’était l’élève suivant qui prenait le relais.

Les élèves devaient être répartis en deux groupes dans la classe de Camille (II.4) mais du fait du nombre d’absents (en lien avec la COVID-19), ils ont finalement été regroupés en un seul. Ils ont ainsi effectué l’ensemble des tests (II.5.iii. Tableau des variables didactiques). Ils étaient assis en U, par terre au coin du regroupement face au tableau où était dessinée la frise numérique. Dans la classe d’Alexane, les élèves ont été séparés en trois groupes en fonction des types de dés proposés. Ils étaient installés autour d’une table avec la frise numérique imprimée positionnée au centre de celle-ci.

A l'image des situations "Les lapins et les terriers" (III.1.i), des histogrammes montrant la proportion de chacune des procédures relevées au cours des tests sont présentés dans la suite de cette partie, en complément des tableaux de synthèse des observations des deux classe (Annexes 3.3 et 3.4). Les procédures seront analysées en trois temps, en fonction des types de dés mis à la disposition des élèves (constellations de points ou écritures chiffrées).

Avant de se concentrer sur les procédures inhérentes à la réunion des deux collections de dés, nous avons observé la façon dont les élèves déterminent les quantités représentées par les dés. En ce qui concerne les dés comportant des points, tous les élèves ont eu recours à la reconnaissance des constellations rencontrées : aucun n'a dénombré les points visibles. Pour les dés où étaient présentes des écritures chiffrées, l'ensemble des élèves ont reconnu les nombres écrits et ont su les nommer.



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 1*

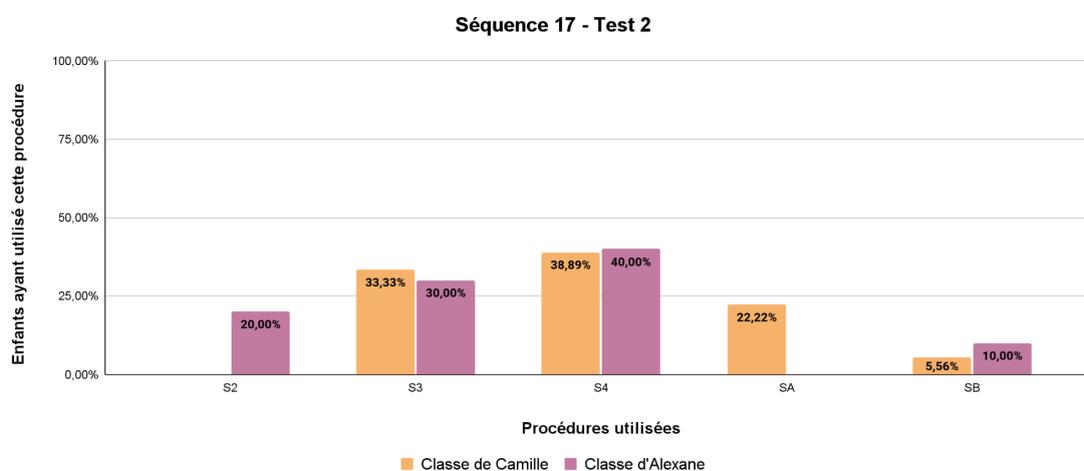
<b>Légende de l'histogramme (Test 1 - Séquence 17)</b>	
Intitulés	Procédures
S1	Les enfants dénombrent l'ensemble des points affichés par les 2 dés à constellations.
S3	Les enfants connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des nombres des dés (points ou écritures chiffrées)

S4	Les enfants se servent de leurs 2 mains pour représenter les 2 nombres obtenus et recomptent le nombre total de doigts levés (uniquement valable si les nombres sont inférieurs ou égaux à 5).
S5	Les enfants pointent le nombre correspondant à l'un des dés sur la frise numérique, puis avancent du nombre de cases correspondant au second dé.
SA	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à la quantité affichée par le premier dé en récitant la comptine numérique, puis lèvent à la suite autant de doigts que la quantité affichée par le second dé en surcomptant

Dans le premier test, les enfants avaient à leur disposition deux dés comportant des constellations de points. L'histogramme ci-dessus reprend les observations réalisées lors des trente-trois compositions pour les deux classes. Il est possible de constater que les procédures mobilisées sont variées : on en retrouve trois différentes dans la classe de Camille et quatre chez Alexane. Parmi celles-ci, quatre ont été envisagées dans le cadre de l'analyse a priori, tandis qu'une seule a été observée sans avoir été anticipée. Chez Camille, les élèves ont majoritairement utilisé leurs doigts pour trouver le tout formé par les deux dés (S4 : 44,44%, SA : 22,22%). On remarque cependant que davantage d'élèves ont réinvesti le résultat d'une somme mémorisée (S3 : 33,33%) plutôt qu'avoir recours au surcomptage (SA). Dans la classe d'Alexane, la procédure majoritaire s'appuie sur le dénombrement de l'ensemble des points présents sur les dés (S1 : 66,67%), une procédure absente chez Camille. On retrouve ensuite deux procédures présentes dans des proportions similaires : l'une basée sur des sommes connues (S3 : 13,33%) et l'autre mobilisant les doigts (S4 : 13,33%). La dernière procédure est, quant à elle, présente plus faiblement car elle n'a été utilisée que par une élève (S5 : 6,67%) et relève de l'utilisation de la frise numérique, support de la situation.

Ainsi, ce premier test, s'appuyant sur l'utilisation de dés à constellations de points, a vu une procédure directement basée sur leur aspect (S1) émerger dans la classe d'Alexane de façon majoritaire (66,67%). Celle-ci n'est

cependant pas visible dans celle de Camille dans laquelle, les élèves ont principalement utilisé des procédures basées sur leurs doigts (66,66%) ou le réinvestissement d'une somme mémorisée (33,33%). Celles-ci n'occupent pas la même part dans les démarches de résolution employées par les élèves d'Alexane (S3 : 13,33%, S4 : 13,33%). On constate qu'ils ont également eu, pour certains, recours à la frise numérique collective bien que cela ait été plus rare (6,67%).



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 2*

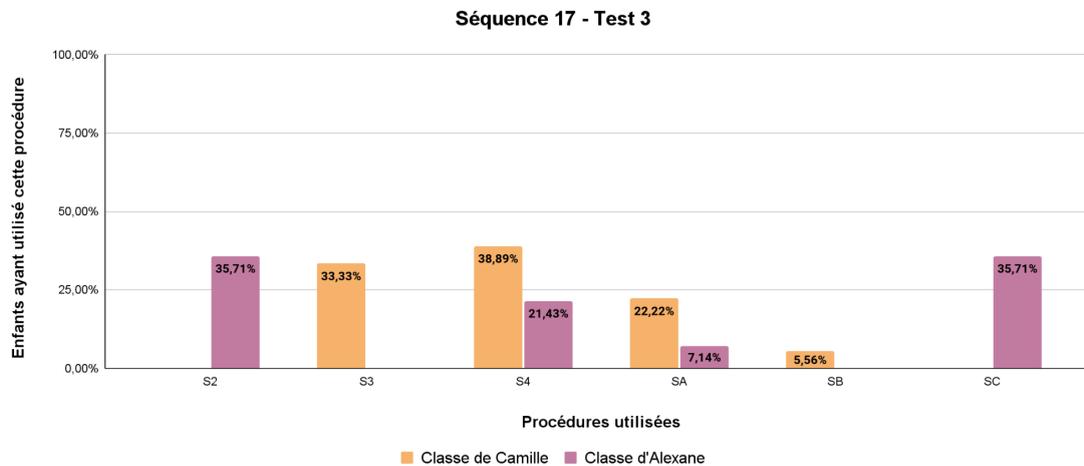
<b>Légende de l'histogramme (Test 2 - Séquence 17)</b>	
Intitulés	Procédures
S2	Les enfants choisissent un dé et surcomptent à partir de celui-ci en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre.
S3	Les enfants connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des nombres des dés (points ou écritures chiffrées)
S4	Les enfants se servent de leurs 2 mains pour représenter les 2 nombres obtenus et recomptent le nombre total de doigts levés (uniquement valable si les nombres sont inférieurs ou égaux à 5).
SA	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à la quantité affichée par le premier dé en récitant la comptine numérique, puis lèvent à la suite autant de doigts que la quantité affichée par le second dé en surcomptant

SB	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main
----	--

Dans le deuxième test, les enfants ont lancé des dés sur lesquels les nombres étaient représentés par des écritures chiffrées allant de 1 jusqu'à 6. L'histogramme, ci-dessus, synthétise les observations réalisées lors des vingt-huit compositions pour les deux classes. On retrouve de nombreuses procédures différentes dont trois envisagées dans l'analyse a priori et deux observées sans avoir été anticipées : quatre sont mises en évidence chez Camille et quatre dans la classe d'Alexane. Deux procédures sont présentes en proportions semblables dans la classe de Camille : celle s'appuyant sur un résultat mémorisé (S3 : 33,33%) et l'une de celles mobilisant les doigts en composant la somme sur les deux mains (S4 : 38,89%). Elles constituent également les procédures les plus observées chez Alexane (S3 : 30%, S4 : 40%). On retrouve ensuite deux procédures mobilisant les doigts chez Camille, l'une les associant au surcomptage (SA : 22,22%) et l'autre décomposant la quantité affichée par le deuxième dé pour compléter les mains où des doigts sont déjà levés (SB : 5,56%). Dans la classe d'Alexane, une autre procédure s'appuyant sur les doigts et le surcomptage est également observée (S2 : 20%), tout comme la procédure SB représentant 10% de l'ensemble des procédures utilisées par ses élèves.

Ainsi, ce deuxième test, mettant en jeu des dés comportant des écritures chiffrées, a permis d'observer des procédures s'appuyant sur l'utilisation des doigts (S2, S4, SA, SB) mais aussi le réinvestissement du résultat d'une somme mémorisée. On constate que contrairement au test 1, le recours au surcomptage est apparu dans la classe d'Alexane (S2 : 20%) dans des proportions similaires à celle de Camille (SA : 22,22%). De même, l'utilisation de résultats mémorisés a augmenté chez ses élèves (S3 : 30%, contre 13,33% dans le test 1 - *Histogramme des procédures utilisées sur le test 1*). Si une nouvelle procédure basée sur la décomposition de la seconde quantité ajoutée est

apparue (SB), celle s'appuyant sur l'utilisation de la frise (S5) n'est plus présente (*Histogramme des procédures utilisées sur le test 1*).



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 3*

<b>Légende de l'histogramme (Test 3 - Séquence 17)</b>	
Intitulés	Procédures
S2	Les enfants choisissent un dé et surcomptent à partir de celui-ci en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre.
S3	Les enfants connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des nombres des dés (points ou écritures chiffrées)
S4	Les enfants se servent de leurs 2 mains pour représenter les 2 nombres obtenus et recomptent le nombre total de doigts levés (uniquement valable si les nombres sont inférieurs ou égaux à 5).
SA	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à la quantité affichée par le premier dé en récitant la comptine numérique, puis lèvent à la suite autant de doigts que la quantité affichée par le second dé en surcomptant
SB	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main

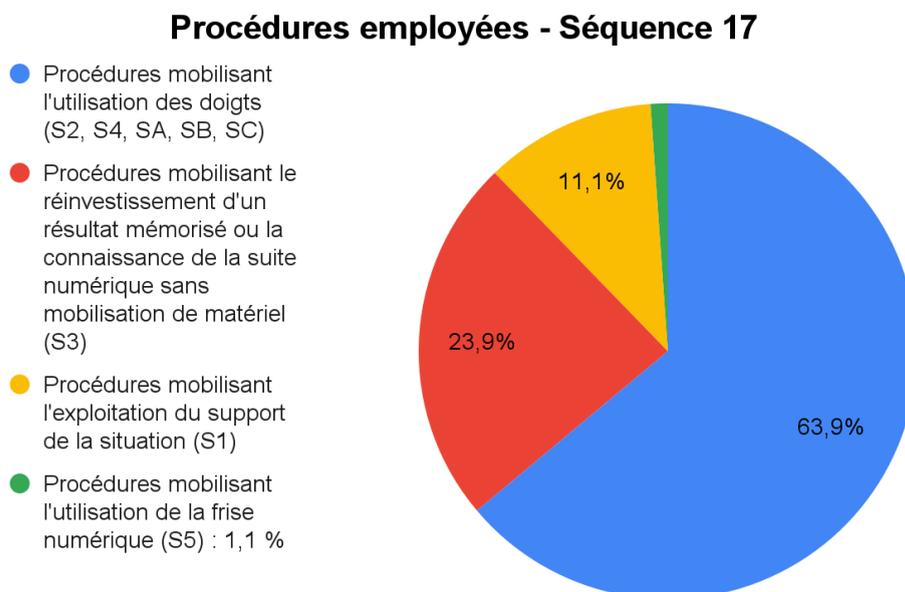
SC	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à la quantité affichée par le premier dé en récitant la comptine numérique, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant
----	--

Dans le troisième test, il a été donné aux enfants un dé comportant des constellations de points et un autre avec des écritures chiffrées (1 à 6). L'histogramme, ci-dessus, rend compte des observations réalisées lors des trente-deux compositions pour les deux classes. Six procédures différentes ont émergé parmi lesquelles trois avaient été envisagées dans l'analyse a priori et trois observées sans avoir été anticipées : quatre sont visibles dans la classe de Camille et quatre chez Alexane. Dans la classe d'Alexane, seules des procédures mobilisant l'utilisation des doigts ont été observées (S2, S4, SA, SC) tandis que chez Camille on retrouve exactement les mêmes proportions de chacune des procédures que dans le test 2 (*Histogramme des procédures utilisées sur le test 2*). Cela implique notamment le réinvestissement de sommes mémorisées (S3 : 33,33%), une procédure qui est ici absente de la classe d'Alexane. La mobilisation des doigts en incluant le surcomptage est présente dans trois procédures (S2, SA, SC) qui correspondent à 22,22% des procédures chez Camille contre 78,56% pour les élèves d'Alexane. L'utilisation des doigts en les recomptant représente ainsi 38,89% de l'ensemble des procédures dans la classe de Camille et 21,43% chez Alexane. La dernière procédure, observée uniquement dans la classe de Camille, s'appuie sur la décomposition de la seconde quantité affichée par les dés et est plus rare (SB : 5,56%).

Ainsi, dans ce troisième test où les enfants utilisaient à la fois un dé à constellations et un à écritures chiffrées, les procédures observées dans la classe de Camille n'ont pas changé par rapport au test 2 et sont présentes dans les mêmes proportions (*Histogramme des procédures utilisées sur le test 2*). Cependant, chez Alexane, on constate que davantage d'élèves ont recours au surcomptage (78,56%), à la fois en comparant cette part avec celle observée chez Camille (22,22%) mais aussi avec celle relevée lors du test 2 (20% -

*Histogramme des procédures utilisées sur le test 2). Le recomptage (S4) n'a ainsi été présent dans sa classe que pour 21,43% des procédures.*

### **Analyse des tests :**



*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests de l'unité d'apprentissage "Séquence 17"*

Dans les tests réalisés par les élèves au cours de l'unité d'apprentissage "Séquence 17", aucun matériel n'a directement été distribué aux élèves pour leur permettre de résoudre les problèmes de composition rencontrés : c'est le matériel utilisé comme support de la situation qu'ils pouvaient choisir d'exploiter.

Le diagramme circulaire, ci-dessus, présente les différentes procédures mobilisées par les élèves lors de la résolution des problèmes issus de l'unité d'apprentissage. On remarque que la part prise par celles basées sur l'utilisation des doigts est bien plus importante (63,9%) que celles s'appuyant sur une somme mémorisée (23,9%) ou l'exploitation du support de la situation. Ici, les procédures S1 (11,1%) et S5 (1,1%) ont été séparées mais elles sont toutes deux issues du matériel qui a été utilisé par les élèves et pourraient être regroupées; ce qui correspondrait à 12,2% des procédures exploitant le support mis à disposition.

Il est possible de mettre en évidence deux types de collections intermédiaires utilisées pour être en mesure de déterminer la quantité totale représentée par les dés. D'une part, les élèves ont constitué des collections de doigts équipotentes aux quantités affichées par les dés. Cela nécessitait que la quantité totale soit inférieure ou égale à 10, ou que les élèves aient mis en place des procédures pour pallier le fait que la somme de deux dés puisse varier de 2 à 12. D'autre part, des élèves ont dénombré l'ensemble des points présents sur les dés. Cela leur permettait d'éviter une étape supplémentaire de par la correspondance à réaliser entre les points affichés et leurs doigts, et résolvait le problème rencontré par certains en lien avec la différence entre la quantité maximale de doigts pouvant être levés à la fois (10) et la quantité maximale pouvant être atteinte en additionnant les points affichés par les dés (12). La procédure de dénombrement ne pouvait cependant être mobilisée que lorsque l'ensemble des dés comportaient des constellations de points.

Lorsque l'un des dés affichait une écriture chiffrée, les élèves n'ont même pas songé à dénombrer les points présents sur le premier dé et à surcompter en utilisant leurs doigts pour y ajouter la quantité affichée sur le second. Ils ont immédiatement basculé sur des procédures basées sur l'utilisation des doigts et notamment des procédures de surcomptage. Les élèves reconnaissaient la constellation de points affichée sur le premier dé et l'associaient à la quantité correspondante à partir de laquelle ils surcomptaient pour ajouter la quantité représentée par l'écriture chiffre du second dé.

Le réinvestissement d'une somme mémorisée a été plus fréquent que le recours au matériel du support (dénombrement des points sur les dés, appui sur la frise numérique). Bien qu'il ait été présent peu importe le type de dé mis à la disposition des élèves, on le retrouve d'autant plus lorsque les deux comportent des écritures chiffrées. Cela peut être dû à l'étude des décompositions des différents nombres. Celle-ci s'appuie sur des quantités représentées à l'aide de jetons, de dessins d'animaux ou d'objets, mais les affichages comportent souvent à la fois ces schématisations et des écritures chiffrées. Il est finalement plus rapide pour les élèves de s'y reporter en lisant celles-ci lors de différentes tâches. L'association des différents nombres est

ainsi mémorisée par les élèves qui en font une photographie mentale, plus facilement mobilisable à l'avenir.

En ce qui concerne la procédure s'appuyant sur la frise numérique commune, présente au milieu de la table ou reproduite au tableau, son utilisation a été peu fréquente. Cela peut être dû à son emplacement par rapport aux élèves. Lorsqu'elle était sur la table, elle était éloignée de chacun pour être visible par tous, ce qui rendait son utilisation difficile. Lorsqu'elle était dessinée au tableau, les enfants étaient assis en tailleur sur le sol. Ainsi, ils n'ont pas pensé pouvoir se lever pour s'en servir. Il s'agit ici d'un biais induit par les organisations spatiales de la passation des tests. On constate, cependant, que celle-ci a été mobilisée par une élève lors du premier test.

Pour conclure, bien qu'aucun matériel n'ait été distribué à chaque élève dans l'unité d'apprentissage "Séquence 17", certains ont exploité celui qui constituait le support des tests même si cette part est faible en comparaison avec les autres procédures (12,2%). En effet, dans le test 1, la constitution de collections de doigts équipotentes aux quantités affichées par les dés puis leur recomptage était plus coûteuse que le dénombrement direct des points, qui était efficace peu importe les quantités affichées (alors que les mains ne comportent que dix doigts pouvant être levés simultanément). Le surcomptage a été observé dans 55,07% de l'ensemble des procédures, et le réinvestissement d'une somme mémorisée dans 23,9% d'entre elles. Si l'objectif de cette unité d'apprentissage est de calculer la quantité de la réunion de deux collections, il est en effet nécessaire qu'à l'issue de celle-ci les élèves s'affranchissent du matériel. On constate que si une grande part des procédures mobilise le surcomptage ou des sommes connues, c'est que les élèves ont privilégié des procédures plus rapides et moins coûteuses et donc plus efficaces. Celles-ci nécessitent cependant d'avoir une bonne connaissance de la suite numérique dans l'ordre croissant (par itération d'une unité à la fois) et d'avoir mémorisé les décompositions des différents nombres au fur et à mesure de leur étude.

- iii. Problème de transformation, recherche de l'état final : unité d'apprentissage "Les tirelires" (Vers les maths GS, Accès)

Dans la situation "Les tirelires" d'Accès, l'objectif d'apprentissage est d'anticiper le résultat d'un ajout ou d'un retrait. Pour cela, l'enseignante utilisait une tirelire opaque dans laquelle elle insérait deux collections de jetons ou en insérait une puis en retirait une autre. Pour déterminer la quantité finale de jetons dans la tirelire après la transformation, les élèves ont eu à leur disposition : des jetons, une bande numérique, une feuille de papier et un crayon ou aucun matériel.

Les élèves ont été répartis en deux groupes dans la classe de Camille (II.4). Chacun devait initialement être consacré à la réalisation des quatre tests en se focalisant sur un type de transformation (positive ou négative), mais les enfants ont finalement tous passé l'ensemble des tests en intégrant les transformations positives et négatives (II.5.iv. Tableau des variables didactiques). Dans la classe d'Alexane, les élèves ont été séparés en trois groupes en fonction du type de matériel qui a été mis à la disposition de chacun (jetons, frise numérique, papier et crayon) et non en fonction de la transformation opérée. Dans chaque classe, les élèves étaient installés autour d'une table avec l'enseignante et ils venaient leur donner la réponse au problème posé en la lui chuchotant à l'oreille (Annexe 4.2 Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage *Les tirelires*). Ainsi, les écrits pouvant être produits par l'utilisation de la frise numérique ou du papier et du crayon n'avaient pas une visée communicative mais bien réflexive car la restitution des réponses se faisait à l'oral.

Tout comme pour les unités d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (III.1.i) et "Séquence 17" (III.2.i), des histogrammes permettant de comparer la proportion de chaque procédure observée durant les tests ont été créés. Ils complètent les tableaux de synthèse des observations réalisés pour chaque classe (Annexes 4.3 et 4.4). Les procédures seront analysées en deux temps, en

fonction du type de transformation opérée dans les problèmes proposés par l'enseignante car selon que celle-ci soit positive ou négative, elles varient grandement.

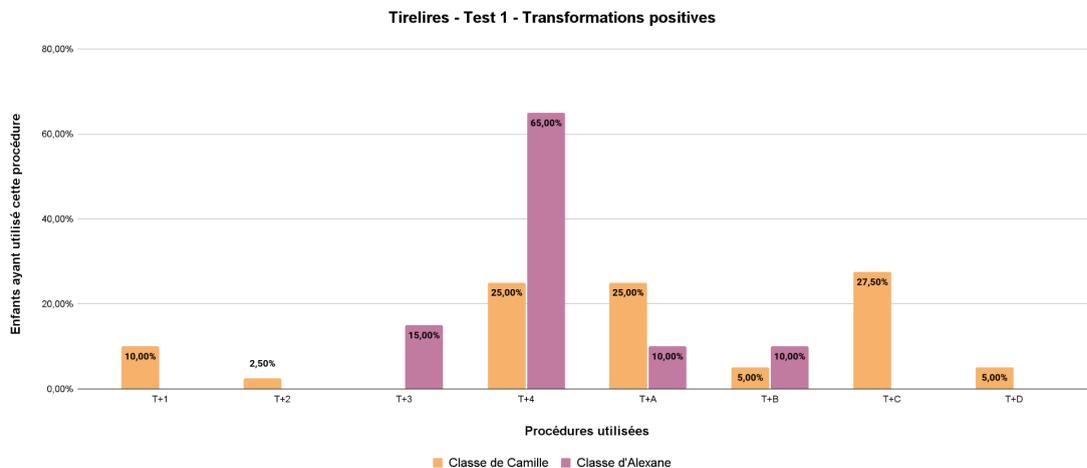


*Matériel support dans la classe d'Alexane*



*Matériel support dans la classe de Camille*

## Transformations positives



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 1 pour les transformations positives*

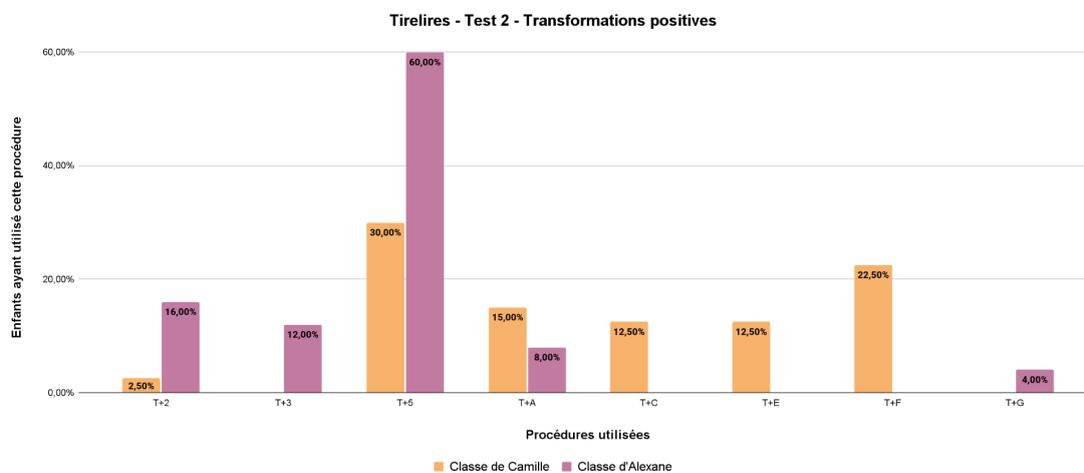
<b>Légende de l'histogramme (Test 1 - Transformation positive)</b>	
Intitulés	Procédures
T+1	Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre
T+2	Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons
T+3	Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés
T+4	Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis comptent l'ensemble à la fin
T+A	Procédure observée : les enfants se servent de leurs deux mains (doigts levés) pour garder la mémoire des deux nombres ajoutés et recomptent l'ensemble de leurs doigts levés
T+B	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main

T+C	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à celle des jetons et les comptent, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant
T+D	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts pour réaliser une collection équipotente à la première collection de jetons puis réalisent que le nombre de doigts baissés correspondant à la deuxième collection permettent de compléter une ou deux mains (5 ou 10 doigts au total)

Dans le premier test, les enfants ont bénéficié de jetons pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus reprend les observations réalisées auprès des douze élèves testés pour les cinq sommes proposées. En ce qui concerne les transformations positives, il est possible de constater que les procédures mobilisées sont variées : on en retrouve sept différentes dans la classe de Camille et quatre chez Alexane. Parmi celles-ci, quatre ont été envisagées dans le cadre de l'analyse a priori, tandis que quatre ont été observées sans avoir été anticipées. On retrouve six procédures s'appuyant sur l'utilisation de leurs doigts par les élèves, une mobilisant la mémorisation préalable du résultat de la somme des deux nombres, et une seule requérant les jetons. Dans la classe de Camille, les trois procédures majoritaires ont été utilisées en proportion quasi-similaires (25% pour les procédures T+4 et T+A et 27,5% pour la procédure T+C) tandis que les autres sont représentées beaucoup plus faiblement (T+1 : 10%, T+B et T+D : 5%, T+2 : 2,5%). Chez Alexane, on retrouve une procédure (T+4) en proportion bien supérieure (65%) à celle des trois autres rencontrées (T+3 : 15%, T+A et T+B : 10%).

Ainsi, ce premier test mettant à la disposition des enfants des jetons pour résoudre le problème proposé a permis d'observer une procédure mobilisant dans les deux classes. Celle-ci n'occupe cependant pas la même part dans les démarches de résolution employées par les élèves. On constate que dans la classe de Camille, elle fait partie des procédures principales que les enfants ont utilisées (25%) bien qu'elle soit concurrencée par deux autres en même proportion et quatre autres plus faiblement. Dans la classe d'Alexane,

quant à elle, les enfants ont plébiscité cette procédure (65%) qui dépasse très fortement la part prise par les trois autres observées (15%, 10% et 10%).



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 2 pour les transformations positives*

<b>Légende de l'histogramme (Test 2 - Transformation positive)</b>	
Intitulés	Procédures
T+2	Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent ( ont mémorisé ) le résultat de la somme des jetons
T+3	Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés
T+5	Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis avancent du nombre de cases correspondant au second cardinal et regardent le nombre d'arrivée
T+A	Procédure observée : les enfants se servent de leurs deux mains (doigts levés) pour garder la mémoire des deux nombres ajoutés et recomptent l'ensemble de leurs doigts levés
T+C	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à celle des jetons et les comptent, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant

T+E	Procédure observée (si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique) : les enfants dessinent dans chaque case le nombre de jetons correspondant à l'écriture chiffrée et recomptent par énumération les deux collections correspondant aux jetons ajoutés par l'enseignante
T+F	Procédure observée (si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique) : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis avancent du nombre de cases correspondant au second cardinal en surcomptant
T+G	Procédure observée (si la restitution se fait à l'aide de la frise) : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis lèvent autant de doigts que le cardinal du second nombre de jetons ajoutés et avancent sur la frise du cardinal du second nombre en pointant successivement les nombres sur la frise avec leurs différents doigts.

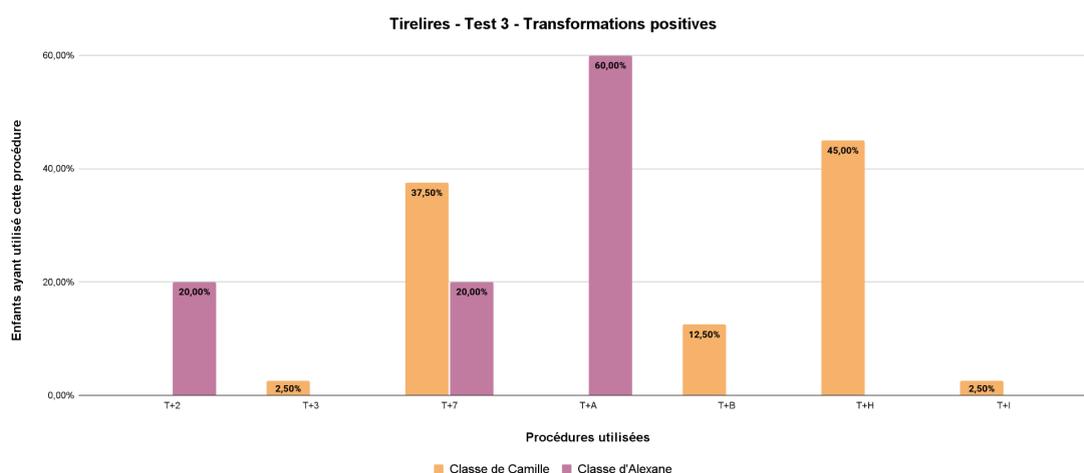
Dans le deuxième test, les enfants ont eu à leur disposition une frise numérique (de 0 à 12) comportant des cases vides sous chaque nombre pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus synthétise les observations réalisées auprès des treize élèves testés pour les cinq sommes proposées. Dans le cas des transformations positives, on retrouve de nombreuses procédures différentes dont trois envisagées dans l'analyse a priori et cinq observées sans avoir été anticipées : six sont mises en évidence chez Camille et cinq dans la classe d'Alexane. Il est possible d'identifier quatre procédures exploitant la frise numérique distribuée, trois s'appuyant sur l'utilisation de leurs doigts par les élèves et une mobilisant la mémorisation préalable du résultat de la somme des deux nombres. On constate que la procédure majoritairement utilisée dans les deux classes est identique et mobilise le matériel donné aux élèves (T+5 : concerne 60% des élèves chez Alexane et 30% chez Camille). Chez Camille, la deuxième procédure la plus utilisée (T+F : 22,5%) mobilise à la fois l'utilisation de la frise numérique et le surcomptage (contrairement à la procédure T+5). Trois procédures sont ensuite observées dans des proportions quasi similaires : deux d'entre elles s'appuient sur l'utilisation des doigts (T+A : 15%, T+C : 12,5%) et l'autre sur l'exploitation de la frise numérique (T+E : 12,5%). La dernière

procédure employée (T+2) s'appuie sur la mémorisation préalable du résultat de la somme et a été beaucoup plus rare (2,5%). Dans la classe d'Alexane, au contraire, celle-ci représente 16% des moyens de résolution utilisés par les élèves et est la deuxième procédure la plus observée. On retrouve ensuite deux procédures s'appuyant sur l'utilisation des doigts (T+3 : 12%, T+A : 8%) et une procédure singulière mobilisée chez l'une des élèves (T+G : 4%).

Ainsi, ce deuxième test proposant aux enfants une frise numérique pour résoudre le problème proposé a mis en évidence diverses procédures la mobilisant au sein des deux classes : 64,5% des procédures utilisées pour résoudre les différents problèmes de transformation requièrent son utilisation. La procédure majoritairement utilisée est la même chez Camille et Alexane et s'appuie sur celle-ci bien qu'elle ne représente pas la même proportion dans chacune des deux classes (60% chez Alexane et 30% chez Camille). Les procédures mobilisant l'utilisation des doigts ont été minoritaires au cours de ce test (deux procédures uniquement pour 17,5% d'emploi) tout comme celle s'appuyant sur la mémorisation préalable du résultat de la somme (9,25% en moyenne sur les deux classes) bien que cette dernière soit la deuxième procédure la plus utilisée dans la classe d'Alexane (16%).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		••	••••	•••••	••••••			••••				
		••	••••	•••••	••••••	••••••	••••••		••••	••••		
			••••		•••••		•••••			••••	••••	
					•••••							

*Procédure T+E observée dans la classe de Camille*



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 3 pour les transformations positives*

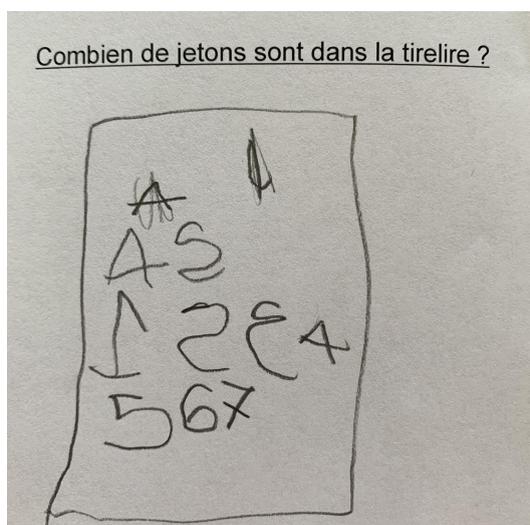
<b>Légende de l'histogramme (Test 3 - Transformation positive)</b>	
Intitulés	Procédures
T+2	Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons
T+3	Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés
T+7	Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent les collections de jetons au fur et à mesure puis comptent l'ensemble des jetons représentés.
T+A	Procédure observée : les enfants se servent de leurs deux mains (doigts levés) pour garder la mémoire des deux nombres ajoutés et recomptent l'ensemble de leurs doigts levés
T+B	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main
T+H	Procédure observée (si la restitution se fait à l'aide de schéma) : les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis partent d'une des collections et recomptent en levant simultanément leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal d'un nombre écrit sur la feuille,

	baissent leurs doigts, et continuent la comptine numérique en levant leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal du 2nd nombre écrit sur la feuille.
T+I	Procédure observée (si la restitution se fait à l'aide de schéma) : les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis écrivent la suite numérique jusqu'au 1er cardinal, et continuent en-dessous en écrivant autant de nombres pour poursuivre la suite numérique que le 2ème nombre de jetons ajoutés

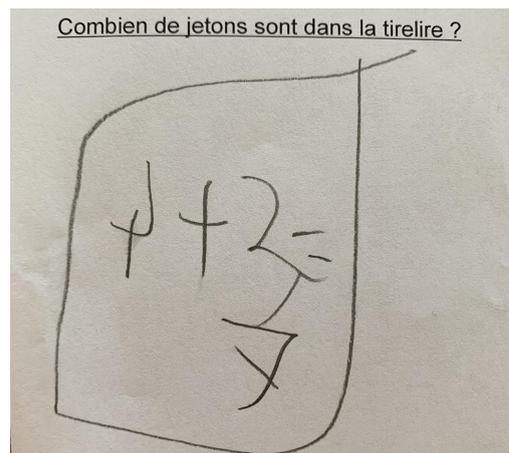
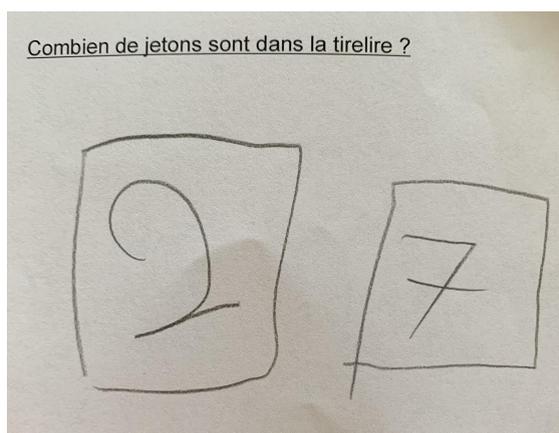
Dans le troisième test, il a été distribué aux enfants une feuille de papier et un crayon dont ils pouvaient se servir pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus rend compte des observations réalisées auprès des treize élèves testés pour les cinq sommes proposées. Pour les transformations positives, sept procédures différentes ont émergé parmi lesquelles trois avaient été envisagées dans l'analyse a priori et quatre observées sans avoir été anticipées : cinq sont visibles dans la classe de Camille et trois chez Alexane. Une seule des procédures est commune aux deux classes (T+7) et s'appuie sur l'utilisation de la feuille de papier et la schématisation. Elle est l'une des procédures majoritaires chez Camille (37,5%) et l'une des minoritaires chez Alexane (20%). Dans la classe de Camille, la procédure majoritaire (T+H : 45%) s'appuie à la fois sur l'utilisation de la feuille de papier (comme mémoire des quantités ajoutées par l'enseignante) et des doigts afin de résoudre le problème proposé. On retrouve ensuite une procédure s'appuyant sur l'utilisation des doigts et la décomposition des nombres (T+B : 12,5%) et deux procédures très minoritaires (T+3 et T+I : 2,5%). Chez Alexane, la procédure majoritaire s'appuie sur l'utilisation des doigts (T+A : 60%) tandis que le réinvestissement d'un résultat mémorisé (T+2) et l'utilisation du papier (T+7) pour résoudre le problème proposé sont minoritaires (20%).

Ainsi, ce troisième test dans lequel les enfants disposaient d'une feuille de papier et d'un crayon pour résoudre le problème proposé a permis d'observer trois procédures les mobilisant. Cependant, la part d'enfants les

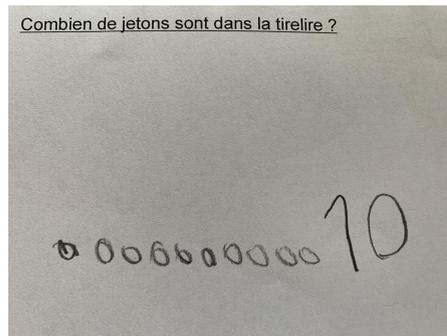
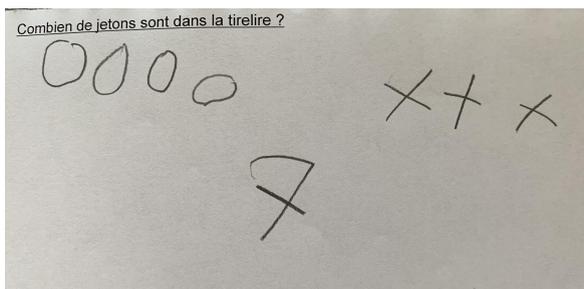
ayant utilisées varie grandement entre les deux classes : cela représente 85% des procédures de résolution chez Camille contre 20% chez Alexane. De ce fait, la répartition des autres moyens de résolution est également grandement contrastée : 60% des élèves de la classe d'Alexane ont mobilisé leurs doigts pour trouver la réponse tandis que dans celle de Camille, cela ne représente que 15%. De même, le réinvestissement d'un résultat mémorisé représente 20% des procédures de résolution employées chez Alexane et aucun élève ne l'a utilisé chez Camille.



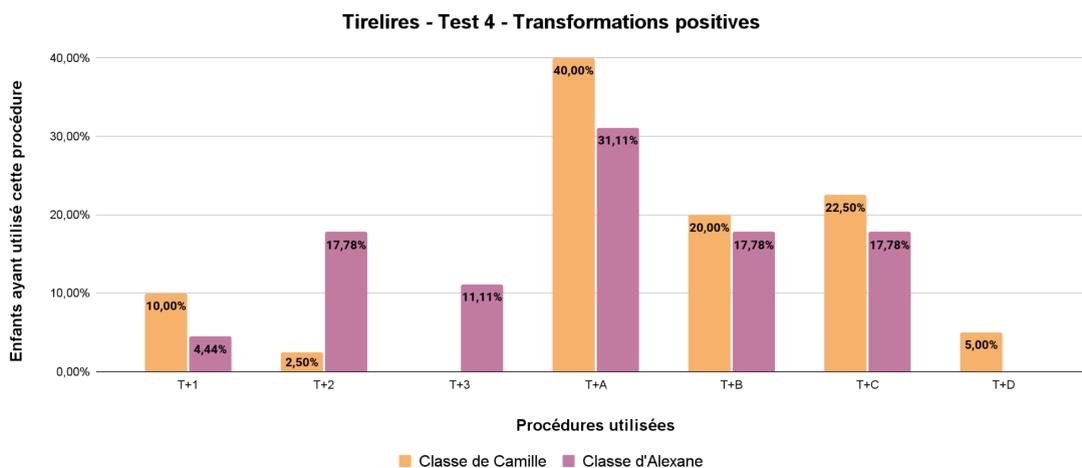
*Procédure T+I*



*Procédures observées : le nombre pour garder en mémoire la quantité et communiquer le résultat*



*Procédure T+7*



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 4 pour les transformations positives*

<b>Légende de l'histogramme (Test 4 - Transformation positive)</b>	
Intitulés	Procédures
T+1	Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre
T+2	Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent ( ont mémorisé ) le résultat de la somme des jetons
T+3	Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés
T+A	Procédure observée : les enfants se servent de leurs deux mains (doigts levés) pour garder la mémoire des deux nombres ajoutés et recomptent l'ensemble de leurs doigts levés

T+B	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main
T+C	Procédure observée : les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à celle des jetons et les comptent, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant
T+D	Procédure observée : les enfants lèvent leurs doigts pour réaliser une collection équipotente à la première collection de jetons puis réalisent que le nombre de doigts baissés correspondant à la deuxième collection permettent de compléter une ou deux mains (5 ou 10 doigts au total)

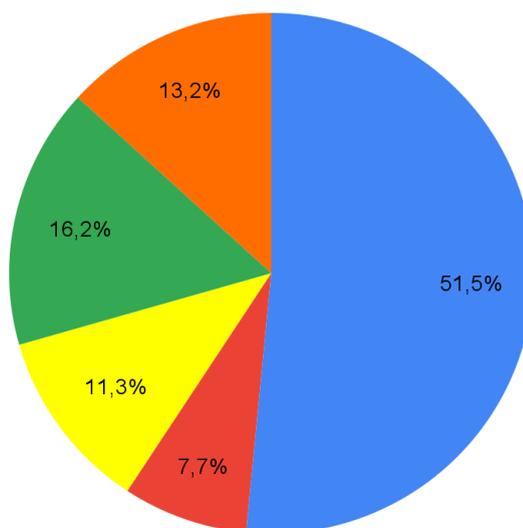
Dans le quatrième test, les enfants n'avaient pas de matériel à leur disposition pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus représente les observations réalisées auprès des dix-sept élèves testés pour les cinq sommes proposées. Les transformations positives réalisées ont permis d'observer sept procédures différentes (trois envisagées dans l'analyse a priori et quatre observées sans avoir été anticipées) : six sont apparues chez Camille tout comme dans la classe d'Alexane. La procédure majoritairement utilisée par les deux classes (T+A : 40% chez Camille et 31,1% chez Alexane) ne s'applique qu'aux quantités inférieures ou égales à 5. Les élèves ont donc dû mobiliser d'autres méthodes pour résoudre les problèmes de transformation ne répondant pas à ce critère. Les procédures T+B et T+C ont été utilisées dans des proportions similaires dans les deux classes (20% et 22,5% respectivement pour Camille et 17,78% pour Alexane), bien que chez Alexane une troisième procédure (s'appuyant sur la mémorisation du résultat d'une somme) soit à égalité (T+2) alors que celle-ci a été la plus rare chez Camille. On retrouve ensuite deux procédures représentées avec une part similaire dans chacune des classes (T+1 : 10% chez Camille et T+3 : 11,1% chez Alexane) et deux procédures plus faibles (T+1 : 4,44% chez Alexane et T+D : 5% chez Camille).

Ainsi, ce quatrième test n'impliquant pas de matériel pour résoudre le problème proposé a montré une grande diversité de procédures mobilisant l'utilisation des doigts chez les élèves. La procédure majoritaire n'étant applicable qu'aux quantités inférieures ou égales à cinq et les enfants ne disposant pas de matériel, ils ont cherché d'autres façons de trouver la réponse au problème ce qui explique cette grande variété. Deux procédures s'appuyant sur l'utilisation des doigts ont ainsi été jugées efficaces par les enfants qui les ont beaucoup mobilisées pour les cas où le critère "quantité inférieure ou égale à 5" n'était pas respecté, et dans la classe d'Alexane le réinvestissement du résultat de sommes connues a également été plébiscité.

### Analyse des tests lorsque les transformations sont positives :

#### Procédures employées - Tirelires - Transformations positives

- Procédures mobilisant l'utilisation des doigts (T+1, T+3, T+A, T+B, T+C, T+D)
- Procédures mobilisant le réinvestissement d'un résultat mémorisé ou la connaissance de la suite numérique sans mobilisation de matériel (T+2)
- Procédures mobilisant l'utilisation de jetons (T+4)
- Procédures mobilisant l'utilisation de la frise numérique (T+5, T+E, T+F, T+G)
- Procédures mobilisant l'utilisation du papier / crayon (T+7, T+H, T+I)



*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests pour les transformations positives*

Le diagramme circulaire ci-dessus met en évidence la part très importante de procédures mobilisant l'utilisation des doigts chez les élèves tandis que le recours au matériel mis à leur disposition ou le réinvestissement de résultats connus apparaissent beaucoup plus faiblement.

Lors de la passation des tests, les enfants ont très souvent refusé d'eux-mêmes d'utiliser le matériel car ils le considéraient comme trop aidant et voulaient trouver la solution par leurs propres moyens. Il apparaît que le fait de proposer du matériel (notamment des jetons) au cours des enseignements du Domaine 4 (surtout en ce qui concerne l'étude du nombre) est connoté négativement par les élèves comme une aide délivrée à ceux rencontrant des difficultés dans les apprentissages en cours. Ils le voient comme un moyen de trouver la réponse sans réfléchir et trouvent dévalorisant le fait de le leur proposer, comme si l'enseignant les jugeait incapables à résoudre le problème seuls.

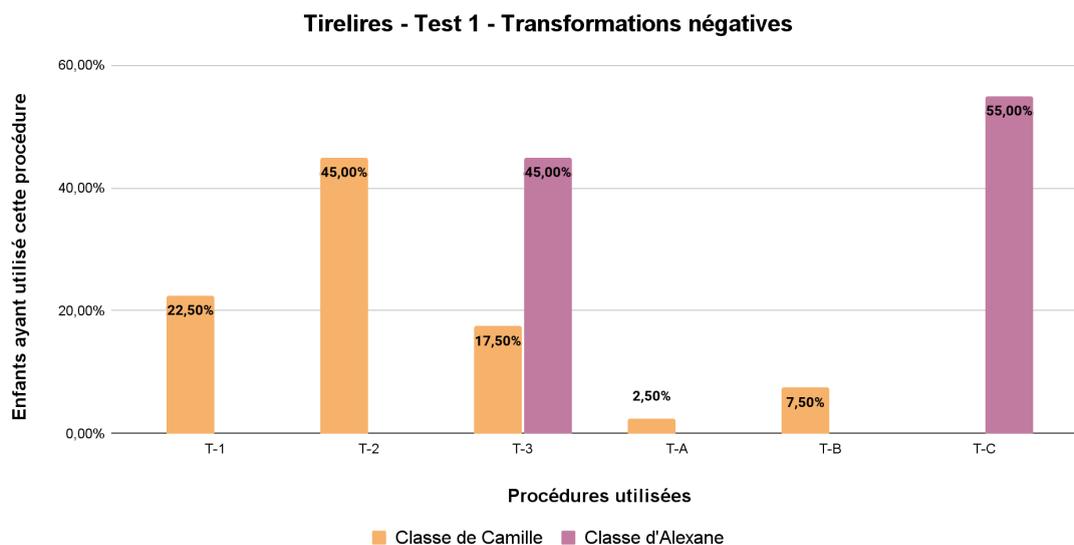
Pour cela, il est nécessaire de rassurer les élèves sur le fait que recevoir du matériel n'est pas le signe d'un manque de compétences, mais au contraire un moyen différent de trouver la réponse à un problème donné. Effectivement, certains élèves qui n'utilisaient pas les jetons pour résoudre la somme proposée dans un premier temps ont essayé de s'en servir pour imiter les autres enfants (mimétisme), mais comme ils ne savaient pas comment l'utiliser, ils ne trouvaient finalement pas la bonne réponse. Ils ont ainsi compris que plusieurs procédures pouvaient être valables et efficaces, et qu'ils avaient le droit d'en essayer plusieurs avant de choisir celle qu'ils préféraient. De même, ils ont réalisé que certaines procédures ne se prêtaient pas à toutes les situations (par exemple la procédure T+A qui nécessite que les quantités en jeu soient inférieures ou égales à 5) et que d'autres permettent de trouver la solution plus simplement ou plus efficacement.

Par ailleurs, le matériel (lorsqu'il a été utilisé) ne représente pas la même part selon sa nature. Les jetons, que les élèves jugent comme étant les plus facilitants, ont été décriés et donc peu mobilisés. La frise numérique, quant à elle, est celle à laquelle on a le plus recours lorsque du matériel est mis à disposition. Cela peut s'expliquer par le fait qu'elle permet de trouver la réponse sans compter, recompter ou surcompter comme avec les doigts, les jetons ou la schématisation. En effet, il suffit de positionner son doigt sur la case correspondant à la première quantité énoncée, et le déplacer vers la droite du même nombre de cases que de jetons ajoutés dans la tirelire puis de lire

l'écriture chiffrée correspondant au résultat de la transformation. Par ailleurs, les élèves n'ayant pas trouvé d'alternative à la procédure T+A en se servant de leurs doigts, par exemple, ont utilisé la frise numérique car elle permettait de construire une quantité dépassant 5 et encore 5. L'appui sur la feuille de papier et le crayon a été moins important que sur la frise, mais trois usages peuvent être mis en évidence. D'un côté, certains élèves ont représenté la situation sur leur feuille en schématisant les jetons (même symbole pour les deux collections ou des symboles différents) puis en recomptant l'ensemble. De l'autre, des élèves se sont servis de la feuille pour noter l'écriture chiffrée de chacune des collections (ou au moins de la première) puis ont recouru à leurs doigts pour trouver le résultat de la transformation proposée. Enfin, d'autres élèves ont utilisé leur feuille de papier pour communiquer leur réponse à l'enseignante sous forme d'écriture chiffrée. Ainsi, la feuille de papier peut être utilisée pour représenter la situation et chercher la réponse, comme trace-mémoire des quantités énoncées ou comme moyen de communication de la réponse. La répartition de ces différents usages peut être liée à l'effet-groupe. Dans la classe de Camille, les élèves ont été répartis en deux groupes pour réaliser les tests, et la schématisation des jetons n'a été observée que dans l'un d'eux, tandis que dans l'autre, les enfants ont utilisé l'écriture chiffrée pour se souvenir du nombre de jetons ajoutés ou du total trouvé.

Pour conclure, les transformations positives semblent naturelles pour les enfants qui sont habitués à des situations d'ajout dans la vie de classe (compter les enfants présents ou absents chaque matin par exemple). Si certains ont fait appel à des résultats mémorisés, ils ont pour beaucoup eu recours à leurs doigts peu importe le test. Ils constituent en effet une collection intermédiaire facilement accessible et modifiable rapidement dont ils ont l'habitude de se servir. Les différents matériels mis à leur disposition n'ont pas tous été autant utilisés, et certains ont vu différents usages émerger de leur présence (feuille de papier et crayon). Les enseignantes ont eu besoin de dédramatiser leur utilisation car beaucoup d'enfants ont connoté l'utilisation du matériel comme quelque chose de facilitant, qui donne la réponse sans réfléchir, et que l'on distribue aux élèves rencontrant des difficultés.

## Transformations négatives



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 1 pour les transformations négatives*

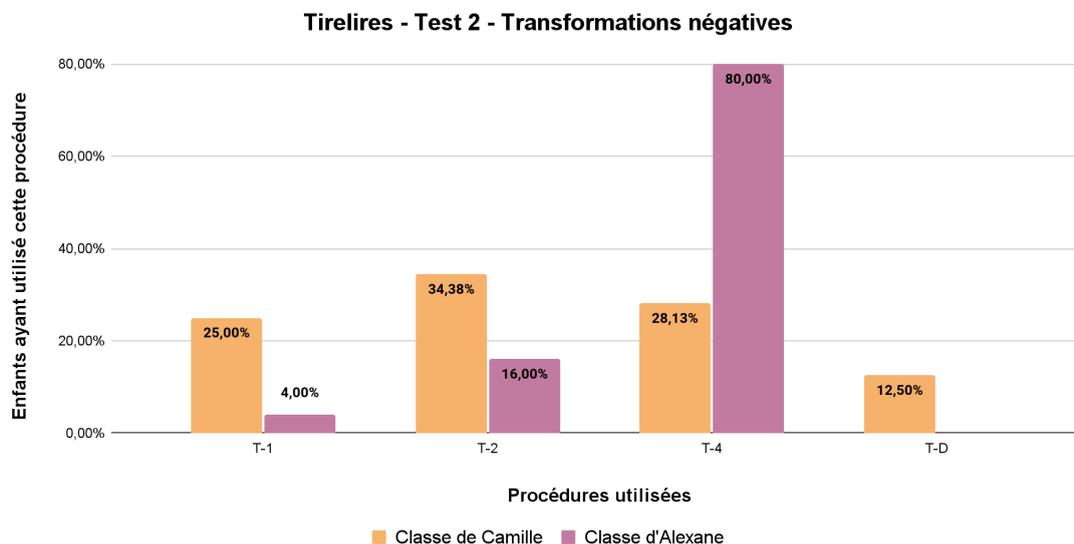
Légende de l'histogramme (Test 1 - Transformation négative)	
Intitulés	Procédures
T-1	Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent (ont mémorisé) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.
T-2	Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.
T-3	Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que celle de l'enseignant puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre enlevé. A la fin, ils comptent combien de jetons il reste dans la collection initiale.
T-A	Procédure observée : les enfants décomptent oralement le nombre de jetons retirés à partir du nombre de jetons ajoutés
T-B	Procédure observée (si les enfants disposent de jetons) : les enfants prennent une collection de jetons de même cardinal que celle de l'enseignante puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre de jetons retirés, en les décomptant

T-C	Procédure observée : les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et reconnaissent le cardinal de la constellation de doigts
-----	---

Dans le premier test, les enfants ont bénéficié de jetons pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus reprend les observations réalisées auprès des douze élèves testés pour les cinq retraits proposés. En ce qui concerne les transformations négatives, il est possible de constater que les procédures mobilisées sont variées : on en retrouve cinq différentes dans la classe de Camille et deux chez Alexane. Parmi celles-ci, trois ont été envisagées dans le cadre de l'analyse a priori tandis que trois ont été observées sans avoir été anticipées. Dans la classe de Camille, les procédures mobilisant les jetons (T-3 : 17,5%, T-B : 7,5%) n'ont pas été celles qui ont été privilégiées par les élèves. La procédure majoritaire s'appuie sur l'utilisation des doigts avec recomptage final du nombre de doigts levés restants (T-2 : 45%). On retrouve ensuite le réinvestissement d'un résultat mémorisé (T-1 : 22,5%) et le décomptage oral sans appui sur les doigts (T-A : 2,5%). Dans la classe d'Alexane, les deux procédures observées sont rencontrées dans des proportions quasi similaires : 45% des élèves ont utilisé la procédure T-3 basée sur l'utilisation des jetons tandis que 55% ont mobilisé la procédure T-C, similaire à la procédure T-2 majoritaire chez Camille, mais avec la reconnaissance de la constellation de doigts finale (pas de recomptage des doigts levés).

Ainsi, ce premier test mettant à la disposition des enfants des jetons pour résoudre le problème proposé a permis d'observer des procédures les mobilisant dans les deux classes. La part occupée par leur utilisation dans les démarches de résolution des élèves varie cependant grandement entre les deux classes : chez Camille, seules 24,5% des procédures employées mobilisent les jetons tandis que cela représente 45% de celles-ci chez Alexane. L'utilisation des doigts, quant à elle, a été fortement observée dans les deux classes (47,5% chez Camille, 55% chez Alexane) et le recours à des décompositions connues ou à la bonne connaissance de la suite numérique

pour décompter oralement n'ont été relevés que chez Camille (respectivement 22,5% et 2,5%).



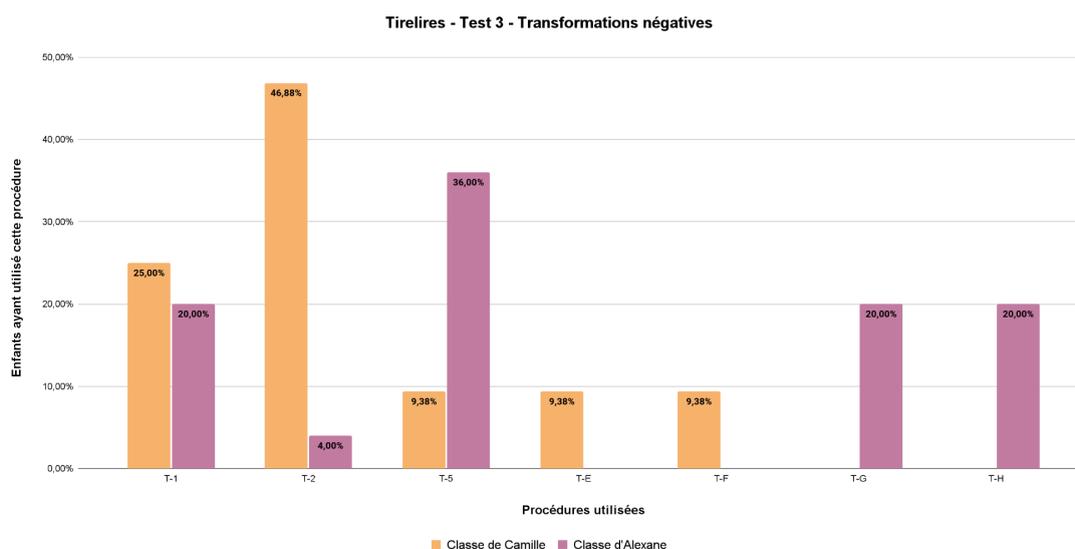
*Histogramme des procédures utilisées sur le test 2 pour les transformations négatives*

<b>Légende de l'histogramme (Test 2 - Transformation négative)</b>	
Intitulés	Procédures
T-1	Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent ( ont mémorisé ) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.
T-2	Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.
T-4	Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le chiffre correspondant au cardinal de la première collection, puis reculent du nombre de cases correspondant au second cardinal.
T-D	Procédure observée : les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés en décomptant

Dans le deuxième test, les enfants ont eu à leur disposition une frise numérique (de 0 à 12) comportant des cases vides sous chaque nombre pour

résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus synthétise les observations réalisées auprès des treize élèves testés pour les cinq retraits proposés. Dans le cas des transformations négatives, on ne retrouve que quatre procédures différentes dont trois envisagées dans l'analyse a priori et une observée sans avoir été anticipée : les quatre sont mises en évidence chez Camille et trois d'entre elles dans la classe d'Alexane. L'une des procédures exploite la frise numérique distribuée, deux s'appuient sur l'utilisation de leurs doigts par les élèves et une mobilise la mémorisation préalable de la décomposition du nombre initial de jetons. Ici encore, on constate un grand contraste dans la part prise par la procédure basée sur l'utilisation de la frise numérique (T-4) entre les deux classes. Si dans la classe d'Alexane elle est, sans conteste, la procédure majoritaire (80%), elle n'arrive qu'en deuxième position (28,13%) dans la classe de Camille. Trois procédures sont, en effet, présentes dans des proportions proches dans sa classe : une procédure nécessitant l'utilisation des doigts (T-2 : 34,38%) et une procédure réinvestissant les décompositions connues des élèves (T-1 : 25%). Enfin, on trouve une dernière procédure mobilisant à la fois les doigts des élèves et le décomptage (T-D : 12,5%). Dans la classe d'Alexane, on retrouve également les procédures T-1 (4%) et T-2 (16%) mais dans des proportions beaucoup plus faibles que la procédure T-4.

Ainsi, ce deuxième test proposant aux enfants une frise numérique pour résoudre le problème proposé a mis en évidence une procédure la mobilisant au sein des deux classes. Comme pour le test 1, l'utilisation du matériel est variable entre les deux classes : chez Camille, elle correspond à 28,13% des procédures utilisées pour résoudre les différents problèmes de transformation alors que cette part se porte à 80% chez Alexane. Si, dans la classe de Camille, trois procédures apparaissent en proportions semblables sur l'histogramme, il est possible de regrouper en réalité les procédures T-2 et T-D qui requièrent l'utilisation des doigts. Ainsi, on pourrait dire que chez Camille, ces procédures ont été majoritaires (46,88%) et l'utilisation de la frise numérique est presque aussi fréquente que le recours à des décompositions connues (25%).



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 3 pour les transformations négatives*

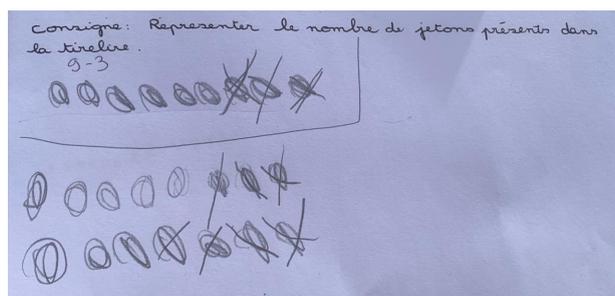
<b>Légende de l'histogramme (Test 3 - Transformation négative)</b>	
Intitulés	Procédures
T-1	Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent ( ont mémorisé ) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.
T-2	Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.
T-5	Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de jetons correspondant au nombre de jetons mis par l'enseignant dans la tirelire et barrent le nombre de jetons correspondant à la collection de jetons enlevés de la tirelire.
T-E	Procédure observée : les enfants dessinent les jetons ajoutés par l'enseignante dans la boîte sur leur feuille puis cachent avec leurs doigts les jetons enlevés
T-F	Procédure observée : les enfants dessinent les jetons ajoutés par l'enseignante dans la boîte sur leur feuille, comptent les jetons en partant de la gauche (du début) pour atteindre le cardinal de la collection retirée, et comptent les jetons restants (ceux situés à droite de la collection retirée)

T-G	Procédure observée : les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et reconnaissent le cardinal de la constellation de doigts
T-H	Procédure observée : les enfants dessinent les jetons ajoutés par l'enseignante et séparent par un espace ou un trait vertical la collection en deux sous-collections dont une est équipotente au cardinal de jetons retirés puis comptent les jetons dessinés restants.

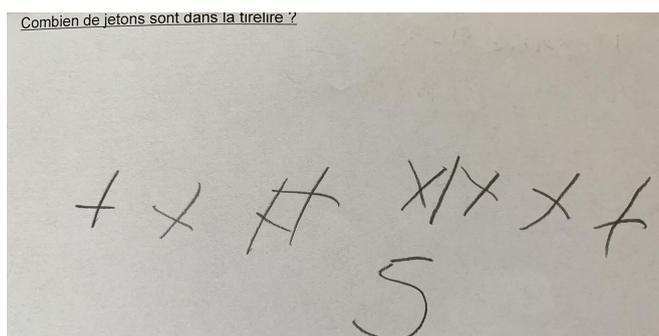
Dans le troisième test, il a été distribué aux enfants une feuille de papier et un crayon dont ils pouvaient se servir pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus rend compte des observations réalisées auprès des treize élèves testés pour les cinq retraits proposés. Pour les transformations négatives, sept procédures différentes ont émergé parmi lesquelles trois avaient été envisagées dans l'analyse a priori et quatre observées sans avoir été anticipées : cinq sont visibles dans la classe de Camille et cinq dans celle d'Alexane. Quatre procédures s'appuient sur l'utilisation de la feuille de papier et la schématisation. Dans la classe de Camille, on rencontre les procédures T-5, T-E et T-F dans des proportions égales (9,38%) ce qui porte la part de procédures basées sur la schématisation à 28,14%. Chez Alexane, on trouve les procédures T-5 (36%) et T-H (20%) ce qui équivaut à 56% de l'ensemble des procédures. Ce recours à la représentation n'est donc pas majoritaire chez Camille car la procédure la plus observée (T-2 : 46,88%) nécessite l'utilisation des doigts. Le réinvestissement d'une décomposition connue (T-1) est quant à lui présent à 25%. Dans la classe d'Alexane, au contraire, la mobilisation des doigts (T-2 : 4%, T-G : 20%) est minoritaire et occupe une part semblable à la procédure de décomposition (T-1 : 20%).

Ainsi, ce troisième test dans lequel les enfants disposaient d'une feuille de papier et d'un crayon pour résoudre le problème proposé a permis d'observer quatre procédures les mobilisant. La part d'enfants les ayant utilisées varie toujours grandement entre les deux classes : cela représente 28,14% des procédures de résolution chez Camille contre 56% chez Alexane.

On pourrait dire que dans la classe de Camille, les élèves ont davantage utilisé leurs doigts pour résoudre le problème et ont presque autant utilisé le recours à la schématisation qu'à une décomposition connue, tandis que chez Alexane les élèves ont majoritairement utilisé la représentation sur leur feuille de papier, et la mobilisation des doigts ou d'un résultat mémorisé sont minoritaires et quasiment à égalité.

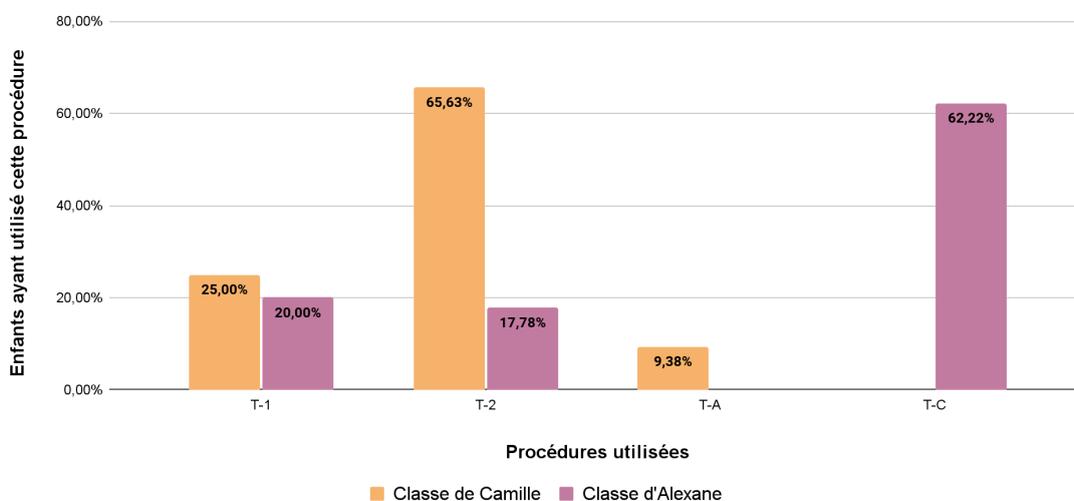


*Procédure T-C*



*Procédure T-H*

**Tirelires - Test 4 - Transformations négatives**



*Histogramme des procédures utilisées sur le test 4 pour les transformations négatives*

<b>Légende de l'histogramme (Test 4 - Transformation négative)</b>	
<b>Intitulés</b>	<b>Procédures</b>
T-1	Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent ( ont mémorisé ) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.
T-2	Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.
T-A	Procédure observée : les enfants décomptent oralement le nombre de jetons retirés à partir du nombre de jetons ajoutés
T-C	Procédure observée : les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et reconnaissent le cardinal de la constellation de doigts

Dans le quatrième test, les enfants n'avaient pas de matériel à leur disposition pour résoudre les problèmes de transformation proposés. L'histogramme ci-dessus représente les observations réalisées auprès des dix-sept élèves testés pour les cinq retraits proposés. Les transformations négatives réalisées ont permis d'observer quatre procédures différentes (deux envisagées dans l'analyse a priori et deux observées sans avoir été anticipées) : trois sont apparues chez Camille tout comme dans la classe d'Alexane. Les procédures majoritairement utilisées par les deux classes sont différentes mais mobilisent à chaque fois l'utilisation de leurs doigts par les élèves et sont présentes dans des proportions similaires (T-2 : 65,63% chez Camille, T-C : 62,22% chez Alexane). Celles-ci ne s'appliquent que pour une quantité initiale ajoutée inférieure ou égale à 10. Les retraits proposés correspondaient tous à ce critère ce qui a pu biaiser les observations. Dans la classe d'Alexane, les deux autres procédures observées occupent des parts semblables dans la résolution des problèmes proposés : l'une d'elles s'appuie sur la mémorisation d'une décomposition (T-1 : 20%) et l'autre mobilise elle aussi les doigts (T-2 : 17,78%). On peut ainsi dire que les procédures s'appuyant sur l'utilisation des doigts représentent 80% de l'ensemble de celles observées chez Alexane.

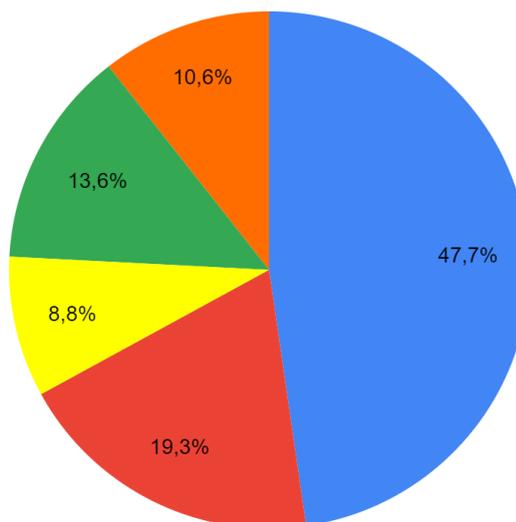
Dans la classe de Camille, les procédures T-1 (25%) et T-A (9,38%) relèvent ici de la connaissance de la suite numérique et des décompositions des nombres.

Ainsi, ce quatrième test n'impliquant pas de matériel pour résoudre le problème proposé a montré deux procédures mobilisant l'utilisation des doigts chez les élèves qui ont chacune été plébiscitées par l'une des deux classes (T-2 chez Camille et T-C chez Alexane). Il est possible de remarquer que si le recours aux doigts est bien majoritaire dans les deux classes, cette part varie et l'appui sur les décompositions mémorisées ou la connaissance de la suite numérique ne sont pas également représentées dans celles-ci (34,38% chez Camille et 20% chez Alexane).

### Analyse des tests lorsque les transformations sont négatives :

#### Procédures employées - Tirelires - Transformations négatives

- Procédures mobilisant l'utilisation des doigts (T-2, T-C, T-D, T-G)
- Procédures mobilisant le réinvestissement d'un résultat mémorisé ou la connaissance de la suite numérique sans mobilisation de matériel (T-1, T-A)
- Procédures mobilisant l'utilisation de jetons (T-3, T-B)
- Procédures mobilisant l'utilisation de la frise numérique (T-4)
- Procédures mobilisant l'utilisation du papier / crayon (T-5, T-E, T-F, T-H)



*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests pour les transformations négatives*

Le diagramme circulaire ci-dessus met en évidence ici encore la part très importante de procédures mobilisant l'utilisation des doigts chez les élèves, bien qu'elle soit plus faible que pour les transformations positives (*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests pour les transformations positives* : 51,5%) tandis que le recours au matériel mis à leur disposition ou le réinvestissement de décompositions mémorisées apparaissent beaucoup plus faiblement.

Lors de la passation des tests, tout comme pour les transformations positives, les enfants ont très souvent refusé d'eux-mêmes d'utiliser le matériel car ils le considéraient comme trop aidant et voulaient trouver la solution par leurs propres moyens. On peut voir que les transformations négatives semblent mieux se prêter au réinvestissement d'une décomposition connue. En effet, les états finaux proposés dans les tests passés par les élèves étaient toujours inférieurs à 10, et pour beaucoup inférieurs à 5. Cela reste néanmoins intéressant, car deux des sommes réalisées par les élèves sont semblables aux retraits effectués ( $4+6$  et  $10-6$  ;  $3+4$  et  $7-4$ ) en mobilisant les mêmes décompositions des nombres. Cependant, le recours aux décompositions connues dans le cadre des transformations positives n'était que de 7,7% (*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests pour les transformations positives*). Il semble que beaucoup d'élèves aient assimilé les problèmes de transformation négatives avec recherche de l'état final en problèmes de composition avec recherche d'une partie. Il a été possible d'entendre lors des phases de verbalisation "Quatre et encore trois ça fait sept", et les élèves levaient effectivement le doigt presque instantanément lorsque la quantité de jetons retirée à la quantité initiale était énoncée.

Tout comme pour les transformations positives, les différentes natures de matériel n'ont pas été utilisées dans les mêmes proportions, mais leur recours de manière générale a été moins important que pour celles-ci (*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests pour les transformations positives* : baisse de 2,5% pour l'utilisation des jetons, de 2,6% pour la frise numérique et 2,6% pour la feuille et le crayon). En ce qui concerne les jetons (Test 1), les élèves ont davantage utilisé leurs doigts car ils constituaient une collection intermédiaire facilement accessible du fait des valeurs numériques en jeu (inférieures à 10). La frise numérique a ici encore été le matériel le plus utilisé de par sa facilité à trouver le résultat du retrait sans nécessairement décompter (déplacement vers la gauche) bien que l'utilisation des doigts lui a été préférée dans la classe de Camille. Enfin, les trois usages de la feuille de papier et du crayon mis en évidence dans l'analyse des transformations positives ont également été présents pour les transformations

négatives, bien que la représentation ait été davantage variée qu'auparavant. L'effet "groupe" a également eu un rôle dans la répartition de ceux-ci, ce qui constitue une limite à nos observations.

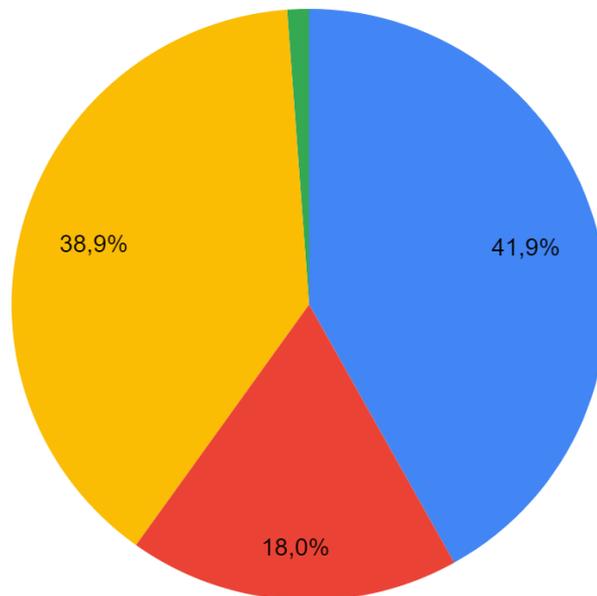
Pour conclure, les transformations négatives semblent moins naturelles que les transformations positives pour les enfants. Si la suite numérique est bien connue dans l'ordre croissant avec l'itération de l'unité, il apparaît que l'ordre décroissant soit moins stable ce qui éloigne les élèves de son utilisation pour résoudre les problèmes proposés. Pour cela, certains élèves ont détourné les transformations négatives de nos tests en problèmes de composition où ils cherchaient une partie du tout. L'étude des décompositions constitue en effet un apprentissage commun en maternelle, ce qui crée des automatismes chez les élèves. De plus, pour ceux n'ayant pas gardé en mémoire ces décompositions ou ne pensant pas à y faire appel, le recours aux doigts en comptant ceux que l'on baisse et non pas en décomptant à partir de l'état initial est la procédure privilégiée. Cela s'apparente à l'utilisation de la frise numérique qui, par un simple déplacement vers la gauche à partir de la quantité de jetons ajoutée, permet de trouver l'état final après le retrait.

## 2. Synthèse de nos analyses

Dans cette partie, nous développerons l'analyse initiée pour les trois situations présentées (III.1.i, III.1.ii, III.1.iii) en y incluant des observations réalisées lors de la passation des tests ayant été menés dans une seule des deux classes. Cela apportera des éléments de réponse aux sous-questions que notre question de recherche a relevées et nous permettra de valider ou non les hypothèses que nous avons avancées. Dans un premier temps, nous nous intéresserons au matériel proposé aux élèves à travers différents aspects (nature, statut, congruence, ...), puis nous nous focaliserons sur le type de problème proposé et son lien avec la réussite des élèves, et enfin nous nous attacherons au rôle de l'enseignant dans la facilitation des apprentissages qu'il propose à ses élèves.

### Procédures employées - Lapins et terriers

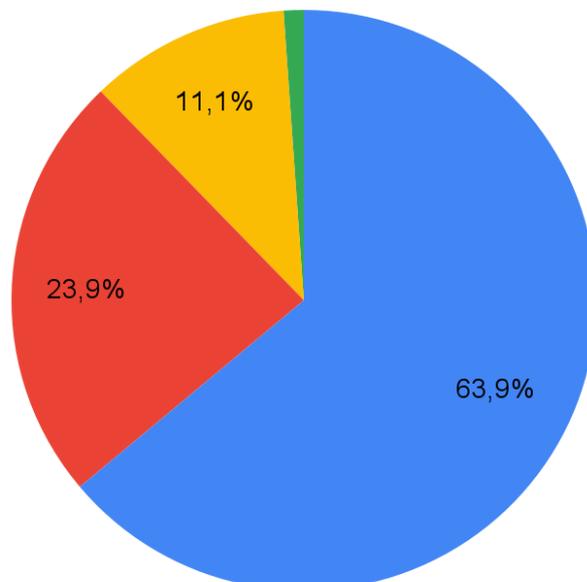
- Procédures mobilisant l'utilisation des doigts (L1, L2, L5, LA, LB, LC, LD)
- Procédures mobilisant le réinvestissement d'un résultat mémorisé (L3)
- Procédures mobilisant l'exploitation du support de la situation (J1)
- Procédures mobilisant l'utilisation de la frise numérique (L4) : 1,2 %



Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests de l'unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers"

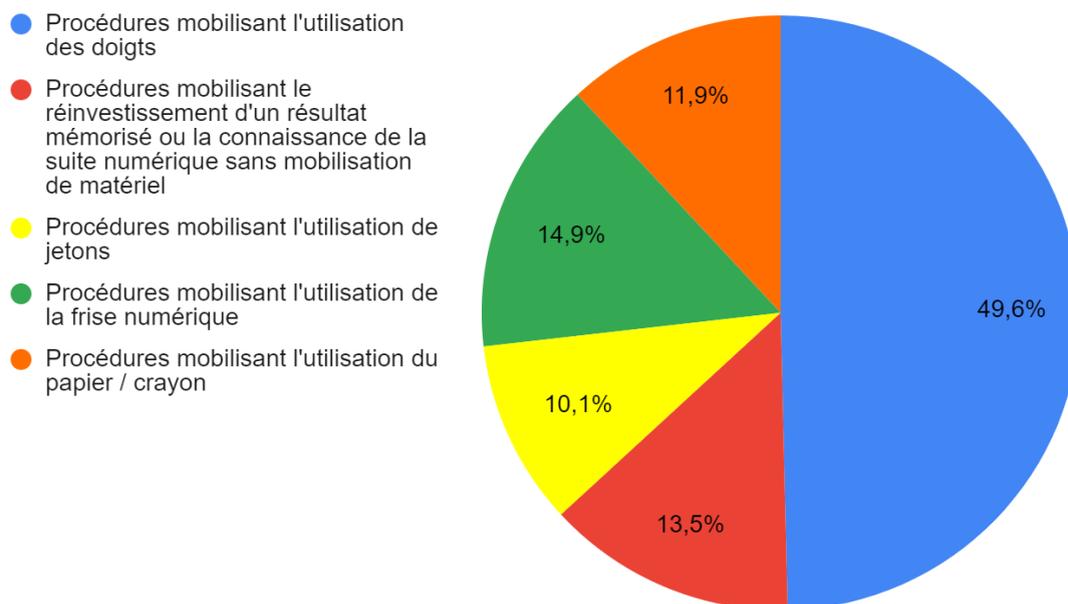
### Procédures employées - Séquence 17

- Procédures mobilisant l'utilisation des doigts (S2, S4, SA, SB, SC)
- Procédures mobilisant le réinvestissement d'un résultat mémorisé ou la connaissance de la suite numérique sans mobilisation de matériel (S3)
- Procédures mobilisant l'exploitation du support de la situation (S1)
- Procédures mobilisant l'utilisation de la frise numérique (S5) : 1,1 %



Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests de l'unité d'apprentissage "Séquence 17"

## Procédures employées - Tirelires



*Graphique circulaire des procédures utilisées sur l'ensemble des tests de l'unité d'apprentissage "Les tirelires"*

Dans l'ensemble de nos tests, nous avons effectué des observations en faisant varier la nature du matériel, sa congruence par rapport au contexte mais également sa présence ou son absence.

### **Type de matériel (jetons ou crayons, frise numérique, papier et crayon)**

Globalement, le matériel a été davantage utilisé lors des problèmes de transformation que dans ceux de composition.

En ce qui concerne **la bande numérique**, elle a été davantage utilisée dans les problèmes de transformation, notamment pour les transformations négatives dans "Les tirelires" ou la "Séquence 19" (Annexes 7.1 et 7.2), mais également les transformations positives avec des nombres en jeu supérieurs à 10. Notons qu'elle a entraîné des erreurs lorsque l'élève repartait de la dernière case pointée en la recomptant dans la 2ème collection. Par exemple pour la transformation "4 + 3", un élève va pointer/compter "1, 2, 3, 4" puis compter à

nouveau “1, 2, 3” en pointant la case “4” deux fois sur la bande numérique. Ainsi, il donnera comme réponse erronée “6”. En outre, la bande numérique a induit de la manipulation passive parce que les élèves accèdent visuellement au résultat uniquement en pointant les cases. Par exemple, lors d’une transformation positive “4 et encore 3”, l’élève part de la première case et récite la comptine numérique en avançant simultanément son doigt “1, 2, 3, 4 et 1, 2, 3” puis il lit le nombre qu’il pointe avec son doigt. Finalement, ils détournent la tâche en une activité de comptage et ont accès visuellement au résultat.

Ensuite, pour l’utilisation du **papier et du crayon** pour résoudre les problèmes, on remarque sur les diagrammes circulaires que les procédures les sollicitant ont été uniquement mobilisées pour la situation “Les tirelires” qui est un problème de transformation.

En ce qui concerne le contenu représenté pour la situation “Les lapins et les terriers” dans la classe de Camille, les représentations ont été moins figuratives que dans celle d’Alexane. Effectivement, les élèves ont surtout codé la quantité par l’écriture chiffrée dans un souci de communication. Alors que dans la classe d’Alexane, le papier et le crayon ont été introduits comme un outil dont on pouvait se servir pour déterminer la réponse si on en ressentait le besoin. Ainsi, nous nous sommes rendu compte que le statut que l’on donne au matériel auprès des élèves a un réel impact sur la nature de la représentation et de l’usage qu’ils en font.

Par ailleurs, dans les situations “Séquence 18” (Annexes 5.1 et 5.2) et “Les gâteaux d’anniversaire” (Annexes 6.1 et 6.2), nous avons également observé les procédures des élèves lorsqu’ils étaient **en possession ou non de matériel pour remplir un support sur fiche**. Les enfants sont “conditionnés” par le fait que toutes les tâches sur feuille doivent être “propres”, appliquées, sans erreur ni rature. De ce fait, ils avaient moins l’occasion de “tenter” car ils voulaient donner dès le premier essai la bonne réponse, “rédigée” parfaitement. De plus, ils n’ont que très peu utilisé le matériel mis à leur disposition. La première hypothèse qui explique cela est qu’ils n’ont pas l’habitude d’associer la manipulation de matériel à la réalisation d’un travail sur fiche. En effet, le matériel de manipulation est plus fréquemment proposé aux élèves pour des

tâches de découverte ou de verbalisation. Ensuite, la seconde hypothèse est le statut donné au matériel par l'élève. Effectivement, lors du test de la "Séquence 18", une élève de la classe d'Alexane qui avait à sa disposition des crayons (matériel congruent) a explicitement dit "Je veux faire sans les crayons parce que je veux pas que ça m'aide, je veux le faire toute seule". Ainsi, on se rend compte que l'élève considère que le matériel bloque la recherche car il donne la réponse directement.

### **Matériel congruent, matériel contextualisé**

Nous avons constaté que lorsque le matériel est **congruent**, comme par exemple lors de la situation d'Accès "Les lapins et les terriers", le matériel est considéré comme plus "attrayant" par les enfants ce qui leur donne envie de le manipuler, le pointer et donc implique davantage de procédures en lien avec celui-ci. Cependant, la manipulation n'est pas toujours au service de la réflexion et peut être uniquement accessoire, notamment lorsque les élèves accèdent déjà à la réponse grâce à une connaissance mémorisée.

Au contraire, lorsque le matériel est **non congruent** et ainsi plus "neutre", nous avons remarqué que les élèves l'utilisent moins et mobilisent d'autres procédures s'appuyant sur leurs doigts ou des savoirs mémorisés (comme une décomposition d'un nombre par exemple).

La présence d'un matériel non congruent pour représenter la situation énoncée ne les bloque pas dans sa résolution. En effet, bien que les enfants soient face à des jetons, ils les appellent durant toute la situation "lapins" et les représentent comme tels lorsque l'on met à leur disposition une feuille de papier et un crayon pour chercher / communiquer leur réponse. Le fait de contextualiser la situation aide les enfants à établir une correspondance entre les jetons présentés et les lapins énoncés. Cependant, il n'est pas nécessaire que chaque problème possède un contexte (comme par exemple dans la "Séquence 17").

Toutefois, nous n'avons pas testé le passage du matériel congruent au matériel non congruent avec le même groupe d'élèves. Ainsi on ne peut pas affirmer que le passage d'un matériel congruent à un matériel non congruent ne mette pas en difficulté les élèves si la notion a été introduite avec le matériel congruent.

### **Présence du matériel**

Comme nous pouvons l'observer dans les diagrammes circulaires, le matériel, d'une manière générale, représente 13 à 40% des procédures mobilisées par les élèves. Il n'est finalement pas majoritairement utilisé. En effet, l'absence de matériel ne perturbe pas les élèves à condition qu'ils puissent s'appuyer sur leurs doigts ou des savoirs mémorisés.

De plus, dans notre organisation des tests, il était fréquent que l'on questionne d'abord les élèves sans matériel avant de leur en proposer. Cela a biaisé les résultats parce que les enfants qui avaient trouvé une procédure efficace sans matériel et l'avaient éprouvée n'ont pas eu recours au matériel par la suite. Toutefois, nous avons remarqué que dans les problèmes de transformation comme "Les tirelires" et même dans certains cas des problèmes de composition de la "Séquence 17", lorsque le résultat cherché est un nombre supérieur à 10, le recours au matériel (physique, bande numérique, feuille et crayon) est privilégié car les enfants ne peuvent pas utiliser leurs doigts (ou du moins n'ont pas toujours le réflexe de les baisser pour continuer à s'en servir). De même, les enfants ont davantage utilisé le matériel lorsque la collection est constituée progressivement et n'est pas fixe dès le début, comme par exemple dans la situation des tirelires lorsque nous ajoutons les jetons un à un dans la tirelire en verbalisant "J'en mets un et encore un, et encore un..." au lieu de dire directement "J'en mets 7, donc il y en a 7 dans la tirelires et j'en ajoute 2".

En outre, le recours au matériel ne rendait pas toujours la procédure de l'élève efficace. Par exemple, dans la classe d'Alexane, lors de la situation des tirelires, une élève, qui avait à disposition des jetons, a construit des tours pour

représenter les deux collections. Elle a réussi à créer des collections de cardinal correspondant au nombre indiqué par l'enseignante et était très concentrée pour que ses tours soient droites mais n'a pas réussi à déterminer le nombre total de jetons présents dans la tirelire après la transformation positive. Finalement, lorsque l'enseignante a rappelé la transformation réalisée, l'élève a utilisé ses doigts pour répondre. Cet exemple met en lumière un cas où la manipulation passive a même détourné complètement l'élève de l'objectif d'apprentissage visé.

Plus généralement, pour le matériel physique, selon s'il était support de la situation et accessible par les enfants ou mis à la disposition de chaque élève individuellement, la manipulation ne rendait pas systématiquement service à l'objectif d'apprentissage. Pour la situation "Les lapins et les terriers", lorsque le jardin était visible, la grande majorité des élèves ont dénombré les choux au lieu de recourir à un résultat mémorisé (pré-requis au moment de la passation des tests). Les élèves peuvent se contenter de lire le résultat en recomptant les choux, donc ils sont dans de *la manipulation passive* (MEN, p.83). Ainsi, lorsque les élèves ont passé le stade de l'abstraction, la manipulation peut faire régresser leurs procédures. Il ne faut pas maintenir l'usage de la manipulation trop longtemps, elle ne rend pas systématiquement service à l'élève.

Au contraire, la situation "Les gâteaux d'anniversaire" (Annexes 6.1 et 6.2) qui est un problème de transformation avec recherche de la transformation met les élèves en difficulté. Dans ce cas, le matériel permettait à l'élève de valider ou d'invalider directement sa proposition, et il pouvait par tâtonnement proposer une réponse malgré la difficulté de la tâche. En effet, les élèves en viennent au matériel pour construire une réponse à une question lorsqu'ils n'ont pas de procédure efficace pour le faire sans.

### **Statut du matériel**

Finalement, il est important de distinguer les deux rôles du matériel. D'une part, le matériel pour produire la réponse lorsqu'il est encore impossible pour l'enfant de raisonner sans, la *manipulation comme étape intermédiaire*

*permettant d'engager un travail cognitif* (MEN, p.83). Selon le moment de la séquence, il est important d'anticiper le changement de statut du matériel afin qu'il soit toujours au service des apprentissages. Au début, lors de l'introduction de la nouvelle notion, il est matériel *pour constater, observer*. Ensuite, notamment après le phase de structuration, il devient matériel pour *valider ce qu'on est capable d'anticiper* (MEN, p.83).

De même, le passage au papier et au crayon doit, tout comme la manipulation, être pensé en amont. Il est fondamental d'explicitement aux élèves le statut de l'écrit. S'il s'agit d'un écrit pour communiquer la réponse, il doit être compris par une tierce personne, alors que s'il s'agit d'un écrit de travail pour aider l'élève à organiser son activité cognitive, il ne doit pas nécessairement être compréhensible par autrui et donc n'a pas à être normé.

### **Effet de contrat didactique et effet de groupe**

Comme évoqué dans l'analyse de la situation "Les lapins et les terriers", certains élèves ont produit des représentations de la situation mais répondaient sans se référer au dessin ou expliquaient avoir utilisé une autre procédure. Ainsi, nous nous sommes demandé pourquoi ces élèves ont quand même utilisé le matériel mis à leur disposition.

La première hypothèse est **l'effet du contrat didactique** : si on leur donne un papier et un crayon, cela implique implicitement que l'on attend d'eux qu'ils les utilisent. Dans le même sens, nous avons remarqué dans l'ensemble des situations que les élèves ont tendance à mobiliser le matériel lorsqu'on les questionne sur leur procédure ("Comment tu as fait pour trouver ?") alors qu'ils ont pu réinvestir un résultat connu ou ont raisonné dans leur tête. Ainsi, cela montre que les élèves pensent que l'on attend d'eux qu'ils utilisent le matériel mis à leur disposition (matériel physique, bande numérique ou le papier et le crayon). Cependant, la manipulation est là pour accompagner le travail cognitif donc si l'élève est capable de raisonner sans, la manipulation devient passive.

La seconde hypothèse est **l'effet groupe**. En effet, dans la classe d'Alexane pour l'unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" par exemple,

sur les 2 groupes qui sont passés, l'ensemble des élèves d'un groupe ont représenté quelque chose. Une élève a commencé à dessiner un lapin, ce qui a fait réagir une autre élève (un commentaire qualitatif sur la qualité de la représentation du lapin donc hors propos mathématique) et tous les élèves ont essayé de représenter un lapin. Ainsi, l'ensemble des élèves a utilisé le matériel mais pas pour accompagner leur raisonnement : ils ont finalement détourné son utilisation. Ces observations nous amènent à nous questionner sur le fonctionnement de travail par atelier et ses limites. Néanmoins, cet effet groupe a également eu des effets positifs, notamment lors de la verbalisation des procédures. En effet, lorsqu'un élève expliquait sa procédure, cela motivait d'autres élèves à essayer la même procédure et ainsi cela permettait à des élèves qui se trouvaient en difficulté face au problème de se lancer dans sa résolution. Finalement, en tant qu'enseignante on prend bien conscience de l'importance de la constitution des groupes pour que cet effet groupe soit au service des apprentissages de tous les élèves.

### **Type de problème et procédures**

En ce qui concerne le type de problème rencontré par les enfants, nous avons noté différentes tendances dans l'utilisation du matériel et dans les procédures de résolution en elles-mêmes.

D'une part, les enfants ont davantage eu recours au matériel proposé lorsqu'ils rencontraient un problème de transformation, notamment dans le cas des transformations négatives. En effet, les transformations positives sont plus fréquentes dans la vie d'une classe, et reposent sur la bonne connaissance de la suite numérique par itération de l'unité. Celle-ci est par ailleurs très souvent "enseignée" par les parents à leurs enfants avant l'entrée à l'école maternelle, sous forme de comptine, sans que les différents aspects du nombre soient réellement abordés (quantité, position, mesure). Ainsi, par habitude, les enfants pourraient résoudre sans matériel les transformations positives où l'enseignant ajoute les quantités en les décomposant en unités (on n'ajouterait pas trois jetons puis deux mais un, et encore un, et encore un puis un et encore un).

Cependant, nous n'avons pas systématiquement fait le choix de constituer les collections par itération de l'unité, ce qui a favorisé l'utilisation du matériel, notamment pour garder en mémoire les quantités ajoutées (jetons, papier et crayon). Les transformations négatives ont ainsi vu l'émergence de nombreuses procédures mobilisant le matériel proposé car elles requièrent la mémorisation de la suite numérique dans l'ordre décroissant, et donc la maîtrise du décomptage. Celui-ci est moins familier pour les élèves ce qui explique leur passage par des moyens moins experts car moins coûteux pour eux à utiliser. Par ailleurs, la frise numérique qui pouvait être mise à la disposition des élèves a pu fortement être mobilisée car elle permettait de visualiser très facilement l'état final de la transformation, par simple déplacement vers la droite (transformation positive) ou vers la gauche (transformation négative).

D'autre part, certains enfants n'ayant pas de difficulté pour manipuler les nombres ont détourné le type de problème proposé pour l'aborder sous un autre angle. Les problèmes de transformation avec recherche de l'état final ou de la transformation sont tout d'abord traités comme des problèmes de composition avec recherche d'une partie lorsque les décompositions des nombres sont connues. Par exemple, dans la situation des "Gâteaux d'anniversaire" d'Accès (Annexes 6.1 et 6.2), les enfants devaient déterminer le nombre de bougies à ajouter sur un gâteau pour que la quantité finale de bougies soit de 5. Ainsi, l'ensemble des décompositions de 5 étant connues par les enfants, beaucoup se sont appuyées sur elles ce qui a donc modifié les procédures employées. Par ailleurs, les problèmes comportant des transformations négatives avec recherche de l'état final ou de la transformation ont pu être détournés en transformations positives et donc parfois en problèmes de composition. Par exemple, dans la "Séquence 19" de Retz (Annexes 7.1 et 7.2), certains enfants ont eu recours à des procédures basées sur le surcomptage ou le recomptage alors que les transformations proposées étaient négatives.

## **Rôle de l'enseignant dans les apprentissages**

En ce qui concerne la résolution de problèmes au Cycle 1, l'enseignant doit penser les apprentissages à la fois en amont, au cours et après leur réalisation par les élèves.

Tout d'abord, il est nécessaire d'anticiper l'ensemble de la séance réalisée dans ses différents temps. La consigne ainsi que les différents critères de réalisation et de réussite doivent être explicités et clairs pour les élèves. Par exemple, en ce qui concerne les unités d'apprentissage que nous avons proposées, le statut du matériel et la modalité de réponse nécessitaient d'être détaillés avec les élèves. Certains élèves ont dû être rassurés quant à sa présence car ils connotaient l'utilisation du matériel à un jugement négatif : ils l'associaient au fait de rencontrer des difficultés dans la notion abordée, et le voyaient comme un outil de remédiation. Les procédures pouvant être employées par les élèves doivent également être anticipées. Cela nous a permis de déterminer si la séance prévue permettait aux élèves d'entrer dans la tâche imaginée et de mobiliser les compétences en lien avec l'objectif visé. Si des procédures pensées permettaient de détourner la tâche, nous la modifiions afin de la recentrer sur ce qui était initialement poursuivi. Cela nous a également aidé à mener la phase de verbalisation au cours de la tâche et en fin de séance. Il est primordial de faire expliciter aux élèves les procédures qu'ils ont mobilisées pour résoudre le problème proposé. En effet, cela structure leur pensée et leur permettra de déterminer si ce qu'ils ont réalisé pour trouver la solution est efficace (peu coûteux et permet de trouver la réponse exacte) et pourra être réinvesti dans d'autres situations.

Afin de faire verbaliser les élèves quant aux procédures choisies, il est primordial d'observer chacun au cours de la tâche. Cette observation fine des procédures nous permet à la fois de les aider dans cette phase mais aussi de mettre en évidence leurs acquisitions. Par ailleurs, il a été nécessaire de questionner les élèves et d'orienter cette réflexion pour les aider à conscientiser leurs actions et réussir à expliquer seuls leur procédure. Lorsque les élèves utilisaient le matériel pour trouver la réponse, ils réussissaient plus facilement

cette phase de verbalisation. Ils pouvaient en effet s'appuyer sur la manipulation pour reproduire leur procédure et décrire oralement chacune de ses étapes. Cependant, lorsqu'ils mobilisaient une décomposition mémorisée ou surcomptaient dans leur tête sans utiliser leurs doigts, ils éprouvaient des difficultés pour verbaliser leurs actions. Ils avaient tendance à nous dire "J'ai réfléchi dans ma tête" ou se justifiaient en levant leurs doigts ou en utilisant le matériel le matériel, car ils voulaient montrer que bien qu'ils ne réussissaient pas à expliquer leur procédure, ils avaient réussi la tâche et trouvé le bon résultat. L'effet-groupe a été particulièrement observé lors de ces phases orales car lorsqu'un élève verbalisait sa procédure, certains parmi ceux qui ne réussissaient pas à expliquer la leur se contentaient de répéter ce qu'ils venaient d'entendre. Cependant, cette verbalisation réalisée en groupe a également pu être favorable au partage des procédures. Certains élèves ont essayé de trouver le résultat par d'autres moyens que ceux qu'ils avaient initialement utilisés, et d'autres, qui n'arrivaient pas à entrer dans la tâche, ont osé s'investir par le biais d'une procédure empruntée. Enfin, un retour sur les procédures a été réalisé après la tâche, de façon décrochée. Cela a conduit à la création d'affichages auxquels les élèves peuvent se référer, ce qui favorise leur conscientisation et leur réinvestissement dans des situations variées.

Nous avons remarqué que le fait d'avoir questionné les élèves tout au long de la passation des tests a créé des automatismes chez eux : l'explication des procédures est devenue de plus en plus fluide et systématique. Le travail de verbalisation et d'institutionnalisation a également été transféré aux autres tâches mathématiques et à d'autres domaines. Par ailleurs, la verbalisation qui a accompagné l'usage du matériel a semblé rendre la manipulation davantage active. Enfin, le fait de rassurer les élèves sur la présence du matériel en leur montrant qu'il n'est pas synonyme de difficultés rencontrées mais qu'il constitue simplement un moyen supplémentaire de trouver la solution au problème proposé a diversifié les procédures observées.

## Conclusion

### **Dans quelle mesure les conditions matérielles de manipulation influent-elles sur les procédures et la réussite des élèves lors de la résolution de problèmes additifs au Cycle 1 ?**

Ce mémoire axé sur la manipulation au service de la résolution de problèmes additifs au Cycle 1 nous a permis d'identifier différents points relevant à la fois de la manipulation de manière générale, du matériel que nous avons proposé à nos élèves, mais aussi des types de problèmes testés et du rôle que nous avons mené dans leur résolution et l'émergence des procédures (basées ou non sur l'utilisation de matériel) dans chacune de nos classes. Il apparaît que l'ensemble des observations que nous avons réalisées constituent un moteur dans la construction de notre professionnalité en tant qu'enseignantes stagiaires en Cycle 1.

Nous constatons que l'anticipation des procédures de nos élèves en réalisant une analyse a priori est essentielle au bon déroulement de leurs apprentissages. En effet, celle-ci nous oblige à nous positionner à leur place et à réfléchir comme eux. Cela nous permet d'identifier au sein des situations des limites pouvant être rencontrées, qui permettraient aux élèves de détourner les tâches en s'éloignant des objectifs d'apprentissage visés. De plus, cela facilite les observations réalisées au cours de la tâche et nous aide à mettre en œuvre la phase de verbalisation des procédures. Celle-ci a pour but de les rendre accessibles à tous. La réflexion préalable réalisée permet que ce temps constitue un support à la conscientisation des apprentissages pour les élèves et les aide à les réinvestir dans d'autres situations.

Faire s'exprimer les élèves quant à la méthode qu'ils ont employée pour résoudre un problème est en effet essentiel : cela leur permet d'établir des automatismes (transférables à d'autres domaines) en expliquant la façon dont ils s'y sont pris pour répondre à la question posée. L'explication en tant que fait de langue n'est pas ici évaluée, mais est un moyen pour l'enseignant de déterminer si le savoir visé est bel est bien acquis et a été structuré par l'élève qui s'en sert de façon consciente. Pour cela, l'enseignant doit poser des

questions précises et orientées pour guider la restitution de l'enfant s'il n'arrive pas encore à le faire seul. Il est également nécessaire, une fois que chaque enfant a expliqué aux autres comment il a trouvé le résultat, que l'enseignant mette d'autres mots sur la procédure pour que chacun en comprenne les étapes. Il décompose chacune d'elles et les présente à l'aide d'une démonstration en prêtant attention au vocabulaire qu'il emploie. Les procédures peuvent être listées et les élèves peuvent définir celles qu'ils trouvent les plus efficaces et souhaitent être institutionnalisées sur un affichage auquel ils pourront se référer.

Le type de problème proposé aux élèves a influé sur les procédures qu'ils ont utilisées. On constate que pour les transformations, notamment négatives, les élèves ont davantage eu recours au matériel pour trouver l'état final recherché. Les transformations positives ont souvent permis la mobilisation du surcomptage, lorsque la suite numérique était suffisamment stable chez les élèves (à l'inverse du décomptage qui était peu fréquent dans le cas des transformations négatives). En ce qui concerne les problèmes de composition, les élèves ont le plus souvent eu recours à l'utilisation de leurs doigts pour représenter les deux parties du tout ou au réinvestissement de la décomposition connue des quantités en jeu. Pour ceux qui étaient particulièrement à l'aise avec la manipulation des nombres, un détournement des problèmes de transformation a été rencontré au profit des problèmes de composition. Finalement, la variable qui a le plus influé sur les procédures mobilisées par les élèves est celle qui concerne les valeurs numériques étudiées. Outre les décompositions connues, le recours au matériel était moins fréquent lorsque les quantités en jeu étaient inférieures à 10 (et d'autant plus si elles étaient inférieures à 5) car cela permettait aux élèves de les représenter à l'aide de leurs doigts.

Par ailleurs, les conditions de manipulation doivent être pensées en amont par l'enseignant. Celui-ci doit définir si donner accès à du matériel sera bénéfique à ses élèves de par leur avancée dans la construction des savoirs.

Le fait de maintenir l'accès à la manipulation ou l'induire par effet de contrat didactique peut ainsi faire régresser les élèves s'ils ont passé le stade de l'abstraction. De même, elle n'est pas plus bénéfique pour les élèves rencontrant des difficultés dans l'acquisition d'une connaissance et peut au contraire les desservir davantage, ce qui conduirait finalement à creuser les inégalités scolaires <sup>31</sup>. La manipulation doit être en lien avec un usage raisonné : elle n'a d'intérêt que si les élèves finissent par s'en affranchir. Si elle est proposée en début d'unité d'apprentissage, elle sera utilisée de manière spontanée par les élèves pour construire la réponse à une question liée à des savoirs nouveaux. Si, au contraire, elle est mise à la disposition des élèves à la fin de celle-ci, ils s'en serviront davantage comme un moyen de vérification de leur résultat. Enfin, la nature du matériel accessible par les élèves ainsi que le contexte dans lequel celui-ci est présenté peuvent induire des procédures particulières. Ces aspects doivent être inclus à la réflexion globale liée au matériel, et donc à la progression de l'unité d'apprentissage pour ne pas représenter un frein dans l'acquisition des savoirs. Sous l'effet du contrat didactique, les élèves pourraient en effet utiliser le matériel de façon passive car ils estiment qu'il y a une raison au fait qu'on le leur mette à disposition ou le détourner en lien avec des apprentissages préalables (le dé est associé à un déplacement comme dans les jeux de plateau de type "Jeu de l'oie").

De plus, il est nécessaire de déterminer, comme pour chaque activité réalisée par les élèves, si un accès à la manipulation se prête mieux à une tâche individuelle où chacun est éloigné des autres ou, au contraire, à un dispositif en atelier. L'effet groupe ainsi induit peut, en effet, avoir plusieurs conséquences. Certains élèves, ayant trouvé le résultat par des procédures expertes, peuvent avoir envie d'utiliser le matériel par mimétisme car il leur semble un moyen plus amusant de résoudre le problème rencontré, après l'avoir observé chez leurs camarades. Malheureusement, cette manipulation peut devenir passive et ne pas produire le résultat escompté si la procédure

---

<sup>31</sup> Laparra, M., Margolinas, C. (2011). Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. Dans Rochex, J.Y., Crinon, J. (2011). La construction des inégalités scolaires, 111-130. Presses universitaires de Rennes.

visualisée n'a pas été verbalisée et que ces élèves tentent par tous les moyens d'utiliser le matériel sans que celui-ci produise de sens chez eux (stade de l'abstraction dépassé). Cependant, il est aussi possible que des élèves rencontrant des difficultés à résoudre le problème proposé s'inspirent de leurs camarades pour mobiliser une procédure qui leur semble plus efficace, et que cet effet groupe leur soit bénéfique s'ils finissent par réussir à trouver les résultats d'eux-mêmes par la suite. Ces remarques liées à l'effet groupe sont applicables à l'ensemble des domaines d'enseignement de l'école maternelle, et questionnent le recours quasi systématique au groupement de type "atelier", qui ne se prête finalement pas à tous les apprentissages.

En conclusion, mener ce travail de recherche nous a permis de développer notre pratique professionnelle en réalisant l'importance de l'anticipation dans la préparation de nos séquences peu importe le domaine et de la réflexion à mener avant de proposer du matériel de manipulation à nos élèves. Nous avons aussi mis en exergue le rôle de l'observation fine pour étayer ou guider la verbalisation de nos élèves et être en mesure d'évaluer leur degré d'acquisition des notions.

## Références bibliographiques

- Andres, H. (2021). *La place de l'institutionnalisation dans les activités de manipulation à l'école maternelle* (Mention Pratiques et Ingénierie de la Formation, Université Toulouse Jean Jaurès, Toulouse).
- Berdonneau, C. (2006). *De l'importance des gestes pour l'apprentissage des concepts mathématiques*. Repéré à [http://ecoles.ac-rouen.fr/circ\\_dieppe\\_ouest/outils/maternelle/doc\\_maternelle/berdonneau02.pdf](http://ecoles.ac-rouen.fr/circ_dieppe_ouest/outils/maternelle/doc_maternelle/berdonneau02.pdf)
- Briand, J. (2019). *Place et rôle de la manipulation dans la construction du nombre et la résolution de problème aux cycles 1,2 et 3*. Conférence IFE. Repéré sur <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/compte-rendus-formations-de-formateurs-mathematiques/session-2019-2020/manipulation-nombres-decimaux-aux-cycles-1-2-et-3-1/>
- Brissiaud, R. (2005). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Retz.
- Brissiaud, R. (2019). *La construction du nombre au cycle 1*. Repéré sur <http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/compte-rendus-formations-de-formateurs-mathematiques/session-2019-2020/la-construction-du-nombre-au-cycle-1>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Brousseau, G. (2010). *Glossaire*. Repéré sur : [http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire\\_V5.pdf](http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf)
- Bruner, J. S. (1973). *La pertinence de l'éducation*. Norton.
- Chevallard Y . (1985), *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée sauvage.

- Corriveau, C., & Jeannotte, D. (2015). L'utilisation du matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Association mathématique du Québec*, 55, 32-49.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.
- Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Magnard.
- Dias, T. (2009). La dimension expérimentale en mathématiques : un exemple avec la situation des polyèdres. *Grand N*, 83, 63-83.
- Duprey, G., Duprey, G., Sautenet, C., & SCHNEIDER, J. B. (2009). *Vers les maths* (révisé en 2020). Accès Editions.
- Hannon, C., Newiadomy, N., Saliou, S., Visgueiro, A., & Pfaff, N. (2018). *Enseigner le calcul à l'école maternelle PS-MS-GS*. Retz.
- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.
- Margolinas, C., Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique*. De Boeck.
- Laparra, M., Margolinas, C. (2011). Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. Dans Rochex, J.Y., Crinon, J. (2011). *La construction des inégalités scolaires*, 111-130. Presses universitaires de Rennes.
- Crosert, M.C., Gardes, M.L. (s. d.) *Manipuler, verbaliser, abstraire dans l'enseignement des mathématiques*. Éclairages didactiques et cognitifs. Repéré sur [https://pedagogie.ac-reunion.fr/fileadmin/ANNEXES-ACADEMIQUES/03-PEDAGOGIE/02-COLLEGE/mathematiques/plan-maths/Ref\\_Maths\\_de\\_Circonscription/Formations\\_nationales\\_des\\_RMC/Etapes\\_d\\_apprentissages\\_et\\_SciencesCognitives/Etapes\\_d\\_enseigne\\_m\\_t\\_StDenis\\_J3.pdf](https://pedagogie.ac-reunion.fr/fileadmin/ANNEXES-ACADEMIQUES/03-PEDAGOGIE/02-COLLEGE/mathematiques/plan-maths/Ref_Maths_de_Circonscription/Formations_nationales_des_RMC/Etapes_d_apprentissages_et_SciencesCognitives/Etapes_d_enseigne_m_t_StDenis_J3.pdf)

- Medici, D., Ricci, F., Rinaldi, M. G. (2007). Travailler avec du matériel, gain ou perte de temps ?. *Bulletin de l'APMEP*, 477, 543-548.
- MEN. (2021). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. <https://eduscol.education.fr/document/3738/download>
- MEN. (2021). *Programme d'enseignement à l'école maternelle* (Bulletin officiel n°25 du 24-6-2021). [https://cache.media.education.gouv.fr/file/25/86/5/ensel550\\_annexe\\_1413865.pdf](https://cache.media.education.gouv.fr/file/25/86/5/ensel550_annexe_1413865.pdf)
- Piaget, J. (1964). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestle
- Salin, M.H. (2002). Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (2002). *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, 111-124. La pensée sauvage.
- Valentin, D., Salin, M., Verdenne, D., Charnay, R. (2015). *Découvrir les mathématiques Moyenne Section éd. 2015 - Guide de l'enseignant*. Hatier.
- Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple : les structures additives\*. *Grand N*, 38, 21-40.
- Villani, C., & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Repéré sur <https://eduscol.education.fr/document/1478/download>

## Table des annexes

Annexe 1 : Unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (Vers les maths GS, Accès)

- Annexe 1.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 1.2 : Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers"
- Annexe 1.3 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane
- Annexe 1.4 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

Annexe 2 : Unité d'apprentissage "Les dortoirs" (Découvrir les maths GS, Hatier)

- Annexe 2.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 2.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

Annexe 3 : Unité d'apprentissage "Séquence 17" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)

- Annexe 3.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 3.2 : Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage "Séquence 17"
- Annexe 3.3 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane
- Annexe 3.4 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

Annexe 4 : Unité d'apprentissage "Les tirelires" (Vers les maths GS, Accès)

- Annexe 4.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 4.2 : Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage "Les tirelires"

- Annexe 4.3 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane
- Annexe 4.4 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

Annexe 5 : Unité d'apprentissage "Séquence 18" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)

- Annexe 5.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 5.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

Annexe 6 : Unité d'apprentissage "Gâteaux d'anniversaire" (Vers les maths GS, Accès)

- Annexe 6.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 6.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

Annexe 7 : Unité d'apprentissage "Séquence 19" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)

- Annexe 7.1 : Extraits de la ressource pédagogique
- Annexe 7.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

## Annexes

### Annexe 1 : Unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers" (Vers les maths GS, Accès)

- Annexe 1.1 : Extraits de la ressource pédagogique

**Découvrir les nombres et leurs utilisations**

**PARLER DES NOMBRES À L'AIDE DE LEUR DÉCOMPOSITION**

## Problèmes de lapins

**MATÉRIEL**

- Une cagette appelée le jardin contenant 5 feuilles de papier vert froissé appelées les choux et disposées selon la constellation du dé.
- Une boîte avec un couvercle appelée le terrier des lapins.
- Des feuilles de recherche, des crayons, des pions.

**ORGANISATION**

Travail dirigé avec une demi-classe.

**BUT**

Trouver le nombre de lapins cachés dans le terrier.

**DÉROULEMENT**

- **ÉTAPE 1 Présenter le problème**  
L'enseignant présente les maquettes du jardin et du terrier. Il dit la comptine *Les 5 petits lapins* et les place dans le jardin au fur et à mesure. Il annonce que les lapins sont fatigués et qu'ils rentrent tous dans leur terrier en demandant : Combien de lapins sont dans le terrier? Si besoin, il fait remarquer que les lapins sont toujours 5.
- **ÉTAPE 2 Résoudre le problème n° 1**  
Les enfants ferment les yeux pendant que l'enseignant place 3 lapins dans le jardin et 2 dans le terrier en fermant le couvercle. Seuls les lapins dans le jardin sont donc visibles.
  - Chercher dans sa tête et sans rien dire à ses camarades pour trouver combien de lapins sont dans le terrier. Écrire ou dessiner sa réponse.
  - Confronter et classer les résultats et expliquer comment on a procédé. Constaté que le nombre de lapins dans le terrier correspond au nombre de choux vides.
  - Valider en ouvrant le terrier et remarquer que 5 c'est 3 et encore 2.La situation est reproduite en faisant varier le nombre de lapins dans le jardin : 4, 2, 1, 5 et 0. À chaque fois, décomposer le nombre 5. Dire que 5 c'est 4 et encore 1 : 1 et 4, 5 et 0, etc.
- **ÉTAPE 3 Résoudre le problème n° 2**  
L'enseignant place 4 lapins dans le jardin en le cachant par une plaque. Il place un lapin dans le terrier en laissant le couvercle de la boîte ouvert. Seuls les lapins dans le terrier sont donc visibles.
  - Chercher dans sa tête et sans rien dire à ses camarades pour trouver combien de lapins sont dans le terrier. Écrire ou dessiner sa réponse.
  - Confronter et classer les résultats et expliquer comment on a procédé.La situation est reproduite en faisant varier le nombre de lapins dans le terrier.

**DIFFÉRENCIATION**

Utiliser les cartes du jeu mémoire des nombres de la période 1 comme aide.  
Donner 5 pions aux élèves en difficulté pour qu'ils puissent manipuler lors des étapes 2 et 3.

**MOBILISER LE LANGAGE DANS TOUTES SES DIMENSIONS**

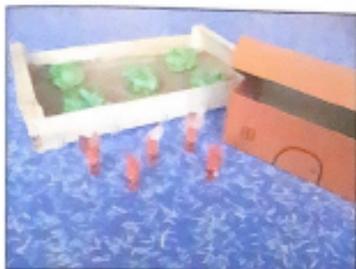
- **Décrire et représenter** une situation. Situer des éléments.
- **Lexique** Champ lexical lié au lapin (terrier, jardin) et au problème (boîte, ouverte, fermée).
- **Syntaxe** Utiliser des phrases interrogatives et l'adverbe combien.

54

## TROUVER LE COMPLÉMENT D'UN NOMBRE À 5

### ÉTAPE 1 Présenter le problème

Les maquettes sont observées.



Le jardin, le terrier et les lapins.



5 choux ont poussé dans le jardin : un pour chaque lapin.

#### PROCÉDURES OBSERVÉES

- Décrit les maquettes.
- Mémorise qu'il y a toujours une collection de 5 lapins.
- Remarque que les 5 choux dans la cagette forment la constellation du 5.
- Remarque qu'il y a un chou par lapin.

### ÉTAPE 2 Résoudre le problème n° 1

Les 5 choux sont visibles et le terrier est fermé.



Combien de lapins sont dans le terrier ?



On ouvre la boîte pour valider la réponse du groupe.

#### PROCÉDURES OBSERVÉES

- Compte le nombre de choux sur lesquels il n'y a plus de lapins.
- Dessine des ronds pour représenter les lapins du terrier.
- Écrit le nombre de lapins cachés dans le terrier.

### ÉTAPE 3 Résoudre le problème n° 2

Les 5 choux sont cachés et le terrier est ouvert.



Une plaque cache le jardin. Combien de lapins jouent dans le jardin ?



On soulève la plaque pour valider la réponse du groupe.

#### PROCÉDURES OBSERVÉES

- Se représente mentalement la constellation et les lapins qui sont cachés sur les choux.
- Surcompte à partir de 1 jusqu'à 5, « je compte dans le vide après le 1 jusqu'à 5 ».
- Dessine les 5 choux et barre ceux où il y a un lapin pour obtenir une place vide.

Découvrir  
les nombres et  
leurs utilisations

## PARLER DES NOMBRES À L'AIDE DE LEUR DÉCOMPOSITION

# Le jeu des lapins

### MATÉRIEL

- Des pions.
- Pour chaque équipe de 2 élèves : un gobelet et une fiche plastifiée où sont représentés les lieux avec un côté jardin et un côté terrier.

### ORGANISATION

Travail par équipe de 2 élèves.

### BUT DU JEU

Trouver le nombre de lapins cachés sous le gobelet.

### RÈGLE DU JEU

- Les lieux sont représentés sur une fiche plastifiée. Le gobelet permet de cacher les lapins.
- Un enfant répartit les 5 jetons dans le jardin et le terrier pendant que son camarade a les yeux fermés. Par exemple, il place 2 jetons dans le jardin et 3 jetons sous le gobelet.
  - Il demande à son camarade de trouver le nombre de pions cachés sous le gobelet.
  - On soulève le gobelet pour vérifier.

### DÉROULEMENT

#### ● ÉTAPE 1 Rappeler la situation « 5 lapins dans le jardin »

L'enseignant a apporté les maquettes du jardin et du terrier.

- Rappeler ce que l'on a fait avec les maquettes.

Il présente ensuite la fiche plastifiée où sont représentés les lieux avec un côté jardin et un côté terrier et le gobelet.

- Émettre des hypothèses sur la façon de jouer avec la fiche plastifiée et le gobelet.  
Écouter, comprendre et reformuler la règle du jeu.

#### ● ÉTAPE 2 Compléter à 5

**Les 5 choux sont visibles.**

On joue d'abord avec le recto de la fiche. Les choux y sont représentés par des gommettes disposées selon la constellation du dé. Il est donc facile de trouver le nombre de lapins sous le gobelet.

- Jouer en s'aidant du nombre de choux vides dans le jardin.

#### ● ÉTAPE 3 Compléter à 5 à sa manière

**Les 5 choux ne sont pas visibles.**

On joue avec le verso de la feuille. Les choux n'y sont plus représentés.

- Jouer en visualisant dans sa tête le nombre de choux vides, en comptant sur les doigts, en surcomptant, en calculant ou en utilisant les résultats mémorisés.

### DIFFÉRENCIATION

Demander aux élèves en difficulté de dessiner la situation puis de dessiner en bleu les jetons qui sont cachés sous le gobelet.

PRÉSENTATION  
DU PROBLÈME  
Échange oral collectif

CONSOLIDATION  
Manipulation

CONSOLIDATION  
Manipulation

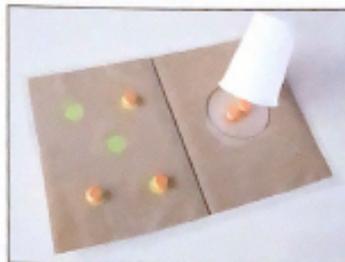
## MOBILISER LE LANGAGE DANS TOUTES SES DIMENSIONS

- **Comprendre** et reformuler une règle du jeu.
- **Syntaxe** Comprendre et produire des phrases complexes. Utiliser des pronoms relatifs (qui et que), des adverbes de temps (dès que, lorsque), des complexités (si...alors).

**TROUVER LE COMPLÉMENT D'UN NOMBRE À 5**  
**MÉMORISER LES DÉCOMPOSITIONS DU NOMBRE À 5**

**ÉTAPE 2** Compléter à 5

Trouver le nombre de lapins cachés sous le gobelet.



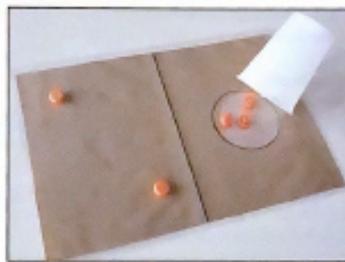
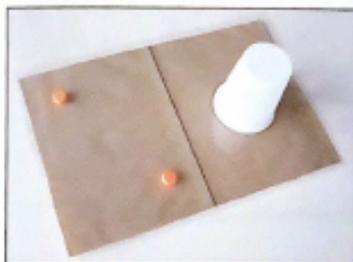
Les élèves comptent le nombre de choux sans jetons.

**PROCÉDURES OBSERVÉES**

- Compte le nombre de choux sur lesquels il n'y a plus de lapins.

**ÉTAPE 3** Compléter à 5 à sa manière

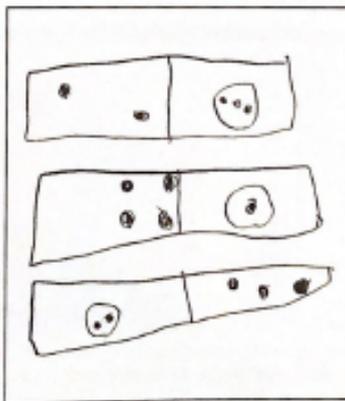
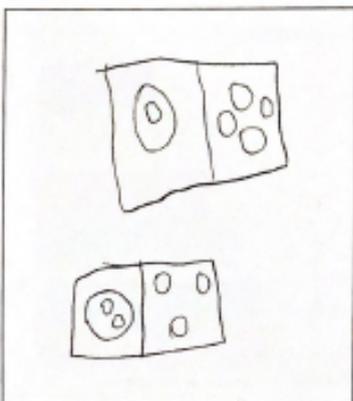
Trouver le nombre de lapins cachés sous le gobelet.



Les élèves comptent à leur manière.

**PROCÉDURES OBSERVÉES**

- Se représente mentalement la constellation et les lapins qui sont cachés sur les choux.
- Surcompte à partir de 3 jusqu'à 5. « Je compte dans le vide après le 3 jusqu'à 5 ».
- Compte sur ses doigts.
- Dessine la situation.
- Utilise les résultats mémorisés.



Les élèves représentent le problème par le dessin.

- Annexe 1.2 : Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage "Les lapins et les terriers"

<p><b>Test 1</b> : Maquette (matériel congruent) avec disposition en constellation</p> <p><b>Test 2</b> : Maquette (matériel congruent) avec disposition atypique</p> <p><b>Test 3</b> : Maquette (matériel congruent) avec disposition en constellation et bandes numériques de 0 à 5</p> <p><b>Test 4</b> : Maquette (matériel congruent) avec disposition en constellation et papier et crayon</p> <p><b>Test 5</b> : Schéma (matériel non congruent) avec disposition en constellation</p> <p><b>Test 6</b> : Schéma (matériel non congruent) avec disposition en constellation et bandes numériques de 0 à 5</p> <p><b>Test 7</b> : Schéma (matériel non congruent) avec disposition en constellation et papier et crayon</p>				
Test		Durée : 25 minutes		Objectif(s) : Trouver et mémoriser les décompositions d'un nombre à 5
Déroulement	Durée	Organisation	Consignes / Tâches	Matériel
<p><b>Etape 1</b> :</p> <p>Présentation de la tâche</p>	2 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Groupe de 4-5</li> <li>- Îlot de tables</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- "Aujourd'hui, vous allez apprendre à obtenir 5 en utilisant 2 nombres."</li> <li>- Présentation des maquettes : tout en installant les lapins dans le jardin, réciter la comptine des petits lapins.</li> <li>- "Combien de lapins sont dans le jardin ?" → réponse attendue : 5.</li> <li>- "Les lapins sont fatigués, ils rentrent dans leur terrier. Combien de lapins sont dans le terrier ?" → réponse attendue : 5.</li> </ul>	<p>TESTS 1 à 4 :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Maquette</b> du jardin et du terrier</li> <li>(<b>fiche-support</b> où 5 <b>choux</b> fabriqués avec du papier vert froissé ont été collés selon la constellation du dé)</li> <li>- <b>5 figurines de lapins</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier</li> </ul>

<p><b>Etape 2 :</b> Consignes</p>	<p>2 min</p>		<p>- <b>Consigne</b> : Je vais déplacer les lapins : certains seront dans le terrier, d'autres dans le jardin. Je cacherai le terrier ou le jardin, vous ne pourrez donc jamais voir à la fois les lapins qui sont dans le terrier et ceux qui sont dans le jardin. Vous allez devoir chercher dans votre tête le nombre de lapins que j'aurai cachés, sans rien dire aux autres enfants.</p> <p>- <b>Critères de réalisation</b> : Vous devrez regarder le nombre de lapins qui sont visibles et vous rappeler du nombre de lapins total qu'il y avait au début.</p> <p>- <b>Critères de réussite</b> : Vous aurez réussi si vous avez trouvé le nombre de lapins que j'ai cachés.</p>	<p>TESTS 5 À 7 :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Schéma</b> du jardin et du terrier</li> <li>- <b>5 jetons</b></li> <li>- <b>1 barquette</b> pour cacher le jardin ou le terrier</li> </ul> <p>TESTS 3 ET 6 (EN PLUS DU MATÉRIEL ÉNONCÉ PLUS HAUT):</p>
<p><b>Etape 3 :</b> Temps d'activité</p>	<p>20 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tâche individuelle</li> <li>- Groupe de 4-5</li> <li>- Îlot de tables</li> </ul>	<p><b>Problème n°1</b> : Les enfants ferment les yeux. [PE] place 3 lapins dans le jardin et 2 dans le terrier en les cachant.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- "Combien de lapins sont dans le terrier ? Cherchez la réponse. Quand vous aurez une idée, vous pourrez lever le doigt."</li> <li>- [PE] demande aux enfants de lui chuchoter leur réponse à l'oreille et les consigne sur une feuille.</li> <li>- Une fois que tout le monde a donné sa réponse : confronter les résultats, demander comment chacun a procédé.</li> <li>- Constaté que le nombre de lapins dans le terrier correspond au nombre de choux vides.</li> </ul>	<p>- <b>5 frises numériques</b> (de 0 à 5)</p> <p>TESTS 4 ET 7 (EN PLUS DU MATÉRIEL ÉNONCÉ PLUS HAUT):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>5 feuilles (A5)</b></li> <li>- <b>5 crayons à papier</b></li> </ul>

		<p>- Ouvrir le terrier pour valider la réponse : faire remarquer aux élèves que 5, c'est 3 et encore 2.</p> <p><b>Reproduire la situation en variant le nombre de lapins dans le jardin, et en reprenant la décomposition du nombre 5 avec les élèves : “5 c'est [...] et encore [...]”.</b></p> <p><b>Valeurs numériques : 4 et 1, 2 et 3, 1 et 4.</b></p> <p><b>Problème n°2 :</b> Les enfants ferment les yeux. [PE] place 4 lapins dans le jardin en les cachant et 1 dans le terrier.</p> <p>- “Combien de lapins sont dans le jardin ? Cherchez la réponse. Quand vous aurez une idée, vous pourrez lever le doigt.”</p> <p>- [PE] demande aux enfants de lui chuchoter leur réponse à l'oreille et les consigne sur une feuille.</p> <p>- Une fois que tout le monde a donné sa réponse : confronter les résultats, demander comment chacun a procédé.</p> <p>- Ouvrir le jardin pour valider la réponse : faire remarquer aux élèves que 5, c'est 1 et encore 4.</p> <p><b>Reproduire la situation en variant le nombre de lapins dans le terrier, et en reprenant la décomposition du nombre 5 avec les élèves : “5 c'est [...] et encore [...]”.</b></p> <p><b>Valeurs numériques : 3 et 2, 1 et 4, 2 et 3.</b></p>	
--	--	---	--

<p><b>Étape 4 :</b> Bilan de la séance</p>	<p>2 min</p>		<p>- “Aujourd’hui, vous avez appris à obtenir 5 en utilisant 2 nombres. Pour réussir l’activité, vous n’avez pas tous utilisé la même méthode : [lister les procédures utilisées par les élèves].”</p> <p>- Remobilisation des décompositions de 5 : “ 5 c’est 1 et encore ?” → réponse attendue 4</p>	
--	--------------	--	--	--

- Annexe 1.3 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

<b>CLASSE ALEXANE</b>							
<b>Unité d'apprentissage : Les lapins et les terriers</b>							
<b>Procédure \ Test</b>	MATÉRIEL CONGRUENT				MATÉRIEL NON CONGRUENT		
	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7
<u>Pour définir le nombre de lapins visibles</u>							
Reconnaissance de la constellation du dé							
Correspondance terme à terme en utilisant ses doigts							
Correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique							
Subitizing							
<u>Pour définir le nombre de lapins cachés :</u>							
Surcomptage : les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles puis les élèvent comptent le nombre de doigts à déplier pour qu'ils le soient tous → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre total de lapins, les enfants comptent le nombre de doigts à plier pour qu'il reste autant de doigts levés que de lapins visibles → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total), ils plient							

ensuite autant de doigts que de lapins visibles puis comptent le nombre de doigts dépliés restants (lapins cachés) → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Décomptage : les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total) puis plient autant de doigts qu'il n'y a de lapins visibles en décomptant à partir de 5 → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation							
Si le jardin est visible : dénombrement des choux sans lapin / gommettes sans jeton							
Si le jardin n'est pas visible : représentation mentale de la constellation des choux et des lapins cachés							
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis représentation schématiquement ou non des lapins (cercles / dessins) des deux sous-collections composant le nombre 5							
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis mobilisation de l'écriture chiffrée des deux sous-collections composant le nombre 5							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre de lapins visibles et compte le nombre de cases permettant d'atteindre 5 (surcomptage)							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5)							

et retire le nombre de lapins visibles (décomptage) pour obtenir le nombre de lapins cachés							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5) et compte le nombre de cases pour atteindre le nombre de lapins visibles (nombre trouvé = lapins cachés)							
Autres procédures observées : Test 5 → l'enfant a dénombré les jetons présents sur la table et organisés selon la constellation du dé, puis a pointé dans le vide en continuant la comptine numérique orale à la position où auraient dû se trouver d'autres jetons selon la constellation du dé							

Légende :

**Jardin visible** (procédure employée lorsque le terrier n'était pas visible)

**Terrier visible** (procédure employée lorsque le jardin n'était pas visible)

**Autres** (procédure employée dans les deux cas)

- Annexe 1.4 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

<b>CLASSE CAMILLE</b>							
<b>Unité d'apprentissage : Les lapins et les terriers</b>							
	MATÉRIEL CONTEXTUALISÉ (4 élèves)				MATÉRIEL HORS CONTEXTE (3 élèves)		
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7
<u>Pour définir le nombre de lapins visibles</u>							
Reconnaissance de la constellation du dé							
Correspondance terme à terme en utilisant ses doigts							
Correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique							
Subitizing							
<u>Pour définir le nombre de lapins cachés :</u>							
Surcomptage : les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles puis les élèvent comptent le nombre de doigts à déplier pour qu'ils le soient tous → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre total de lapins, les enfants comptent le nombre de doigts à plier pour qu'il reste autant de doigts levés que de lapins visibles → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							

Les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total), ils plient ensuite autant de doigts que de lapins visibles puis comptent le nombre de doigts dépliés restants (lapins cachés) → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre de lapins visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux lapins cachés → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Décomptage : les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que de lapins au total) puis plient autant de doigts qu'il n'y a de lapins visibles en décomptant à partir de 5 → pré-requis : il y a 5 doigts sur une main ce qui correspond aux 5 lapins de la situation							
Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation							
Si le jardin est visible : dénombrement des choux sans lapin / gommettes sans jeton							
Si le jardin n'est pas visible : représentation mentale de la constellation des choux et des lapins cachés							
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis représentation schématiquement ou non des lapins (cercles / dessins) des deux sous-collections composant le nombre 5				°			°
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilisation d'une des procédures mentionnées au-dessus puis mobilisation de l'écriture chiffrée des deux sous-collections composant le nombre 5							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre de lapins visibles et compte le nombre de cases permettant d'atteindre 5 (surcomptage)			°			°	

Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5) et retire le nombre de lapins visibles (décomptage) pour obtenir le nombre de lapins cachés			°			°	
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : l'élève colorie / entoure le nombre total de lapins (5) et compte le nombre de cases pour atteindre le nombre de lapins visibles (nombre trouvé = lapins cachés)			°			°	
<p>Autres procédures observées :</p> <p>Tests 1 à 4 → le nombre total de lapins (5) est composé sur les deux mains (l'enfant récite la comptine numérique en levant un à un les doigts d'une de ses mains jusqu'à ce qu'il y ait autant de doigts levés que de lapins visibles, puis lève un à un les doigts de son autre main en poursuivant la comptine numérique : le nombre de lapins cachés correspond au nombre de doigts levés sur la 2nde main.</p> <p>Tests 5 à 7 → l'enfant se souvient de la constellation précédente et effectue un calcul par rapport à la constellation présentée (par exemple : il y en avait 5, maintenant il y en a 3, cela fait 2 de moins de visibles donc 2 de plus de cachés)</p> <p>Tests 5 à 7 → en lien avec les compléments à 5 mémorisés : la commutativité (4 et 1 c'est pareil que 1 et 4)</p>							

**Jardin visible** (procédure employée lorsque le terrier n'était pas visible)

**Terrier visible** (procédure employée lorsque le jardin n'était pas visible)

**Autres** (procédure employée dans les deux cas)

## Annexe 2 : Unité d'apprentissage "Les dortoirs" (Découvrir les maths GS, Hatier)

- Annexe 2.1 : Extraits de la ressource pédagogique

### Situation 7

## Le dortoir

Découvrir les nombres et leurs utilisations

#### Objectifs

- ▶ Prendre conscience que les nombres permettent de garder la mémoire de certains faits.
- ▶ Utiliser les compléments à dix pour résoudre un problème.
- ▶ Mémoriser quelques résultats.

#### Matériel

Une boîte carrée avec un couvercle, appelée le « dortoir »<sup>1</sup> dans le fond de laquelle sont collés 10 rectangles de mousse (10 lits), en 2 rangées de 5 lits.

Une deuxième boîte, un peu plus petite qui pourra être rangée à l'intérieur du « dortoir » : c'est la « salle de jeux » dans laquelle un tapis et quelques jouets miniatures sont installés.

10 bébés (petites poupées en plastique ou gabarits).  
→ voir matériel classe, planche 18.

**Mais aussi :**  
Un plateau sur lequel est disposé du matériel mis à la disposition des enfants : quelques feuilles, crayons, cubes, bandes numériques.

#### Mots et expressions utilisés

- ▶ Dortoir, salle de jeux, « le bon nombre », « Combien de...? »
- ▶ Expressions permettant de justifier, d'exprimer les décompositions de dix

1. Cette situation a déjà fait l'objet d'une publication dans la revue Grand N, « Les compléments à 10 en Grande Section : pourquoi ? Comment ? », Jacqueline Viennot, Dominique Valentin.

50 PÉRIODE 2

## REMARQUE

Les « jouets » miniatures peuvent parasiter la situation en apportant des éléments que les enfants sont parfois amenés à dénombrer avec les bébés. Ces « données inutiles », comme nous le dirions à propos de problèmes à l'école élémentaire, doivent donc être maniées avec prudence. Habillage intéressant avec les enfants qui ne s'en laissent pas conter... il peut être préférable de les supprimer avec d'autres et d'utiliser alors un simple « tapis » simulant la salle de jeu.

**Matériel mis à la disposition des enfants** : Il est parfois nécessaire de proposer aux enfants des outils auxquels ils n'ont pas recours par eux-mêmes, soit parce qu'ils n'en voient pas la pertinence, soit parce qu'ils ne se croient pas autorisés à y avoir recours. Par exemple : feuilles, crayons, cubes, bandes numériques... Mais le moment de cette introduction n'est pas facile à définir : introduits en cours de résolution, et donc parce qu'un enfant semble ne pouvoir trouver seul ce qui peut l'aider, ces éléments peuvent être très inducteurs et amener des enfants à une utilisation formelle. Nous pensons donc qu'il est préférable de les disposer sur la table de jeu dès le début, et sur un plateau.

## Activité 1

### S'approprier le matériel : le dortoir reste visible, la salle de jeux est cachée

**BUT À ATTEINDRE**  
Trouver le nombre de bébés qui sont dans le dortoir.



■ L'enseignant enlève le couvercle du dortoir, pose la « salle de jeux » à côté du « dortoir » et présente les deux lieux et leur fonction. Les bébés sont alors placés chacun dans leur lit. **Le matériel étant très fort sur le plan affectif, il faut prévoir un temps de manipulation permettant aux enfants de verbaliser la situation**, de toucher ces fameux bébés, de les coucher et de les lever, bref de prendre du plaisir avant de chercher à atteindre un but précis.

■ À ce moment de l'activité, les enfants prennent généralement conscience que le nombre de lits visibles correspond au nombre de bébés déjà levés qui est le nombre cherché.  
■ Dans cette première activité, il n'est pas nécessaire de mettre en relation le nombre total de bébés, nombre qui reste constant, et les deux autres nombres : celui des bébés visibles et celui des bébés cachés. Les enfants réalisent très vite qu'il suffit de compter les lits vides pour trouver le nombre de bébés qui sont dans la salle de jeux.

**ORGANISATION**  
Atelier dirigé de 4 à 6 enfants et un meneur de jeu (qui est d'abord l'enseignant, puis un enfant).

■ Puis, l'enseignant explique que le jeu va consister à repérer où sont les bébés [dans le dortoir ou dans la salle de jeux ?] : « **Regardez ! 10 bébés dorment dans le dortoir, mais certains vont se réveiller et iront alors dans la salle de jeux. Nous regarderons ceux qui sont encore dans le dortoir et vous chercherez combien sont déjà dans la salle de jeux. Mais attention, vous ne verrez pas la salle de jeux que je vais cacher.** » Il n'attire pas l'attention des enfants sur l'équipotence des lits et des bébés.

■ Les mains sous le couvercle du dortoir, alors que les enfants ont été invités à fermer les yeux, **l'enseignant enlève 3 bébés** et les pose, toujours dissimulés, dans la salle de jeux dont il ferme le couvercle. Puis, il demande : « Ouvrez vos yeux et regardez le dortoir. Combien de bébés sont déjà dans la salle de jeux ? ».

■ **Chaque proposition est discutée** (« Est-ce le bon nombre de bébés ? Comment as-tu trouvé ce nombre ? »), puis validée en soulevant le couvercle de la salle de jeux. **L'activité est reprise une ou deux fois en changeant le nombre de bébés enlevés du dortoir.**

SITUATION 7

## Activité 2

# Résoudre des problèmes : le dortoir est caché, la salle de jeux est visible

### BUT À ATTEINDRE

Trouver le nombre de bébés qui sont dans la salle de jeux.

- Cette activité suit immédiatement la précédente.
- L'enseignant ouvre la boîte qui symbolise la salle de jeux et referme la boîte dortoir : « Attention, maintenant vous allez voir combien de bébés sont réveillés dans la salle de jeux, mais le dortoir est caché. Il faut trouver combien de bébés dorment encore ».
- Les enfants ferment les yeux et l'enseignant retire discrètement 4 bébés du dortoir qu'il referme et pose ces bébés dans la salle de jeux qui reste ouverte. Puis il demande : « Combien de bébés dorment encore ? ».



C'est ici que se pose vraiment un problème puisqu'il n'y a plus de possibilité de se repérer sur les lits vides à compter, comme à la phase précédente. Seul le nombre total de bébés, dix, va servir de point d'appui ; le problème mathématique revient donc à chercher le complément à dix, ce qui implique de revenir sans cesse sur le nombre total de bébés.

### ORGANISATION

Atelier dirigé de 4 à 6 enfants et un meneur de jeu (qui est d'abord l'enseignant, puis un enfant).

- Chaque proposition des enfants est explicitée et discutée (« Est-ce qu'il peut y avoir encore 9 bébés dans leurs lits alors qu'il y en a 4 de réveillés ? »), puis validée ou invalidée en ouvrant le dortoir. L'activité est reprise plusieurs fois en changeant le nombre de bébés réveillés. Les enfants peuvent utiliser différentes procédures :

#### 1. L'enfant ne dispose que de ses mains

- Les deux poings fermés, il lève 4 doigts et compte ceux qui sont baissés. C'est la procédure la plus couramment utilisée car la plus simple et la plus rapide à mettre en œuvre, une fois que l'enfant l'a découverte. C'est donc une procédure qui doit être entraînée pour devenir fiable et rapide.

#### 2. L'enfant dispose d'une feuille de papier et dessine, souvent à la demande de l'enseignant

- Il dessine ce qu'il voit : 4 bébés (il faut alors le conduire à formuler que ce sont bien là les bébés réveillés, ceux de la salle de jeux), et complète ensuite son dessin avec les autres bébés encore endormis.
- Il dessine toute l'organisation de la situation : la salle de jeux avec les 4 bébés réveillés et le dortoir avec 10 lits dont 4 sont barrés (parce qu'ils sont vides) ; il n'a plus alors qu'à compter ou remplir les autres lits.

#### 3. L'enfant utilise sa bande numérique

- Il décompte : 4 en partant de 10 et se retrouve sur la case 6.
- Il cache 4 cases avec sa main et il reste 6 cases à compter jusqu'à 10.

#### 4. L'enfant utilise des résultats mémorisés

- Dans quelques cas : 10, c'est 5 et 5 ou 9 et 1.

## En classe

Alors que la première activité est vite comprise par tous les enfants qui dénombrent les lits vides pour trouver le nombre de bébés levés, cette deuxième activité s'avère beaucoup plus difficile et il reste parfois quelques enfants en échec, qui se montrent même persuadés qu'il n'est pas possible de trouver ce qui est caché [ils semblent penser qu'il s'agit de deviner ce nombre]. **Nous distinguons plusieurs causes d'échec :**

- Certains enfants, malgré la première activité, n'ont pas réalisé qu'il y a 10 bébés en jeu en permanence et ne prennent pas conscience de l'importance de ce nombre ;

- Le recours à une collection intermédiaire dénombrable (en général les doigts) ne se fait pas facilement, parce que soit symboliser des bébés par des doigts est loin d'être évident, soit leur capacité à lever le bon nombre de doigts n'est pas immédiate.

La tentation est grande de montrer aux enfants une procédure, en particulier le comptage sur les doigts. Mais nous pensons préférable de pratiquer une politique du détour, c'est-à-dire d'abandonner momentanément la situation et de proposer :

- La situation suivante, **Deux cartes pour faire dix**, aux enfants qui n'ont pas réalisé qu'il y avait toujours 10 bébés (voir page suivante) ;
- Des activités d'entraînement sur les doigts (voir p. 18) aux enfants qui ont des difficultés à compter à l'aide de leurs doigts.



### ■ Après quelques parties, seules deux procédures sont en général utilisées :

- les résultats mémorisés à l'occasion des parties précédentes : « Tout à l'heure c'était 6 là et 4 ici, maintenant c'est pareil, mais ça a changé d'endroit » ;
- l'utilisation des doigts des deux mains.

■ Nous voyons, en particulier à cette occasion, que **les outils intermédiaires, pas toujours disponibles, sont rarement repris spontanément par les enfants.**

- Annexe 2.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

<b>CLASSE CAMILLE</b>							
<b>Unité d'apprentissage : Le dortoir</b>							
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7
<u>Pour définir le nombre d'enfants visibles</u>							
Reconnaissance de la disposition en 2 rangées							
Correspondance terme à terme en utilisant ses doigts							
Correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique							
Estimation visuelle							
<u>Pour définir le nombre d'enfants cachés :</u>							
Surcomptage : les doigts dépliés correspondent au nombre d'enfants visibles puis les élèvent comptent le nombre de doigts à déplier pour qu'ils le soient tous → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre total d'enfants, les enfants comptent le nombre de doigts à plier pour qu'il reste autant de doigts levés que d'enfants visibles → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que d'enfants au total), ils plient ensuite autant de doigts que d'enfants visibles puis comptent le nombre de doigts dépliés restants (enfants cachés) → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la							

situation							
Les doigts dépliés correspondent au nombre d'enfants visibles, les enfants comptent le nombre de doigts pliés qui correspondent aux enfants cachés → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Décomptage : les élèves commencent la main ouverte (il y a autant de doigts levés que d'enfants au total) puis plient autant de doigts qu'il n'y a de lapins visibles en décomptant à partir de 10 → pré-requis : il y a 10 doigts sur deux mains ce qui correspond aux 10 enfants de la situation							
Mobilisation de la décomposition de 10 mémorisée et identifiée dans la situation							
Si le dortoir est visible : dénombrement des lits / gommettes sans enfant / jeton							
Si le dortoir n'est pas visible : représentation mentale de la disposition des lits et des enfants cachés	°		°	°	°	°	°
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilise une des procédures mentionnées au-dessus puis représente schématiquement ou non les enfants (cercles / dessins) des deux sous-collections composant le nombre 10				°			°
Si la restitution se fait sous forme de schéma : utilise une des procédures mentionnées au-dessus puis mobilise l'écriture chiffrée des deux sous-collections composant le nombre 10							
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : colorie / entoure le nombre d'enfants visibles et compte le nombre de cases permettant d'atteindre 10 ( surcomptage )			°			°	
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : colorie / entoure le nombre total d'enfants ( 10 ) et retire le nombre d'enfants visibles ( décomptage ) pour obtenir le nombre d'enfants cachés			°			°	

Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : colorie / entoure le nombre total d'enfants ( 10 ) et compte le nombre de cases pour atteindre le nombre d'enfants visibles (nombre trouvé = lapins cachés)



Autres procédures observées :

Tests 5 à 7 → l'enfant dénombre la quantité de jetons en récitant la comptine numérique, puis la poursuit jusqu'à 10 en dépliant un à un ses doigts à partir du nombre suivant le dernier énoncé lors du dénombrement (par exemple, dénombre jusqu'à 7, puis lève un à un 3 doigts)

**Dortoir visible** (procédure employée lorsque la salle de jeux n'était pas visible)

**Salle de jeux visible** (procédure employée lorsque le dortoir n'était pas visible)

**Autres** (procédure employée dans les deux cas)

Annexe 3 : Unité d'apprentissage "Séquence 17" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)

- Annexe 3.1 : Extraits de la ressource pédagogique

17

## 17. Calculer la quantité d'une réunion de deux collections

45

- **Compétence visée**  
Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
- **Observable**  
Je sais trouver la quantité de deux collections d'objets réunies :
  - en utilisant les objets du contexte,
  - en utilisant des objets pouvant symboliser les objets du contexte.
- **La démarche**  
Pour renforcer la compréhension du nombre en tant que quantité, les compositions et décompositions du nombre doivent être travaillées.  
*Exemple de composition : « trois et encore deux », c'est « cinq ».*  
*Exemple de décomposition : « cinq », c'est « trois et encore deux » ou « quatre et encore un ».*  
Ces relations entre les nombres sont impliquées dans deux cas :
  - lors de l'explication des procédures pour toutes les situations relatives aux quantités (toutes les séquences vues dans la partie « le nombre en tant que quantité ») ;
  - dans les problèmes additifs.En maternelle, il n'est pas question de parler d'addition, ni d'introduire le signe + mais il convient de proposer des problèmes additifs simples. Deux types de problèmes peuvent être proposés pour travailler la composition des nombres : la réunion de deux collections et la transformation additive d'une collection.  
Cette séquence traite des problèmes de réunion de deux collections. Deux collections sont réunies. Les quantités des deux collections sont connues. On cherche la quantité totale. En maternelle, les nombres en jeu ne dépassent pas 10.

186

*Exemple : Dans une boîte, il y a 4 jetons rouges et 2 jetons bleus. Combien y a-t-il de jetons en tout ?*

L'utilisation de jetons permet de placer ces 4 jetons rouges et 2 jetons bleus et de recompter le tout mais l'explicitation du résultat doit mettre en évidence la relation entre les nombres « 4 et 2 ça fait 6 ».

Lorsque les objets des collections réunies sont disponibles, la résolution du problème consiste à prendre le nombre d'objets des collections réunies et à recompter le tout. Si les objets ne sont pas présents, la résolution peut s'appuyer sur l'utilisation des doigts pour remplacer le matériel. Dans l'exemple précédent, un élève de maternelle peut trouver la solution en levant 4 doigts sur une main et 2 doigts sur l'autre afin de recompter le tout. L'utilisation des doigts pour symboliser les objets des collections réunies lorsqu'une des quantités est supérieure à 5 est plus compliquée pour les élèves puisqu'ils ne peuvent plus représenter une collection avec les doigts d'une main et l'autre collection avec les doigts de l'autre main.

*Exemple : Dans une boîte, il y a 6 jetons rouges et 2 jetons bleus. Combien y a-t-il de jetons en tout ?*

En utilisant ses doigts, l'élève doit lever 6 doigts pour représenter les 6 jetons rouges (donc utiliser ses deux mains). Il doit symboliser les 2 jetons bleus en levant 2 doigts sur une main qui représente des jetons rouges.

### ● Progression

	Classes de problème :	Procédure :
Objectif de la séquence :	Calculer la quantité d'une réunion de deux collections de quantités connues	avec le matériel ou avec ses doigts.
Objectif du rituel 1 :	Calculer la quantité d'une réunion de deux collections de quantités connues	avec le matériel de la situation.
Objectif de la séance 1 :	Calculer la quantité d'une réunion de deux collections connues	avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Objectif du rituel 2 :	Calculer la quantité d'une réunion de deux collections de quantités connues	en s'aidant de ses doigts.
Objectif de la séance 2 :	Réinvestir le calcul de la quantité d'une réunion de deux collections connues	en s'aidant des doigts.

**Synthèse**

Pour trouver le total, on peut recompter le tout de un en un ou compter l'autre main à partir du nombre de la première main.

Proposer plusieurs séries de calculs. Exemples : 1 doigt sur une main et 3 doigts sur l'autre ; 3 doigts sur une main et 5 doigts sur l'autre ; 4 doigts sur une main et 0 doigt sur l'autre.

Cette séance est renouvelée tous les jours. La séance suivante est à proposer lorsque les élèves commencent à savoir calculer le tout.

**Séance 1**

- Objectif :** Calculer la quantité d'une réunion de deux collections connues avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
- Matériel par binôme :** Deux dés où les faces 6 sont remplacées par une face blanche. Une feuille avec un tableau de deux lignes dont l'une est numérotée de 0 à 10.
- Mode de travail :** Par groupes de 4 à 6 élèves.
- Durée :** 20 min.
- Tâche :** Lancer les deux dés. Cocher la case correspondant au total des deux dés. Avoir rempli plus de cases que son adversaire lorsque toutes les cases sont cochées.

► SQ17 séances 1 et 2

Un crayon de couleur pour chaque élève (couleurs différentes pour les deux élèves).



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						X				

**Présentation de l'activité**

- Expliquer les règles du jeu en débutant une partie avec un élève.
- Montrer qu'on peut s'aider avec les doigts pour trouver le total.

## Séance 2

**Objectif :** Réinvestir le calcul de la quantité d'une réunion de deux collections connues en s'aidant des doigts.

**Matériel par binôme :** Deux dés avec les écritures chiffrées où les faces 6 sont remplacées par une face numérotée 0 ; une feuille avec un tableau de deux lignes dont l'une est numérotée de 0 à 10 ; un crayon de couleur pour chaque élève (couleurs différentes pour les deux élèves).

▶ SQ17 séances 1 et 2

**Mode de travail :** Par groupes de 4 à 6 élèves.

**Durée :** 20 min.

**Tâche :** Même tâche qu'à la séance précédente.

2 4

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						X				

## Présentation de l'activité

Faire rappeler les règles du jeu par les élèves.

## Recherche individuelle (15 min)

## Procédures justes possibles

- S'aider des doigts pour représenter 2 et 4 et recompter le tout.
- Surcompter à partir de 2 ou 4 en s'aidant des doigts.

## Erreurs possibles

- Se tromper en recomptant de un en un les points du dé.
- Se tromper en surcomptant.

## Validation et verbalisation

Vérifier quelques calculs pour faire expliciter les procédures pour trouver le résultat.

- Annexe 3.2 : Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage "Séquence 17"

<b>Test 1</b> : 2 dés avec des constellations de points <b>Test 2</b> : 2 dés avec des écritures chiffrées <b>Test 3</b> : 2 dés → 1 avec des constellations de points et 1 avec des écritures chiffrées				
<b>Test</b>		<b>Durée</b> : 25 minutes		<b>Objectif(s)</b> : Calculer la quantité d'une réunion de 2 collections connues avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
<b>Déroulement</b>	<b>Durée</b>	<b>Organisation</b>	<b>Consignes / Tâches</b>	<b>Matériel</b>
<b>Etape 2</b> : Présentation de la tâche	2 min	- Groupe de 4-5 - Îlot de tables	- "Aujourd'hui, vous allez apprendre à trouver la quantité totale de la somme de 2 nombres obtenus en lançant des dés."	- 1 bande numérique pour le groupe allant de 2 à 12 - <b>Feuille</b> pour noter les résultats et les observations - <b>Affiche</b> pour lister les procédures TEST ] :
<b>Etape 3</b> : Consignes	2 min		- <b>Consigne</b> : "Chaque enfant joue à tour de rôle. Il lance les 2 dés ensemble et doit trouver le total des nombres affichés sur les 2 dés. Il fait une croix dans la case correspondant au nombre obtenu dans la frise numérique qui est au centre de la table. On joue jusqu'à ce que toutes les cases soient marquées d'une croix." - <b>Critères de réalisation</b> : Vous devrez ajouter les nombres obtenus sur les 2 dés pour trouver le total et tracer une croix dans la case correspondante sur la frise numérique. - <b>Critères de réussite</b> : Vous aurez réussi si vous avez coché la bonne case et que la frise numérique est entièrement remplie de croix.	

<p><b>Etape 4 :</b> Temps d'activité</p>	<p>20 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tâche individuelle</li> <li>- Groupe de 4-5</li> <li>- Îlot de tables</li> </ul>	<p>Les enfants s'installent et [PE] leur montre la frise numérique et les dés.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Définition de l'ordre de passage des enfants (rotation).</li> <li>- Le premier enfant lance les 2 dés.</li> <li>- Une fois qu'il a donné sa réponse, [PE] lui demande comment il l'a trouvée et reformule la procédure au besoin. [PE] insiste sur la décomposition du nombre total obtenu : "[total] c'est [1er dé] et encore [2ème dé]."</li> </ul>	<p>- 2 dés avec des constellations de points</p> <p>TEST 2 :</p> <p>- 2 dés avec des écritures chiffrées</p>
<p><b>Etape 5 :</b> Bilan de la séance</p>	<p>2 min</p>		<p>"Aujourd'hui, vous avez appris à ajouter 2 quantités, donc 2 nombres. Pour réussir l'activité, vous n'avez pas tous utilisé la même méthode : [listez les procédures utilisées par les élèves]."</p>	<p>TEST 3 :</p> <p>- 1 dé avec des constellations de points</p> <p>- 1 dé avec des écritures chiffrées</p>

- Annexe 3.3 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

<b>CLASSE ALEXANE</b>			
<b>Unité d'apprentissage : Séquence 17</b>			
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3
<u>Pour connaître les nombres affichés sur les dés</u>			
Reconnaissance de la constellation du dé			
Dénombrement des points par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts.			
Dénombrement des points par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique.			
Reconnaissance de l'écriture chiffrée mémorisée.			
Appui sur la frise numérique pour repérer les nombres obtenus.			
<u>Pour trouver le total obtenu avec les 2 dés</u>			
Les enfants dénombrent l'ensemble des points affichés par les 2 dés à constellations.			
Les enfants choisissent un dé et surcomptent à partir de celui-ci en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre.			
Les enfants connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des nombres affichés par les dés (points ou écritures chiffrées)			
Les enfants se servent de leurs 2 mains pour représenter les 2 nombres obtenus et recomptent le nombre total de doigts levés (uniquement valable si les nombres sont inférieurs ou égaux à 5).			
Les enfants pointent le nombre correspondant à l'un des dés sur la frise numérique, puis avancent du nombre de cases correspondant au second dé.			

- Annexe 3.4 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

<b>CLASSE CAMILLE</b>			
<b>Unité d'apprentissage : Séquence 17</b>			
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3
<u>Pour connaître les nombres affichés sur les dés</u>			
Reconnaissance de la constellation du dé			
Dénombrement des points par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts.			
Dénombrement des points par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique.			
Reconnaissance de l'écriture chiffrée mémorisée.			
Appui sur la frise numérique pour repérer les nombres obtenus.			
<u>Pour trouver le total obtenu avec les 2 dés</u>			
Les enfants dénombrent l'ensemble des points affichés par les 2 dés à constellations.			
Les enfants choisissent un dé et surcomptent à partir de celui-ci en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre.			
Les enfants connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des nombres affichés par les dés (points ou écritures chiffrées)			
Les enfants se servent de leurs 2 mains pour représenter les 2 nombres obtenus et recomptent le nombre total de doigts levés (uniquement valable si les nombres sont inférieurs ou égaux à 5).			
Les enfants pointent le nombre correspondant à l'un des dés sur la frise numérique, puis avancent du nombre de cases correspondant au second dé.			
<p>Autres procédures observées :</p> <p>Test 1 et 3 → les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à la quantité affichée par le premier dé et comptent, puis lèvent à la suite autant de doigts que la quantité affichée par le second dé en surcomptant</p> <p>Test 2 → les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main</p> <p>Test 3 → les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à celle des jetons et les comptent, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant</p>			

## Annexe 4 : Unité d'apprentissage "Les tirelires" (Vers les maths GS, Accès)

- Annexe 4.1 : Extraits de la ressource pédagogique

Découvrir  
les nombres et  
leurs utilisations

### QUANTIFIER DES COLLECTIONS JUSQU'À DIX AU MOINS

## La tirelire

**APPROPRIATION DE LA SITUATION**  
Manipulation

**RECHERCHE INDIVIDUELLE**  
Trace écrite

**RECHERCHE INDIVIDUELLE**  
Trace écrite

**MATÉRIEL**

- Un dé traditionnel et une boîte de jetons pour le groupe.
- Une petite tirelire par élève, facile à trouver dans les magasins à bas prix.
- Un gros cochon tirelire pour l'enseignant.

**ORGANISATION**

Atelier dirigé avec un groupe de 6 élèves.

**BUT DU JEU**

Le gagnant est celui qui a le plus de jetons dans sa tirelire.

**RÈGLE DU JEU**

La partie se déroule en 2 tours.

- Chaque joueur lance le dé une fois et obtient autant de jetons que de points indiqués sur le dé. Il place alors ses jetons dans sa tirelire.
- Au deuxième tour, le joueur lance à nouveau le dé une fois et place les jetons obtenus dans sa tirelire. Les joueurs vident ensuite leurs tirelires pour comparer leurs gains.

**DÉROULEMENT**

- **ÉTAPE 1 Le jeu de la tirelire**  
**Jeu 1** – Jouer sans la tirelire. Les jetons gagnés sont placés devant chaque joueur.  
**Jeu 2** – Jouer avec la tirelire.  
**Jeu 3** – Annoncer le nombre de jetons contenus dans sa tirelire avant de l'ouvrir. Cette nouvelle consigne pose problème aux élèves. Il faut chercher comment garder une trace écrite des lancers effectués.
- **ÉTAPE 2 Problèmes d'ajouts**  
Chaque élève reçoit une feuille de papier et un crayon de papier. L'enseignant a une grosse tirelire et une boîte de jetons.
  - Montrer la tirelire vide aux élèves. Y ajouter 4 puis 2 jetons en commentant ses gestes et en montrant bien les jetons. Reformuler le problème posé : « J'ai d'abord mis 4 jetons dans la tirelire, puis encore 2 jetons. Vous devez trouver combien il y a de jetons dans la tirelire. ».
  - Demander aux élèves de résoudre ce problème sur leur feuille. Vérifier en sortant les jetons de la tirelire.
  - Reprendre cette situation avec d'autres quantités.
- **ÉTAPE 3 Problèmes de retraits**
  - Mettre 5 jetons dans la tirelire et le faire constater. Enlever 2 jetons en les montrant. Demander « Combien y a-t-il maintenant de jetons dans la tirelire ? »
  - Demander aux élèves de chercher le résultat sur leur feuille. Vérifier en sortant les jetons de la tirelire.
  - Reprendre cette situation avec d'autres quantités.

**DIFFÉRENCIATION**

- Permettre la manipulation aux élèves qui sont bloqués.

**Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions**

- **Lexique** Verbes (ajouter, enlever, retirer), conjonction de coordination (et), adverbes (en plus, en moins, en tout).
- **Syntaxe** Utiliser des connecteurs de temps (avant, maintenant).

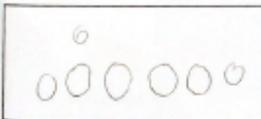
162

**ÉTAPE 1** Le jeu de la tirelire

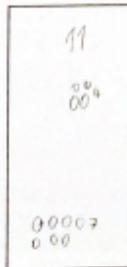
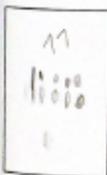


Chaque joueur lance le dé une fois et obtient autant de jetons que de points indiqués sur le dé. Il place alors ses jetons dans sa tirelire.

**ÉTAPE 2** Problèmes d'ajouts



**Problème 1**  
« J'ai mis 4 jetons dans la tirelire, puis encore 2 jetons.  
Vous devez trouver combien il y a de jetons dans la tirelire ».



**Problème 2**  
« J'ai d'abord mis 7 jetons dans la tirelire, puis encore 4 jetons.  
Vous devez trouver combien il y a de jetons dans la tirelire ».

**PROCÉDURES OBSERVÉES**

**Situation avec 4 jetons puis ajout de 2**

- Dessine les jetons puis compte.
- Compte sur ses doigts.
- Surcompte à partir de 4.
- Connait le résultat 4 et 2 cela fait 6.

**PROCÉDURES OBSERVÉES**

**Situation avec 7 jetons puis ajout de 4**

- Dessine les jetons puis compte.
- Dessine 7 puis 4 jetons et dénombre l'ensemble.
- Compte sur ses doigts.

- Annexe 4.2 : Fiche de préparation des tests effectués pour l'unité d'apprentissage "Les tirelires"

<b>Test 1</b> : Tirelire et jetons pour l'enseignant, jetons pour les élèves, transformation positive puis négative				
<b>Test 2</b> : Tirelire et jetons pour l'enseignant, frise numérique, transformation positive puis négative				
<b>Test 3</b> : Tirelire et jetons pour l'enseignant, papier et crayon, transformation positive puis négative				
<b>Test 4</b> : Tirelire et jetons pour l'enseignant, transformation positive puis négative				
<b>Test</b>		<b>Durée</b> : 25 minutes		<b>Objectif(s)</b> : Trouver et mémoriser les décompositions d'un nombre à 5
<b>Déroulement</b>	<b>Durée</b>	<b>Organisation</b>	<b>Consignes / Tâches</b>	<b>Matériel</b>
<b>Etape 1</b> : Présentation de la tâche	2 min	- Groupe de 4-5  - Îlot de tables	- "Aujourd'hui, nous allons jouer à un jeu où vous apprendrez à ajouter ou enlever un nombre à un autre."	TESTS 1 à 4 :  - <b>1 tirelire</b> ( boîte fermée avec une encoche )  - <b>Jetons dans une barquette</b> ( 15 )  - <b>Feuille</b> pour noter les résultats et les observations  - <b>Affiche</b> pour lister les procédures  TEST 1 :  - 1 barquette avec <b>15 jetons</b> par élève
<b>Etape 2</b> : Consignes	2 min		- <b>Consigne</b> : J'ai une tirelire devant moi. Je vais y ajouter une première fois des jetons. Je vais ensuite soit ajouter une seconde fois des jetons, soit en retirer de la tirelire. Vous allez devoir chercher le nombre de jetons qu'il y a dans la tirelire, sans rien dire aux autres enfants. Vous avez chacun à votre disposition : une barquette avec 15 jetons (test 1) / une frise numérique (test 2) / une feuille de papier et un crayon (test 3) / rien (test 4).  - <b>Critères de réalisation</b> : Vous devrez retenir le nombre de jetons que je vais ajouter ou retirer à la tirelire pour trouver le nombre final de jetons.  - <b>Critères de réussite</b> : Vous aurez réussi si vous avez trouvé le bon nombre de jetons	

<p><b>Etape 3 :</b> Temps d'activité</p>	<p>20 min</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tâche individuelle</li> <li>- Groupe de 4-5</li> <li>- Îlot de tables</li> </ul>	<p><b>Problème n°1 (+) :</b> Les enfants s'installent, [PE] met une tirelire en face de lui et des jetons à proximité.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- [PE] montre la tirelire vide aux élèves. Il y ajoute 4 jetons, puis 3 jetons en commentant ses gestes et en montrant les jetons. "J'ai d'abord mis 4 jetons dans la tirelire, puis encore 3 jetons. Vous devez trouver combien il y a de jetons dans la tirelire. Vous avez les jetons (test 1) / la frise numérique (test 2) / la feuille de papier et le crayon (test 3) / rien (test4) à votre disposition pour vous aider si vous le souhaitez. Quand vous aurez une idée, vous pourrez lever le doigt."</li> <li>- [PE] demande aux enfants de lui chuchoter leur réponse à l'oreille et les consigne sur une feuille.</li> <li>- Une fois que tout le monde a donné sa réponse : confronter les résultats, demander comment chacun a procédé.</li> <li>- Ouvrir la tirelire pour valider la réponse : faire remarquer aux élèves que 7, c'est 4 et encore 3.</li> </ul> <p><b>Reproduire la situation en variant le nombre de jetons, et en reprenant la décomposition du nombre total de jetons avec les élèves "[nombre final] c'est [1er ajout] et encore [2ème ajout].</b></p> <p><b>[4+3] [2+5] [6+4] [7+5]</b></p>	<p>TESTS 2 :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>5 frises numériques</b> (de 0 à 12)</li> </ul> <p>TESTS 3 :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>5 feuilles (A5)</b></li> <li>- <b>5 crayons à papier</b></li> </ul>
--	---------------	---	--	--

			<p><b>Problème n°2 (-)</b> : Les enfants s'installent, [PE] met une tirelire en face de lui et des jetons à proximité.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- [PE] montre la tirelire vide aux élèves. Il y ajoute 5 jetons, puis en retire 2 en commentant ses gestes et en montrant les jetons. "J'ai d'abord mis 5 jetons dans la tirelire, puis j'en ai retiré 2. Vous devez trouver combien il y a de jetons dans la tirelire. Vous avez les jetons (test 1) / la frise numérique (test 2) / la feuille de papier et le crayon (test 3) / rien (test4) à votre disposition pour vous aider si vous le souhaitez. Quand vous aurez une idée, vous pourrez lever le doigt."</li> <li>- [PE] demande aux enfants de lui chuchoter leur réponse à l'oreille et les consigne sur une feuille.</li> <li>- Une fois que tout le monde a donné sa réponse : confronter les résultats, demander comment chacun a procédé.</li> <li>- Ouvrir la tirelire pour valider la réponse : faire remarquer aux élèves que 5, c'est 2 et encore 3.</li> </ul> <p><b>Reproduire la situation en variant le nombre de jetons, et en reprenant la décomposition du nombre total de jetons avec les élèves "[nombre final] c'est [ajout] et on enlève [retrait].</b>  <b>[5-2] [7-4] [9-3] [10-6] [5-5]</b></p>	
--	--	--	---	--

<b>Étape 4 :</b> Bilan de la séance	2 min		- "Aujourd'hui, vous avez appris à ajouter 2 quantités, donc 2 nombres, ou à enlever une quantité à une autre, donc enlever un nombre à un autre. Pour réussir l'activité, vous n'avez pas tous utilisé la même méthode : [lister les procédures utilisées par les élèves]."	
---	-------	--	--	--

- Annexe 4.3 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

<b>CLASSE ALEXANE</b>				
<b>Unité d'apprentissage : La tirelire</b>				
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4
<u>Transformation positive</u>				
Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre				
Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons				
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis comptent l'ensemble à la fin				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent au fur et à mesure les jetons en même temps que l'enseignant et énumèrent en déplaçant à chaque fois un jeton par un jeton puis ils énoncent le dernier mot nombre pour donner la quantité finale				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que la première de l'enseignant, puis font une collection de doigts de cardinal correspondant à la seconde collection de l'enseignant puis comptent l'ensemble des deux collections (inversement avec d'abord une collection de doigts puis de jetons)				

Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent les collections de jetons au fur et à mesure puis comptent l'ensemble des jetons représentés.				
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis partent d'une des collections et surcomptent en levant simultanément leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal du second nombre écrit sur la feuille.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis avancent du nombre de cases correspondant au second cardinal.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis lèvent une première collection de doigts de même cardinal que le premier nombre, lèvent l'autre collection de doigts et comptent l'ensemble des doigts levés				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis pointent sur la bande le nombre de la première collection et avancent du nombre de cases correspondant au nombre de la seconde collection (cochée) et regardent le nombre d'arrivée.				
<u>Transformation négative</u>				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre.				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et surcomptent à partir du nombre de jetons retirés pour obtenir le nombre de jetons ajoutés au départ en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire de la réponse.				

Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent (ont mémorisé) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.				
Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.				
Les enfants ajoutent les 2 nombres énoncés par [PE] au lieu de les soustraire.				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que celle de l'enseignant puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre enlevé. A la fin, ils comptent combien de jetons il reste dans la collection initiale.				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de jetons de même cardinal que celles de l'enseignant, puis font une correspondance terme à terme avec la collection enlevée et une partie de sa collection initiale.				
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de jetons correspondant au nombre de jetons mis par l'enseignant dans la tirelire et barrent le nombre de jetons correspondant à la collection de jetons enlevés de la tirelire.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis lèvent une première collection de doigts de même cardinal que le premier nombre, abaissent l'autre collection de doigts et comptent l'ensemble des doigts levés.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis pointent sur la bande le nombre de la première collection, reculent du nombre de cases correspondant au nombre de la seconde collection (cochée) et regardent le nombre				

d'arrivée.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis reculent du nombre de cases correspondant au second cardinal.				
<p>Autres procédures observées :</p> <p>Transformations positives :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 → les enfants se servent de leurs deux mains (doigts levés) pour garder la mémoire des deux nombres ajoutés et recomptent l'ensemble de leurs doigts levés</li> <li>- Tests 1 et 4 → les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main</li> <li>- Test 2 → les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis lèvent autant de doigts que le cardinal du second nombre de jetons ajoutés et avancent sur la frise du cardinal du second nombre en pointant successivement les nombres sur la frise avec leurs différents doigts</li> <li>- Test 4 → les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à celle des jetons et les comptent, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant</li> </ul> <p>Transformation négative :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Test 1 → les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et reconnaissent le cardinal de la constellation de doigts</li> <li>- Test 2 → les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et reconnaissent le cardinal de la constellation de doigts</li> <li>- Test 2 → les enfants dessinent les jetons ajoutés par l'enseignante et séparent par un espace ou un trait vertical la collection en deux sous-collections dont une est équipotente au cardinal de jetons retirés puis comptent les jetons dessinés restants.</li> </ul>				

- Test 4 → Des élèves qui ont mémorisé de nombreuses décompositions ont donc réussi à retrouver les résultats par manipulations mentales. Par exemple, M. pour la transformation négative  $7-4$  m'a répondu "il en reste 3 comme 4 et 3 ça fait 7".

- Annexe 4.4 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

<b>CLASSE CAMILLE</b>				
<b>Unité d'apprentissage : La tirelire</b>				
<b>Procédure \ Test</b>	<b>n°1</b>	<b>n°2</b>	<b>n°3</b>	<b>n°4</b>
<u>Transformation positive</u>				
Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre				
Les enfants se souviennent des 2 nombres de jetons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons				
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis comptent l'ensemble à la fin				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent au fur et à mesure les jetons en même temps que l'enseignant et énumèrent en déplaçant à chaque fois un jeton par un jeton puis ils énoncent le dernier mot nombre pour donner la quantité finale				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que la première de l'enseignant, puis font une collection de doigts de cardinal correspondant à la seconde collection de l'enseignant puis comptent l'ensemble des deux collections (inversement avec d'abord une collection de doigts puis de jetons)	°			

Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent les collections de jetons au fur et à mesure puis comptent l'ensemble des jetons représentés.				
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis partent d'une des collections et surcomptent en levant simultanément leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal du second nombre écrit sur la feuille.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis avancent du nombre de cases correspondant au second cardinal.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis lèvent une première collection de doigts de même cardinal que le premier nombre, lèvent l'autre collection de doigts et comptent l'ensemble des doigts levés		°		
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis pointent sur la bande le nombre de la première collection et avancent du nombre de cases correspondant au nombre de la seconde collection (cochée) et regardent le nombre d'arrivée.		°		
<u>Transformation négative</u>				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre.				
Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et surcomptent à partir du nombre de jetons retirés pour obtenir le nombre de jetons ajoutés au départ en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire de la réponse.	°	°	°	°

Les enfants se souviennent du nombre de jetons ajoutés et du nombre de jetons retirés et connaissent (ont mémorisé) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté.				
Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés et comptent le nombre final de doigts levés.				
Les enfants ajoutent les 2 nombres énoncés par [PE] au lieu de les soustraire.				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent une collection de jetons de même cardinal que celle de l'enseignant puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre enlevé. A la fin, ils comptent combien de jetons il reste dans la collection initiale.				
Si les enfants disposent de jetons : ils prennent des collections de jetons de même cardinal que celles de l'enseignant, puis font une correspondance terme à terme avec la collection enlevée et une partie de sa collection initiale.	°			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de jetons correspondant au nombre de jetons mis par l'enseignant dans la tirelire et barrent le nombre de jetons correspondant à la collection de jetons enlevés de la tirelire.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis lèvent une première collection de doigts de même cardinal que le premier nombre, puis abaissent l'autre collection de doigts et comptent l'ensemble des doigts levés.		°		
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants font une croix sous le nombre correspondant au cardinal de la première collection et de la deuxième puis pointent sur la bande le nombre de la première collection et reculent du nombre de cases correspondant au nombre de la seconde collection (cochée) et regardent le		°		

nombre d'arrivée.				
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis reculent du nombre de cases correspondant au second cardinal.				
<p>Autres procédures observées :</p> <p>Transformation positive :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tests 1 et 2 → Les enfants se servent de leurs deux mains pour garder la mémoire des deux nombres de jetons ajoutés (<math>\leq 5</math>) puis recomptent tous leurs doigts.</li> <li>- Test 1 → les enfants lèvent leurs doigts un à un jusqu'à atteindre le cardinal de la première collection puis décomposent le cardinal de la deuxième collection pour compléter la première main et poursuivre sur la deuxième main</li> <li>- Tests 1 et 2 → les enfants réalisent une première collection de doigts équipotente à celle des jetons et les comptent, puis baissent leurs doigts et font de même pour la deuxième collection en surcomptant</li> <li>- Tests 1 et 4 → les enfants lèvent leurs doigts pour réaliser une collection équipotente à la première collection de jetons puis réalisent que le nombre de doigts baissés correspondant à la deuxième collection permettent de compléter une ou deux mains (5 ou 10 doigts au total)</li> <li>- Test 3 → les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis partent d'une des collections et recomptent en levant simultanément leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal d'un nombre écrit sur la feuille, baissent leurs doigts, et continuent la comptine numérique en levant leurs doigts jusqu'à ce que la collection de doigts ait le cardinal du 2nd nombre écrit sur la feuille.</li> <li>- Test 3 → les enfants écrivent en écriture chiffrée le cardinal des 2 collections, puis écrivent la suite numérique jusqu'au 1er cardinal, et continuent en-dessous en écrivant autant de nombres pour poursuivre la suite numérique que le 2ème nombre de jetons ajoutés.</li> </ul>				

- Test 2 → les enfants dessinent dans chaque case le nombre de jetons correspondant à l'écriture chiffrée et recomptent par énumération les deux collections correspondant aux jetons ajoutés par l'enseignante
- Test 2 → les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal de la première collection, puis avancent du nombre de cases correspondant au second cardinal en surcomptant

Transformation négative :

- Test 1 → les enfants prennent une collection de jetons de même cardinal que celle de l'enseignante puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre de jetons retirés, en les décomptant
- Test 1 → les enfants décomptent oralement le nombre de jetons retirés à partir du nombre de jetons ajoutés
- Test 2 → les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de jetons ajoutés puis baissent autant de doigts que de jetons retirés en décomptant
- Test 3 → les enfants dessinent les jetons ajoutés par l'enseignante dans la boîte sur leur feuille puis cachent avec leurs doigts les jetons enlevés.
- Test 3 → les enfants dessinent les jetons ajoutés par l'enseignante dans la boîte sur leur feuille, comptent les jetons en partant de la gauche (du début) pour atteindre le cardinal de la collection retirée, et comptent les jetons restants (ceux situés à droite de la collection retirée).

Annexe 5 : Unité d'apprentissage "Séquence 18" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)

- Annexe 5.1 : Extraits de la ressource pédagogique

**18**

## 18. Calculer la quantité d'une collection sur laquelle une transformation s'opère

- **Compétence visée**  
Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
- **Observable**  
Je sais trouver la quantité d'une collection d'objets à partir d'une collection à laquelle on a ajouté ou retiré un nombre d'objets :
  - en utilisant les objets du contexte,
  - en utilisant des objets pouvant symboliser les objets du contexte.
- **La démarche**  
La séquence précédente concernait les problèmes de réunion de deux collections.  
Celle-ci traite des problèmes de transformation de collection. Ils mettent en jeu une collection sur laquelle une transformation additive ou soustractive s'opère.  
La quantité initiale de la collection est connue ainsi que la transformation. La quantité finale après la transformation est à chercher. En maternelle, les nombres en jeu ne dépassent pas 10.  
*Exemple de transformation additive :*  
*Dans une boîte, il y a 5 crayons. J'en ajoute 2. Combien y a-t-il de crayons en tout ?*  
*Exemple de transformation soustractive :*  
*Dans une boîte, il y a 5 crayons. J'en retire 2. Combien y a-t-il de crayons en tout ?*  
Lorsque les objets de la collection sont disponibles, la résolution du problème consiste à prendre le nombre d'objets de la collection initiale et

**193**

d'ajouter ou retirer les objets pour recompter le tout. Si les objets ne sont pas présents, la résolution peut s'appuyer sur l'utilisation des doigts pour remplacer le matériel.

La verbalisation de la procédure permet de renforcer la composition et décomposition des nombres. Exemple : « Il y a cinq crayons. On en ajoute deux. Cinq et deux, ça fait sept. Il y a sept crayons. »

### ● Progression

	Classes de problème :	Procédure :
Objectif de la séquence :	Calculer la quantité d'une collection sur laquelle s'opère une transformation	avec du matériel ou avec ses doigts.
Objectif de la séance 1 :	Calculer la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on ajoute un nombre donné d'éléments	avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Objectif de la séance 2 :	Réinvestir le calcul de la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on ajoute un nombre donné d'éléments	avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Objectif de la séance 3 :	Calculer la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on retire un nombre donné d'éléments	avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Objectif de la séance 4 :	Réinvestir le calcul de la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on retire un nombre donné d'éléments	avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Objectif de la séance 5 :	Calculer la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on ajoute ou on retire un nombre donné d'éléments	avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.

## Séance 1

Objectif :	Calculer la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on ajoute un nombre donné d'éléments avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Matériel pour l'enseignant :	Des crayons. Un pot opaque.
Matériel par élève :	Dix crayons. Les mini-étiquettes plastifiées des écritures chiffrées accrochées entre elles avec un anneau du type porteclé.
Mode de travail :	Par groupes de 4 à 6 élèves.
Durée :	15 min.
Tâche :	Déterminer le nombre total de crayons dans le pot si on connaît le nombre de crayons au début puis le nombre de crayons que l'on va ajouter.



Dans le pot, il y a 4 crayons.  
J'ajoute 2 crayons. Combien y a-t-il de crayons au total ?

## Présentation de l'activité

- Montrer les crayons que l'on va mettre dans le pot et demander leur nombre.
- Mettre les crayons dans le pot de façon à ce qu'ils soient cachés.
- Montrer le nombre de crayons qu'on va ajouter et le faire.

« Dans le pot, je mets 4 crayons. Je vais ajouter 2 crayons. Combien y a-t-il de crayons dans le pot maintenant que j'ai ajouté les 2 crayons ? Réfléchissez. Vous pouvez vous aider de vos crayons. Montrez l'étiquette indiquant le nombre de crayons qu'il y a maintenant dans le pot. »

## Recherche individuelle (5 min)

## Procédures justes possibles

- Prendre le nombre de crayons du départ pour y ajouter le nombre donné de crayons. Compter le tout de un en un. Prendre l'étiquette de l'écriture chiffrée correspondant au nombre trouvé.
- Utiliser les crayons comme précédemment et surcompter à partir du nombre de crayons du départ.
- Mêmes procédures que précédemment mais en utilisant ses doigts au lieu des crayons.

**Erreurs possibles**

- Indiquer la quantité de crayons dans le pot au départ.
- Indiquer la quantité de crayons ajoutés.
- Se tromper en recomptant le tout de un en un.
- Se tromper en surcomptant.
- Trouver le bon résultat mais se tromper en choisissant l'écriture chiffrée correspondante.

**Validation et verbalisation**

- Comparer les résultats pour faire expliciter les procédures.
  - Vérifier le résultat donné en montrant le nombre de crayons dans le pot.
  - Remonter les crayons mis dans le pot au départ puis ceux ajoutés pour faire ressortir les deux procédures possibles : recompter le tout de un en un ou surcompter.
  - Montrer la procédure en s'aidant des doigts à la place des crayons.
  - Verbaliser la composition des nombres. *Exemple : « 4 crayons au départ et 2 crayons ajoutés, ça fait 6 crayons en tout. 4 et 2, ça fait 6. »*
- Proposer plusieurs séries de calculs. *Exemple : 3 crayons dans le pot et on ajoute 4 crayons.*

**Synthèse**

Pour trouver le total, on peut s'aider des doigts des mains en mettant le nombre de doigts correspondant aux crayons dans le pot puis en ajoutant des doigts.

Cette séance peut être proposée à nouveau mais avec un groupe plus important d'élèves (voire avec toute la classe).

**Séance 2**

- Objectif :** Réinvestir le calcul de la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on ajoute un nombre donné d'éléments avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
- Matériel par élève :** Dix crayons.  
La fiche activité plastifiée avec 5 cas de calcul du nombre de crayons dans le pot.

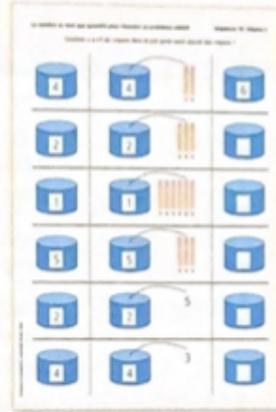
## ► SQ18 séance 2

Un feutre.

Mode de travail : Par groupes de 4 à 6 élèves.

Durée : 20 min.

Tâche : Compléter la feuille en écrivant le nombre de crayons dans le pot, connaissant le nombre de crayons au départ et le nombre de crayons ajoutés.  
 Pour les élèves qui réussissent facilement avec les crayons, donner des jetons à la place des crayons.

**Présentation de l'activité**

- Montrer la feuille à compléter.
- Expliquer ce qu'il faut écrire et où écrire à partir de l'exemple donné sur la feuille.
- Donner le matériel, à savoir des crayons, en plus grand nombre que nécessaire aux élèves.

**Recherche individuelle (15 min)****Procédures justes possibles**

- Recompter le tout de un en un en s'aidant des crayons.
- S'aider des doigts pour recompter le tout de un en un.
- Avec les crayons ou en s'aidant des doigts, surcompter à partir du nombre de crayons dans le pot au départ.

**Erreurs possibles**

- Indiquer la quantité de crayons dans le pot au départ.
- Indiquer la quantité de crayons ajoutés.
- Se tromper en recomptant le tout de un en un ou en surcomptant.

**Validation et verbalisation**

- Faire comparer les résultats des élèves entre eux.
- Discuter sur les résultats.
- Montrer la procédure avec les crayons et en s'aidant des doigts.

## Séance 3

Objectif :	Calculer la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on retire un nombre donné d'éléments avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
Matériel pour l'enseignant :	Des crayons. Un pot opaque.
Matériel par élève :	Dix crayons. Les mini-étiquettes plastifiées des écritures chiffrées accrochées entre elles avec un anneau du type porteclé.
Mode de travail :	Par groupes de 4 à 6 élèves.
Durée :	15 min.
Tâche :	Déterminer le nombre total de crayons dans le pot si on connaît le nombre de crayons au début puis le nombre de crayons que l'on va retirer.



Dans le pot, il y a 6 crayons. Je retire 2 crayons. Combien y a-t-il de crayons au total ?

## Présentation de l'activité

- Montrer les crayons que l'on va mettre dans le pot et demander leur nombre.
- Mettre les crayons dans le pot de façon à ce qu'ils soient cachés.
- Indiquer le nombre de crayons qu'on va retirer et le faire.

« Dans le pot, je mets 6 crayons. Je vais retirer 2 crayons. Combien y a-t-il de crayons dans le pot maintenant que j'ai retiré les 2 crayons ? Réfléchissez. Vous pouvez vous aider de vos crayons. Montrez l'étiquette indiquant le nombre de crayons qu'il y a maintenant dans le pot. »

## Recherche individuelle (5 min)

## Procédures justes possibles

- Prendre le nombre de crayons du départ puis retirer le nombre donné de crayons. Compter le tout de un en un. Prendre l'étiquette de l'écriture chiffrée correspondant au nombre trouvé.
- Même procédure que précédemment mais en utilisant ses doigts au lieu des crayons.

**Erreurs possibles**

- Indiquer la quantité de crayons dans le pot au départ.
- Indiquer la quantité de crayons retirés.
- Se tromper en recomptant le tout de un en un.
- Ajouter les crayons au lieu de les retirer.
- Trouver le bon résultat mais se tromper en choisissant l'écriture chiffrée correspondante.

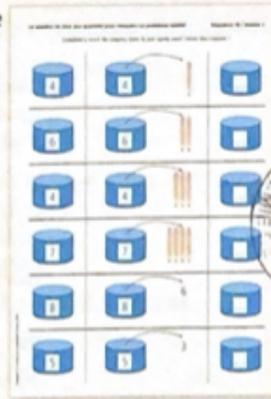
**Validation et verbalisation**

- Comparer les résultats pour faire expliciter les procédures.
  - Vérifier le résultat donné en montrant le nombre de crayons dans le pot.
  - Remonter les crayons mis dans le pot au départ puis ceux retirés pour faire ressortir la procédure : recompter le tout de un en un.
  - Montrer la procédure en s'aidant des doigts à la place des crayons.
- Proposer plusieurs séries de calculs. *Exemple : 4 crayons dans le pot et on retire 3 crayons.*
- Verbaliser la décomposition des nombres. *Exemple : 6 crayons au début et 2 crayons retirés, ça fait 4 crayons. 6, c'est 2 et 4.*

**Séance 4**

<b>Objectif :</b>	Réinvestir le calcul de la quantité d'une collection obtenue par une collection de quantité connue à laquelle on retire un nombre donné d'éléments avec le matériel de la situation ou en s'aidant de ses doigts.
<b>Matériel par élève:</b>	Dix crayons. La feuille plastifiée avec les 6 cas de dans la boîte ; un feutre.
<b>Mode de travail :</b>	Par groupes de 4 à 6 élèves.
<b>Durée :</b>	20 min.
<b>Tâche :</b>	Compléter la feuille en écrivant le nombre de crayons dans le pot, connaissant le nombre de crayons au départ et le nombre de crayons retirés. Pour les élèves qui réussissent facilement avec les crayons, donner des jetons à la place des crayons.

► SQ18 séance 4



**Présentation de l'activité**

- Montrer la feuille à compléter.
- Rappeler ce qu'il faut écrire et où écrire en insistant sur la différence avec la feuille précédente. Ici, on retire des crayons.
- Donner le matériel, à savoir des crayons, en plus grand nombre que nécessaire aux élèves.

**Recherche individuelle (15 min)****Procédures justes possibles**

- Recompter le tout de un en un en s'aidant des crayons.
- S'aider des doigts pour recompter le tout de un en un.

**Erreurs possibles**

- Indiquer la quantité de crayons dans le pot au départ.
- Indiquer la quantité de crayons retirés.
- Se tromper en recomptant le tout de un en un.
- Ajouter les crayons au lieu de les retirer.
- Trouver le bon résultat mais se tromper en choisissant l'écriture chiffrée correspondante.

**Validation et verbalisation**

- Faire comparer les résultats des élèves entre eux.
- Discuter sur les résultats.
- Montrer la procédure avec les crayons et en s'aidant des doigts.

- Annexe 5.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

**CLASSE ALEXANE**

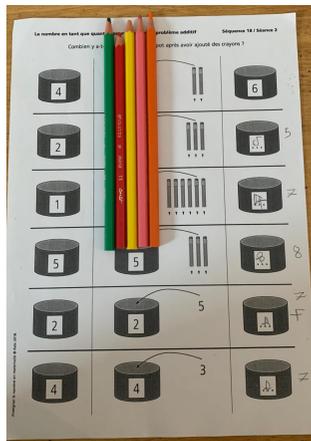
**Unité d'apprentissage : Séquence 18**

<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8	n°9
Les enfants utilisent les étiquettes-nombres pour garder la mémoire des 2 quantités de crayons ajoutées.									
<u>Transformation positive</u>									
Les enfants se souviennent des 2 nombres de crayons ajoutés et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre									
Les enfants se souviennent des 2 nombres de crayons ajoutés et connaissent (ont mémorisé) le résultat de la somme des jetons									
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de jetons ajoutés puis comptent le nombre total de doigts levés									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis comptent l'ensemble à la fin									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent au fur et à mesure les crayons (ou les jetons) en même temps que l'enseignant et énumère en déplaçant à chaque fois un crayon par un crayon (ou un jeton par un jeton) puis ils énoncent le dernier mot nombre pour donner la quantité finale									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent une collection de même cardinal que									

la première de l'enseignant, puis font une collection de doigts de cardinal correspondant à la seconde collection de l'enseignant et comptent l'ensemble des deux collections (inversement avec d'abord une collection de doigts puis de crayons ou de jetons)									
Si les enfants réalisent le test sur un support analogique (fiche avec schéma) :									
Collections $\leq 5$ : Les enfants représentent avec les doigts de leurs mains les deux collections et comptent l'ensemble.									
Les enfants dénombrent le nombre de crayons sur la feuille en récitant la comptine numérique puis continuent la comptine orale en levant un à un leurs doigts jusqu'à avoir autant de doigts levés que le nombre (écriture chiffrée) écrit sur la feuille									
Les enfants reconnaissent les quantités par subitizing et surcomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent des collections de crayons (ou jetons) par correspondance terme à terme avec les crayons représentés sur la feuille puis dénombrent l'ensemble									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent des collections de crayons (ou jetons) par correspondance terme à terme avec les crayons représentés sur la feuille et par construction d'une collection équipotente à l'écriture chiffrée d'une quantité puis dénombrent l'ensemble									
<u>Transformation négative</u>									

Les enfants se souviennent du nombre de crayons ajoutés et du nombre de crayons retirés et décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du second nombre									
Les enfants se souviennent du nombre de crayons ajoutés et du nombre de crayons retirés et surcomptent à partir du nombre de crayons retirés pour obtenir le nombre de crayons ajoutés au départ en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire de la réponse									
Les enfants se souviennent du nombre de crayons ajoutés et du nombre de crayons retirés et connaissent (ont mémorisé) le complément du nombre retiré pour obtenir le nombre ajouté									
Les enfants démarrent poings fermés et lèvent autant de doigts que le nombre de crayons ajoutés puis baissent autant de doigts que de crayons retirés et comptent le nombre final de doigts levés									
Les enfants ajoutent les 2 nombres énoncés par [PE] au lieu de les soustraire									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent une collection de crayons (ou de jetons) de même cardinal que celle de l'enseignant puis déplacent une partie de la collection, correspondant au nombre enlevé. A la fin, ils comptent combien de crayons (jetons) il reste dans la collection initiale									
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : ils prennent des collections de même cardinal que celles de l'enseignant, puis font une correspondance terme à terme avec la collection enlevée et une partie de sa collection initiale									
Si les enfants réalisent le test sur un support analogique (fiche avec schéma) :									

Les enfants dénombrent la première quantité de crayons puis décomptent la seconde quantité en pointant les crayons un par un.	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Les enfants dénombrent la première quantité de crayons puis décomptent la seconde quantité (écriture chiffrée) en levant un à un leurs doigts pour la garder en mémoire	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Les enfants reconnaissent les quantités par subitizing et décomptent à partir du premier nombre en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du 2nd nombre	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Les enfants dénombrent les deux quantités représentées puis partent de la deuxième quantité de crayons et surcomptent à partir d'elle en levant un à un leurs doigts jusqu'à atteindre la première quantité représentée	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Les enfants lèvent autant de doigts que la première collection puis baissent autant de doigts que la collection retirée et dénombrent le nombre de doigts levés restants.	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent une collection de crayons (ou jetons) équipotente à la première quantité représentée puis retirent (ou déplacent) la quantité de crayons (ou jetons) correspondant à la deuxième quantité représentée sur la feuille	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Si les enfants disposent de crayons ou de jetons : les enfants réalisent une collection de crayons (ou jetons) équipotente à la deuxième quantité représentée puis ajoutent des crayons (ou jetons) un à un en récitant la comptine numérique jusqu'à obtenir une quantité équipotente à la première quantité représentée sur la feuille	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Autres procédures observées :										
Transformation positive :										



Test 4 → Un élève a utilisé ses crayons mais également le dessin pour déterminer le résultat. Il a créé la collection de crayons indiquée par l'écriture chiffrée qu'il a posée sur la feuille comme rentrée dans la boîte. Puis il a énuméré l'ensemble des crayons, la collection de crayons concrets et les crayons représentés.

Tests 4, 5 et 6 → Un élève a surcompté les crayons représentés à partir du nombre indiqué par l'écriture chiffrée. Il a surcompté en pointant chacun des crayons représentés.

Test 6 → Une élève qui est très à l'aise avec la manipulation des nombres a raisonné de tête en décomposant les nombres pour se ramener à des résultats connus et en utilisant des résultats déterminés précédemment. Par exemple, pour déterminer le résultat de "2 et 5" elle m'a dit : "2 crayons et 5 crayons ça fait 7 parce que 5 et 3 ça fait 8 [en pointant la situation précédente]... alors 5 et 2 ca fait 7 crayons" donc elle a utilisé la

commutativité de l'addition ainsi que la décomposition de 3 en 2 et 1.

Transformation négative :

Test 3 → Une élève a déterminé le nombre de crayons en imaginant les collections de doigts dans sa tête. En effet, je l'ai observée et elle n'a pas utilisé ses doigts. Elle m'a expliqué avoir imaginé la collection des 6 doigts dans sa tête, puis qu'elle en a mentalement baissé 4 pour déterminer la réponse.

Test 9 → Une élève qui est très à l'aise avec la manipulation des nombres a raisonné de tête en décomposant les nombres pour se ramener à des résultats connus et en utilisant des résultats déterminés précédemment. Par exemple, pour déterminer le résultat de "8-6" elle m'explique s'être dit : "Si j'en enlève 3 alors que j'en ai 8, ca fait 5 et après si j'enlève encore 3 ca fait 2 parce que 3 et 2 ca fait 5"

## Annexe 6 : Unité d'apprentissage "Gâteaux d'anniversaire" (Vers les maths GS, Accès)

- Annexe 6.1 : Extraits de la ressource pédagogique

**Découvrir les nombres et leurs utilisations**

# DIRE COMBIEN IL FAUT AJOUTER OU ENLEVER POUR OBTENIR DES QUANTITÉS NE DÉPASSANT PAS DIX

## Ajouter – Retirer

**MATÉRIEL**

- Des bougies d'anniversaire.
- Des blocs de mousse florale décorative de forme ronde pour les gâteaux d'anniversaire.

**ORGANISATION**

Travail dirigé avec 6 élèves.

**BUT**

Obtenir des collections de 5 bougies.

**DÉROULEMENT**

- **ÉTAPE 1 Ajouter des bougies pour en avoir 5**  
Des blocs de mousse florale décorative de forme ronde symbolisent des gâteaux. Ils sont présentés avec 2, 3, 4 ou 5 bougies. Chaque élève reçoit un gâteau. L'enseignant explique qu'il veut vérifier qu'il a bien 5 bougies sur chaque gâteau d'anniversaire qu'il a apporté.
  - Vérifier que chaque gâteau a bien 5 bougies.
  - Dire ce que l'on constate et mettre de côté les gâteaux qui ont déjà 5 bougies.
  - Commander à l'enseignant le nombre de bougies qui manquent sur chaque gâteau.
- Verbaliser les calculs effectués : si j'ai seulement 2 bougies, il en manque 3. Il faut en ajouter 3.
- **ÉTAPE 2 Retirer des bougies pour en avoir 5**  
La même activité est proposée avec des gâteaux qui comptent 5, 6, 7, 8, 9 ou 10 bougies.
  - Dire ce que l'on constate et mettre de côté les gâteaux qui ont déjà 5 bougies.
  - Retirer le nombre de bougies en trop.
- Verbaliser les calculs effectués : si j'ai 9 bougies, j'en ai 4 en trop. Il faut en retirer 4.
- **ÉTAPE 3 Ajouter ou retirer des ronds**  
La même activité est proposée avec des gâteaux qui ont « trop » ou « pas assez » de bougies : entre 2 à 10 bougies.
  - Modifier les collections pour obtenir 5 bougies.
- Modifier des collections de ronds pour en avoir 5 sur chaque carte (voir page 71).

**MOBILISER LE LANGAGE DANS TOUTES SES DIMENSIONS**

- **Expliquer** ce que l'on fait, ce que l'on a fait.
- **Lexique** Verbes (ajouter, enlever, retirer, manquer, mettre en plus), adverbes (combien, trop, pas assez).
- **Syntaxe** Utiliser des phrases du type « Il en manquait une. Alors j'en ai pris une. » ou « Il y en avait 2 en trop. Alors je les ai enlevées ».

70

**AJOUTER OU RETIRER DES ÉLÉMENTS À UNE COLLECTION POUR OBTENIR UN NOMBRE DONNÉ**

**ÉTAPES 1 ET 2** Ajouter ou retirer des bougies pour en avoir 5




**PROCÉDURES OBSERVÉES**

- Dessine les bougies du gâteau puis ajoute celles qui manquent.
- Dessine les bougies du gâteau puis barre celles qui sont en trop.
- Compte sur ses doigts.
- Surcompte.
- Utilise des résultats mémorisés.

**ÉTAPE 3** Ajouter ou retirer des ronds

●      ●	●
●      ● ●      ●	●      ●      ● ●      ●
●      ●      ●	●      ●      ● ●
●      ●      ● ●      ●      ●	●      ● ●

Toutes les cartes doivent avoir 5 ronds. Dessine ou barre des ronds.

**PROCÉDURES OBSERVÉES**

- Estime s'il faut enlever ou ajouter des ronds.
- Dessine plusieurs ronds et barre les ronds en trop.
- Reconnaît des constellations de 6 et barre ce qui est en trop.
- Compte sur ses doigts.
- Surcompte.
- Utilise des résultats mémorisés.

71

- Annexe 6.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Alexane

**CLASSE ALEXANE**

**Unité d'apprentissage : Les gâteaux d'anniversaire**

<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6
<u>Pour définir le nombre de bougies sur les gâteaux</u>						
Reconnaissance de la constellation du dé.						
Dénombrement des bougies par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts et comparaison avec le nombre 5 ( = ; < ; > ).						
Dénombrement des bougies par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique et comparaison avec le nombre 5 ( = ; < ; > ).						
Subitizing						
Si le support est un schéma (gâteaux et bougies) sur une feuille : dénombrement des cercles (bougies) en les pointant ou en les marquant avec un crayon (trait, coloriage, ...).						
<u>Pour définir le nombre de bougies à ajouter</u>						
Surcomptage : utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies ( doigts dépliés ) et compter le nombre de doigts à déplier pour que tous les doigts soient dépliés → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.						
Utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies visé ( 5 doigts dépliés ) et compter le nombre de doigts à plier pour qu'il ne reste plus que le même nombre de doigts levés que de bougies sur le gâteau→ pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.						

Utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies visé ( 5 doigts dépliés ) et plier autant de doigts qu'il y a de bougies sur le gâteau, puis compter le nombre de doigts dépliés restants → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.						
Décomptage : utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies visé ( 5 doigts dépliés ) et plier autant de doigts qu'il y a de bougies sur le gâteau en décomptant à partir de 5 → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.						
Mobilisation de la décomposition de 5 mémorisée et identifiée dans la situation.						
Représentation mentale de la constellation de 5 du dé avec les bougies et leur complément.						
<u>Pour prendre le bon nombre de bougies</u>						
Réalisation de la collection à prendre par correspondance terme à terme en récitant la comptine numérique.						
Réalisation de la collection à prendre par correspondance terme à terme en utilisant ses doigts comme référents.						
Énumérer le nombre de bougies schématisées puis réaliser la collection par correspondance terme à terme en surcomptant.						
<u>Pour définir le nombre de bougies à retirer</u>						
Utilisation du matériel : Enlever les bougies une à une et compter à chaque fois le nombre de bougies présentes sur le gâteau, s'arrêter lorsqu'il y a 5 bougies sur le gâteau puis compter les bougies retirées (pas d'anticipation).						
Utilisation du matériel : Compter les bougies, en retirer un certain nombre en estimant, compter le nombre de bougies restant et en ajouter ou en retirer une à une jusqu'à en avoir 5 (tâtonner).						
Décomptage : utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies ( doigts dépliés ) et compter le nombre de						

doigts à plier pour que seuls 5 doigts soient dépliés → pré-requis : il y a 5 doigts sur la main ce qui correspond aux 5 bougies de la situation.	■	□	■	□	■	■
Utilisation du matériel : Compter les bougies, faire un paquet avec les 5 premières puis recommencer l'énumération des bougies pour déterminer le nombre de bougies à retirer.	■	□	■	■	■	□
Utilisation des doigts pour partir du nombre de bougies sur le gâteau ( doigts dépliés ) et plier 5 doigts (nombre visé) puis compter le nombre de doigts dépliés restants.	■	□	■	□	■	□
Mobilisation de la décomposition de 10 mémorisée et identifiée dans la situation.	■	□	■	■	■	■
<p>Autres procédures observées :</p> <p>Test 1 → Surcompter sans se servir de ses doigts pour garder la mémoire du nombre surcompter "Il y en a 3, et 4 et 5 donc il en faut 2" → On ne peut pas savoir ce qu'elle a fait dans sa tête, est ce qu'elle essaye d'expliquer la décomposition de 5.</p> <p>Tests 2 et 4 → Certains élèves raisonnent comme s' il s'agissait d'un problème de composition avec une partie égale à 5, par exemple une élève a dit : "Pour aller à 7 depuis 5 il faut 2" ou un autre a dit "6 c'est après 5".</p> <p>Test 4 → Une élève qui est très à l'aise avec la manipulation des nombres a raisonné de tête en décomposant les nombres pour se ramener à des résultats connus. Par exemple, lorsque j'ai mis 12 bougies sur son gâteau elle a déduit qu'il fallait en enlever 7 car "il faut en enlever 2 pour en avoir 10 et après il faut en enlever 5 pour avoir 5 bougies... il faut en enlever 7, 5 et 2 c'est 7". De plus, la fois suivante je lui ai mis 11 bougies et elle a utilisé le résultat précédent pour déterminer la quantité de bougies à enlever, en effet elle a dit "il faut en enlever 6 parce que pour 12 on en a enlevé 7 donc pour 11 il faut en enlever juste 6".</p>						

Annexe 7 : Unité d'apprentissage "Séquence 19" (Enseigner le nombre à l'école maternelle, Retz)

- Annexe 7.1 : Extraits de la ressource pédagogique

19

## 19. Calculer la transformation d'une collection à partir des quantités initiale et finale

15

- **Compétences visées**

Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.  
Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- **Observables**
  - En utilisant les objets du contexte, je sais trouver combien on a ajouté ou retiré d'objets à une collection dont les quantités initiale et finale sont connues.
  - Je sais décomposer les nombres jusqu'à 10.
- **La démarche**

La décomposition des nombres est plus difficile à acquérir que la composition des nombres. Il est plus facile de trouver combien donnent « trois et encore deux » que de déterminer « cinq, c'est 3 et combien ? ».

La décomposition des nombres est impliquée dans la résolution des problèmes additifs de transformation d'une collection où la quantité initiale et la quantité finale sont connues et où la transformation est à chercher.

*Exemple pour la recherche d'une transformation positive : Dans une boîte, il y a 4 crayons. J'ajoute des crayons et ensuite, il y a 6 crayons en tout. Combien ai-je ajouté de crayons ?*

*Exemple pour la recherche d'une transformation négative : Dans une boîte, il y a 6 crayons. Je retire des crayons et ensuite, il y a 4 crayons en tout. Combien ai-je retiré de crayons ?*

1. Cette séquence n'est à proposer que si les élèves ont réussi les tâches des deux séquences précédentes.

202

En maternelle, la résolution de ces problèmes nécessite du matériel. Il n'est pas attendu une résolution mentale mais l'explicitation de la solution permet de renforcer la décomposition des nombres : « 6, c'est 4 et encore 2 ».

### ● Progression

	Classes de problème :	Procédure :
Objectif de la séquence :	Calculer la transformation d'une collection à partir des quantités initiale et finale	avec le matériel.
Objectif de la séance 1 :	Calculer la transformation positive d'une collection à partir de la quantité initiale et de la quantité finale	avec le matériel de la situation.
Objectif de la séance 2 :	Calculer la transformation négative d'une collection à partir de la quantité initiale et de la quantité finale	avec le matériel de la situation.
Objectif de la séance 3 :	Calculer la transformation positive ou négative d'une collection à partir de la quantité initiale et de la quantité finale	avec le matériel de la situation.

## Séance 1

- Objectif :** Calculer la transformation positive d'une collection à partir de la quantité initiale et de la quantité finale avec le matériel de la situation.
- Matériel pour l'enseignant :** Des crayons.  
Un pot translucide.
- Matériel par élève :** Dix crayons.  
Les mini-étiquettes plastifiées des écritures chiffrées accrochées entre elles avec un anneau du type porteclé.
- Mode de travail :** Par groupes de 4 à 6 élèves.
- Durée :** 15 min.
- Tâche :** Déterminer le nombre de crayons à ajouter dans un pot si on connaît le nombre de crayons au début et le nombre de crayons que l'on veut au total.



Dans le pot, j'ai mis 4 crayons. Je veux avoir 6 crayons dans le pot, combien faut-il ajouter de crayons ?

**Présentation de l'activité**

- Montrer les crayons que l'on va mettre dans le pot et demander leur nombre.
- Mettre les crayons dans le pot de façon à ce qu'ils soient bien visibles par tous les élèves.
- Indiquer le nombre de crayons qu'on veut avoir au total et demander combien il faut en ajouter.

« Dans le pot, je mets 4 crayons. Je vais ajouter des crayons. Combien faut-il ajouter de crayons pour avoir 6 crayons au total dans le pot ? Réfléchissez. Vous pouvez vous aider de vos crayons. Montrez l'étiquette indiquant le nombre de crayons qu'il y a maintenant dans le pot. »

**Recherche individuelle (5 min)****Procédures justes possibles**

- Prendre le nombre de crayons du départ et ajouter des crayons en surcomptant pour obtenir le nombre total de crayons. Compter de un en un le nombre de crayons ajoutés. Prendre l'étiquette de l'écriture chiffrée correspondant au nombre trouvé.
- Même procédure que précédemment mais en utilisant ses doigts au lieu des crayons.

**Erreurs possibles**

- Indiquer la quantité de crayons dans le pot au départ.
- Indiquer la quantité de crayons dans le pot à la fin.
- Ajouter les deux nombres de crayons.
- Prendre le nombre de crayons du départ et ajouter des crayons en surcomptant pour obtenir le nombre total de crayons mais en les mélangeant aux autres. Ne pas repérer les crayons qui ont été ajoutés.

**Validation et verbalisation**

- Comparer les résultats pour faire expliciter les procédures.
  - Montrer les crayons mis dans le pot au départ et ajouter en surcomptant les crayons pour obtenir le nombre voulu de crayons au total. Faire attention d'ajouter les crayons en les séparant de ceux mis au départ.
  - Compter le nombre de crayons ajoutés.
  - Montrer la procédure en s'aidant des doigts à la place des crayons.
  - Verbaliser la décomposition des nombres. *Exemple : « 4 crayons au départ, on veut 6 crayons au total. 6, c'est 4 et 2. Il faut ajouter 2 crayons. »*
- Proposer plusieurs séries de calculs.

Cette séance peut être proposée à nouveau mais avec un groupe plus important d'élèves.

## Séance 2

Objectif :	Calculer la transformation négative d'une collection à partir de la quantité initiale et de la quantité finale avec le matériel de la situation.
Matériel pour l'enseignant :	Des crayons. Un pot translucide.
Matériel par élève :	Dix crayons. Les mini-étiquettes plastifiées des écritures chiffrées accrochées entre elles avec un anneau du type porteclé.
Mode de travail :	Par groupes de 4 à 6 élèves.
Durée :	15 min.
Tâche :	Déterminer le nombre de crayons à retirer si on connaît le nombre de crayons au début et le nombre de crayons que l'on veut au total.

### Présentation de l'activité

- Montrer les crayons que l'on va mettre dans le pot et demander leur nombre.
- Mettre les crayons dans le pot de façon à ce qu'ils soient bien visibles par tous les élèves.
- Indiquer le nombre de crayons qu'on veut avoir au total et demander combien il faut en retirer.

« Dans le pot, je mets 6 crayons. Je vais retirer des crayons. Combien faut-il retirer de crayons pour avoir 4 crayons au total dans le pot ? Réfléchissez. Vous pouvez vous aider de vos crayons. Montrez l'étiquette indiquant le nombre de crayons qu'il y a maintenant dans le pot. »

### Recherche individuelle (5 min)

#### Procédures justes possibles

- Prendre le nombre de crayons du départ et retirer les crayons un par un en recomptant le tout après chaque crayon enlevé. Compter de un en un le nombre de crayons retirés. Prendre l'étiquette de l'écriture chiffrée correspondant au nombre trouvé.
- Même procédure que précédemment mais en utilisant ses doigts au lieu des crayons.

**Erreurs possibles**

- Indiquer la quantité de crayons dans le pot au départ.
- Indiquer la quantité de crayons dans le pot à la fin.
- Ajouter les deux nombres de crayons.
- Confondre le nombre de crayons à retirer avec le nombre de crayons à la fin.

**Validation et verbalisation**

- Comparer les résultats pour faire expliciter les procédures.
  - Montrer les crayons mis dans le pot au départ et retirer les crayons un par un en demandant le nombre de crayons dans le pot après chaque crayon enlevé.
  - Compter le nombre de crayons retirés.
  - Montrer la procédure en s'aidant des doigts à la place des crayons.
  - Verbaliser la décomposition des nombres. *Exemple : « 6 crayons au départ, on veut 4 crayons au total. 6, c'est 4 et 2. Il faut retirer 2 crayons. »*
- Proposer plusieurs séries de calculs.

**Séance 3**

Objectif :	Calculer la transformation positive ou négative d'une collection à partir de la quantité initiale et de la quantité finale avec le matériel de la situation.
Matériel pour l'enseignant :	Des crayons. Un pot translucide.
Matériel par élève :	Dix crayons. Les mini-étiquettes plastifiées des écritures chiffrées accrochées entre elles avec un anneau du type porteclé.
Mode de travail :	Par groupes de 4 à 6 élèves.
Durée :	15 min.
Tâche :	Déterminer le nombre de crayons à ajouter ou à retirer si on connaît le nombre de crayons au début et le nombre de crayons que l'on veut au total. Cette séance reprend les deux séances précédentes. Proposer plusieurs séries de calculs où on cherche soit le nombre de crayons à ajouter, soit le nombre de crayons à retirer.

- Annexe 7.2 : Synthèse des procédures observées dans la classe de Camille

<b>CLASSE CAMILLE</b>			
<b>Unité d'apprentissage : Séquence 19</b>			
<b>Procédure \ Test</b>	n°1	n°2	n°3
<u>Transformation positive</u>			
Les enfants se souviennent du nombre initial de crayons et du nombre final de crayons et surcomptent à partir du nombre initial jusqu'au nombre final en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du nombre ajouté			
Les enfants connaissent la décomposition du nombre final de crayons qui inclut le nombre initial de crayons			
Les enfants démarrent les poings fermés et lèvent au fur et à mesure autant de doigts que de crayons ajoutés sur une main et continuent la suite numérique orale en levant un à un les doigts de leur autre main jusqu'à la quantité finale puis recomptent les doigts levés sur leur seconde main			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons final et baissent autant de doigts que le nombre de crayons initial puis recomptent les doigts levés restants			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons final et baissent leurs doigts en comptant le nombre de doigts qu'ils baissent jusqu'à ce que le cardinal de doigts levés soit équipotent au nombre initial de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis ajoutent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils constituent une collection équipotente au nombre initial de crayons et une au nombre final de crayons puis réalisent une correspondance terme à terme en alignant les crayons de chaque collection ou en en déplaçant un de chaque collection par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis retirent un à un des crayons en constituant une autre collection jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis retirent le nombre de crayons initial et recomptent le nombre de crayons restants			

Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis dessinent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection équipotente au nombre initial de crayons en ligne et une au nombre final de crayons en ligne en-dessous puis réalisent une correspondance terme à terme en reliant les crayons de chaque collection un par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis barrent un à un des crayons jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis barrent autant de crayons que le nombre initial et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal initial de crayons puis avancent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal final de crayons puis reculent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal final de crayons puis reculent du nombre de cases correspondant au cardinal initial de crayons et lisent l'écriture chiffrée de la case d'arrivée			
<u>Transformation négative</u>			
Les enfants se souviennent du nombre initial de crayons et du nombre final de crayons et surcomptent à partir du nombre final jusqu'au nombre initial en se servant de leurs doigts pour garder la mémoire du nombre ajouté			
Les enfants connaissent la décomposition du nombre initial de crayons qui inclut le nombre final de crayons			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons initial et baissent autant de doigts que le nombre de crayons final puis recomptent les doigts levés restants			
Les enfants lèvent autant de doigts que le nombre de crayons initial et baissent leurs doigts en comptant le nombre de doigts qu'ils baissent jusqu'à ce que le cardinal de doigts levés soit équipotent au nombre final de crayons			

Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis ajoutent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils constituent une collection équipotente au nombre final de crayons et une au nombre initial de crayons puis réalisent une correspondance terme à terme en alignant les crayons de chaque collection ou en en déplaçant un de chaque collection par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis retirent un à un des crayons en constituant une autre collection jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si les enfants disposent de crayons : ils prennent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis retirent le nombre de crayons final et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre final de crayons puis dessinent un à un des crayons en constituant une autre collection et en surcomptant jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection équipotente au nombre final de crayons en ligne et une au nombre initial de crayons en ligne en-dessous puis réalisent une correspondance terme à terme en reliant les crayons de chaque collection un par un jusqu'à ce qu'il ne reste que le nombre de crayons correspondant à la transformation			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis barrent un à un des crayons jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			
Si la restitution se fait sous forme de schéma : les enfants dessinent une collection de même cardinal que le nombre initial de crayons puis barrent autant de crayons que le nombre final et recomptent le nombre de crayons restants			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal final de crayons puis avancent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre initial de crayons			
Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal initial de crayons puis reculent en comptant une à une les cases jusqu'à atteindre le nombre final de crayons			

Si la restitution se fait à l'aide de la frise numérique : les enfants pointent le nombre correspondant au cardinal initial de crayons puis reculent du nombre de cases correspondant au cardinal final de crayons et lisent l'écriture chiffrée de la case d'arrivée

